INSTITUCION EDUCATIVA SAN ANTONIO

TALLER DE MATEMATICAS: APLICACIONES Y SOLUCION DE TRIANGULOS

LICENCIADO: JOSE ALIRIO BERMÓN

NOMBRE: ____ GRADO_ _______________ AÑO: 2017

En los ítems del 1 al 5 debe aplicar las razones trigonométricas para ángulos de 30, 45 y 60 grados y sirve como preparación para la prueba del periodo

1. El ángulo de elevación de la veleta de una torre es de 45^0, a una distancia de $71m$ de la torre. Si el observador se encuentra a $1,2m$ sobre el suelo, calcula la altura de la torre.

a. $73.7m$ b. $52.6m$ c. $72,2m$ d. $52.6m$

2. Un avión sale de un aeropuerto y se eleva manteniendo un ángulo constante de 30^0 hasta que logra una altura de $6Km$ Determina a qué distancia horizontal del aeropuerto se encuentra el avión en ese momento.

a. $6\sqrt{3}Km$ b. $2\sqrt{3}Km$ c. $10\sqrt{3}Km$ d. $30Km$

3. Una escalera mide $12m$ de largo, está apoyada en la parte superior de un muro y el ángulo que forma la escalera con el suelo es de 60^0. La distancia de la base del muro al punto de apoyo de la base donde esta soportada la escalera es de:

a. $\sqrt{6}m$ b. $6\sqrt{3}m$ c. $3\sqrt{3}m$ d. $6m$

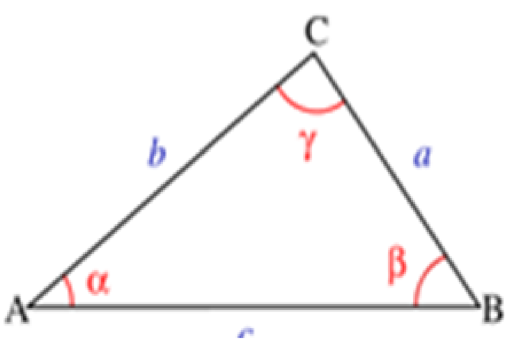
4. El cordel de un cometa se encuentra tenso y forma un ángulo de $60grados$ con la horizontal. Encuentre la altura del cometa con respecto al suelo, si el cordel mide $20metros$. y el extremo de la cuerda se sostiene a $3\sqrt{3}metros$. del suelo.

a. $13\sqrt{3}m$ **b.** $14\sqrt{3}m$ **c.** $\frac{10\sqrt{3}}{3}$ **d.** $5\sqrt{3}m$

5. El ángulo de depresión de la cresta de un árbol es 60^0 respecto a un punto situado a 6 metros de su base; ¿Cuál es la altura del árbol?

a. $18\sqrt{3}m$ b. $6\sqrt{3}m$ c. $3\sqrt{3}m$ d. $9\sqrt{3}m$

En los ítems del 6 al 10 debe utilizar el teorema del seno y coseno según corresponda



6. Si: $\alpha = 20$, $\gamma = 40$, $a = 10$ **el valor de** $b = ?$

A. $25,32$ **B.** $3,9$ **C.** $13,66$ **D.** $24,32$

7. $b = 12, c = 16, a = 14, \beta = ?$

a. $57,99^0$ b. $41,40^0$ c. $85,23^0$ d. $46,56^0$

8. $\alpha = 60, b = 4, c = 8, a = ?$

a. $4,31$ b. $6,92$ c. $2,66$ d. $5,56$

9. $b = 3, c = 4, a = 4.5, \gamma = ?$

a. $60,61^0$ b. $86,41^0$ c. $85,23^0$ d. $75,52^0$

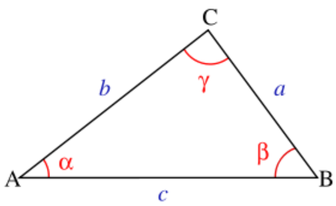
10. Si: $\alpha = 30$, $\beta = 70$, $c = 12$ **el valor de** $a = ?$

A. $4,31$ b. $6,09$ c. $2,66$ d. $5,07$

INSTITUCION EDUCATIVA SAN ANTONIO

TALLER DE MATEMATICAS TEMA: TEOREMA DEL SENO

Los siguientes ejercicios se realizan teniendo en cuenta la siguiente figura y aplicando el teorema del seno, en el cuaderno de matemáticas.



$$\frac{a}{Sen\alpha}=\frac{b}{Sen\beta}=\frac{c}{Sen\gamma}$$

1. Si: $\alpha = 24$, $\gamma = 39$, $a = 10$ **el valor de** $b = ?$

a. $21{,}9$ b. $4{,}56$ c. $5{,}46$ d. 19.4

2. Si: $\alpha = 76$, $\beta = 41$, $a = 15$ **el valor de** $c = ?$

a. 13.77 b. $16{,}33$ c. $5{,}46$ d. 19.4

3. Si: $\gamma = 18$, $\beta = 69$, $b = 10$ **el valor de** $c = ?$

a. $3{,}31$ b. $30{,}21$ c. $13{,}77$ d. 19.4

4. Si: $\alpha = 31$, $\gamma = 48$, $a = 5$ **el valor de** $c = ?$

a. $7{,}21$ b. $3{,}48$ c. $21{,}9$ d. 19.4

5. Si: $\alpha = 27$, $\beta = 71$, $c = 17$ **el valor de** $a = ?$

a. $7{,}79$ b. $37{,}08$ c. $7{,}21$ d. 13.77

6. Si: $\gamma = 65$, $\beta = 84$, $a = 6$ **el valor de** $b = ?$

a. $11{,}58$ b. $3{,}10$ c. $13{,}77$ d. 19.4

7. Si: $\alpha = 19$, $\beta = 54$, $b = 20$ **el valor de** $c = ?$

a. $23{,}64$ b. $16{,}91$ c. $7{,}21$ d. 13.77

8. Si: $\alpha = 47$, $\gamma = 65$, $c = 18$ **el valor de** $b = ?$

a. $18{,}41$ b. $17{,}59$ c. $5{,}46$ d. 19.4

9. Si: $\alpha = 101$, $\beta = 24$, $a = 10$ **el valor de** $c = ?$

a. $8{,}34$ b. $11{,}98$ c. $17{,}59$ d. 19.4

10. Si: $\gamma = 37$, $\beta = 75$, $b = 15$ **el valor de** $a = ?$

a. $14{,}39$ b. $15{,}62$ c. $13{,}77$ d. 19.4

11. Sí $a = 10$, $b = 15$ **y** $\beta = 24$ **el valor de** $\alpha = ?$

a. $15{,}66^0$ b. $12{,}3^0$ c. $16{,}2^0$ d. $9{,}8^0$

12. Sí $b = 8$, $c = 10$ **y** $\gamma = 36$ **el valor de** $\beta = ?$

a. $15{,}66^0$ b. $28{,}03^0$ c. $16{,}2^0$ d. $9{,}8^0$

13. Sí $a = 17$, $b = 13$ **y** $\alpha = 72$ **el valor de** $\beta = ?$

a. $15{,}66^0$ b. $46{,}05^0$ c. $28{,}03^0$ d. $9{,}8^0$

14. Sí $a = 18$, $c = 26$ **y** $\gamma = 49$ **el valor de** $\alpha = ?$

a. $15{,}66^0$ b. $31{,}33^0$ c. $16{,}2^0$ d. $9{,}8^0$

15. Sí $a = 18$, $c = 12$ **y** $\alpha = 86$ **el valor de** $\gamma = ?$

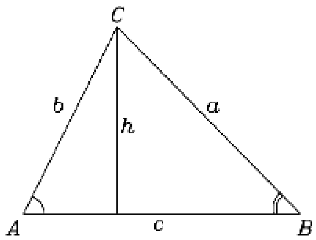
a. $15{,}66^0$ b. $38{,}73^0$ c. $16{,}2^0$ d. $9{,}8^0$

LEY DE SENOS Y LEY DE COSENOS –Ángulos de Elevación y Depresión
10° - 2018

En un triángulo ABC, denominamos los ángulos (A,B,C) de acuerdo a sus esquinas ("vértices") y denominamos los lados (a,b,c), de tal forma que el lado a está enfrentado al ángulo A, el b con en ángulo B y el c con el C.

Ley de Cosenos

$$C^2 = A^2 + B^2 - 2AB\cos C$$



Ley de Senos

$$\frac{sen\alpha}{A} = \frac{sen\beta}{B} = \frac{sen\gamma}{C}$$

EJERCICIÓS

1. Si A=45º, B=75º y c=10m; encuentre a,b, y C

2. Desde un faro a 55 m sobre el nivel del mar, el ángulo de depresión a un pequeño bote es de 15º. ¿A que distancia de la base del faro se encuentra el bote?.

3. Encuentre las soluciones para el triángulo, si A=30º, a=10 m y c=15 m.

4. Un poste apunta en la dirección apuesta al sol, formando un ángulo de 7.5º con la vertical, cuando el ángulo de elevación del sol es de 5º el poste proyecta una sombra de 50 mts de largo sobre el piso ¿ Cuál es la longitud del poste?

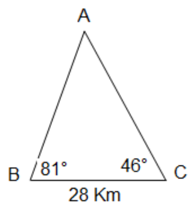
5. ¿Que pasa si A=67º, c=125cm y a=100 cm? Hay solución?

6. Dos barcos parten del mismo puerto a la misma hora. El primero navega a 15º noroeste a 25 nudos. El segundo navega a 30º al noroeste. Después de 2 horas a que distancia se encuentran los barcos entre sí?

7. Resuelva el triangulo ABC si A=36º, b=13m y c=6m.

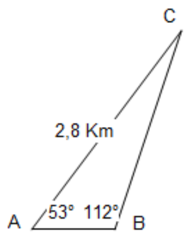
8. La base mayor de un trapecio isósceles mide 14m. Los lados no paralelos miden 10 m y los ángulos de la base miden 60º. Encuentre la longitud de una diagonal y el área del trapecio.

9. Un avión se encuentra en un punto A y es observado por dos estaciones terrestres ubicadas en los puntos B y C. ¿A que distancia se encuentra el avión de B? (ver figura)

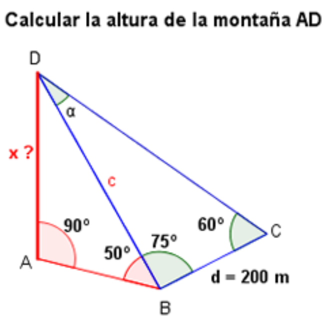


10. Dos lados y el ángulo comprendido de un paralelogramo miden 12 pulgadas, 20 pulgadas y 120º respectivamente. Hallar la longitud de la diagonal mayor.

11. Una persona se encuentra en un punto A y desea dirigirse al punto C que se encuentra a 2.8 km en línea recta. Debido a que el terreno esta en malas condiciones decide seguir la trayectoria de A a B para dirigirse, finalmente a C. ¿Cuál es la distancia total que deberá recorrer?

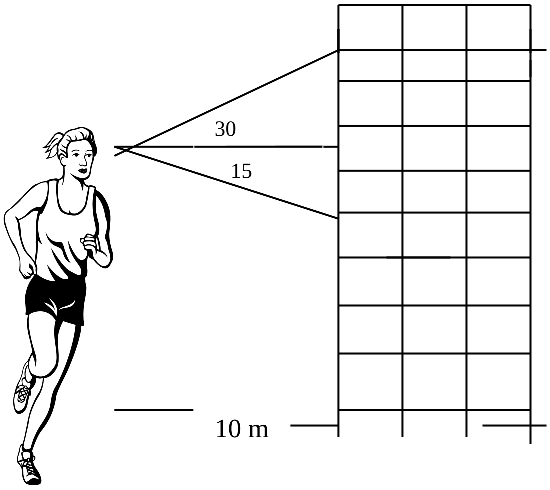


12.



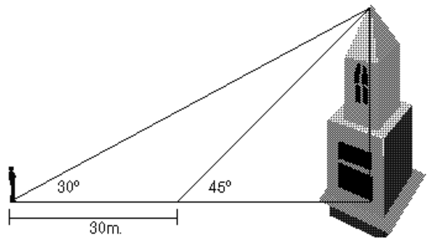
13. En un triángulo ABC, la línea AB está a lo largo de una ribera estrecha. Medimos la distancia c = AB como 118 m, y los ángulos A y B tiene 63° y 55°. ¿Cuál es la distancia b = AC?

14. Un hombre parado 10 m de un pared, observa que el ángulo de elevación a la parte superior de una ventan a de 30º y el ángulo de depresión a la parte inferior de ella es de 15º. ¿ Cuál es la altura de la ventana?



15. Un edificio está en la orilla de un lago. Un observador está situado en dirección opuesta en la otra orilla y los separa el agua. Dispone de utensilios para medir ángulos y de escala para medir pequeñas distancias. Sobre el piso plano mide una distancia de 1m y los ángulos que forman las visuales que van de los extremos del segmento a la parte más alta del edificio son 45° y 50° respectivamente. ¿Cuál es la altura del edificio?

16. Desde un punto se observa un edificio cuya parte más alta forma con el suelo un ángulo de 30º, si avanzamos 30 m, el ángulo pasa a ser de 45º. Calcular la altura del edificio.



17. Desde un punto situado a dos metros sobre el nivel del piso, un hombre de 1.7 m observa la torre de un edificio situado a 20 m sobre la horizontal. Si el ángulo que forma la visual con la horizontal es de 45°, ¿Cuál es la altura del edificio?

18. Una persona se encuentra en la ventana de su apartamento que está situada a 8 m del suelo y observa el edificio de enfrente de la siguiente manera: la parte superior, con un ángulo de elevación de 30° y la parte inferior con un ángulo de depresión de 45°. Determinar la altura del edificio de enfrente

19. En un triángulo ABC , resolver los triángulos pedidos
   a) A =32º, B = 123º y a = 11.   b) a = 167, b = 145 y C = 53º   c) a = 75, b = 92 y c = 107

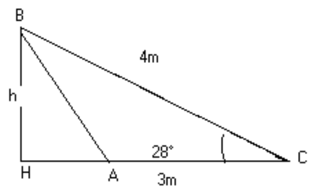
20. Desde un punto A sobre un plano horizontal se halla atado un globo (el globo se sostiene verticalmente en el aire); al mismo nivel de A se eligen otros dos puntos B y C (A, B y C colineales), distantes entre sí 90 m. desde estos puntos B y C se miden los ángulos de elevación (respecto al globo) 40º y 30º respectivamente. Hallar la altura en metros a la cual se encuentra el globo.

21. Dos edificios uno frente del otro, se hallan en el mismo plano, separados por una calle de 60 m. Cada uno forma con respecto a la cima del otro ángulos de elevación de 30º y 75º respectivamente. Hallar el ángulo de depresión que hace la cima del edificio mas alto con la cima del edificio mas bajo.

22. Un hombre eleva una cometa. La cometa esta a una distancia de 1000 cm, el ángulo que forma la cometa con la vista del hombre es de 60º por encima de la horizontal. (El hombre sostiene el hilo a la altura de la cabeza); ¿A que altura esta la cometa del piso, si el hombre mide 1.8 m, ¿Si la cometa cayera perpendicularmente, a que distancia caería del hombre?

23. Resolver el triángulo: a = 105, b = 110 y A = 57º

24. Calcular el área de triangulo ABC dado, en la siguiente figura.



25. Un poste telefónico forma un ángulo de 82º con el piso. El ángulo de elevación del sol es de 76º. Encuentre la longitud del poste del teléfono si su sombra es de 3.5m

	TALLER No. 6				
	ÁREA/ASIGNATURA:				AÑO
		MATEMATICAS	GRADO	10º	2019

Conocimiento: **Teorema del seno**	DOCENTE: JOSÉ ALIRIO BERMON
NOMBRE:	GRADO:

Objetivo:

A partir de una situación establecer la estrategia adecuada para su solución con base en la ley de los senos y ley del coseno.

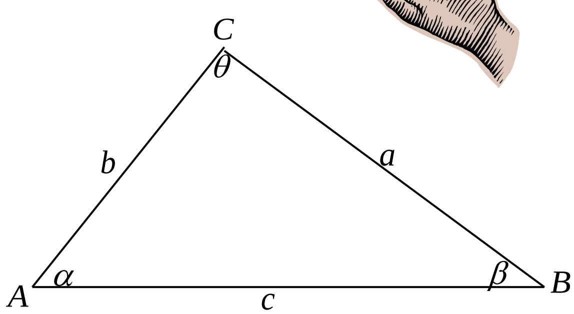
En trigonometría el teorema del seno es una relación de proporcionalidad entre las longitudes de los lados de un triángulo, y los senos de los ángulos respectivamente opuestos.

El teorema del seno, es en trigonometría uno de los enunciados más importantes, debido a las múltiples aplicaciones en el campo de la topografía, la ingeniería, la física. Se aplica en triángulos en los que se conoce la medida de dos de sus lados y el ángulo opuesto a uno de ellos. También se puede aplicar si se conocen la medida de dos de sus ángulos interiores y un lado opuesto a uno de ellos

Teorema o Ley del Seno

En todo triangula ABC, las longitudes de los lados son directamente proporcionales a los Senos de los ángulos opuestos a dichos lados.

$$\boxed{\frac{a}{Se\alpha}=\frac{b}{Sen\beta}=\frac{c}{Sen\theta}}$$



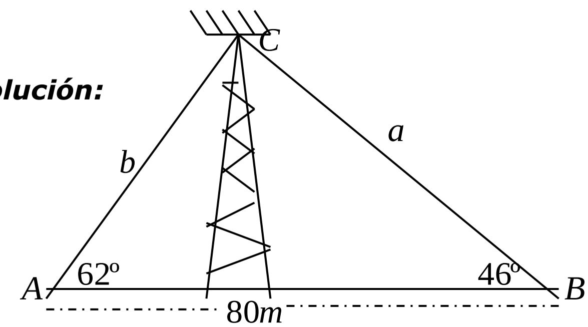
Recomendaciones:

Para la solución de este tipo de problemas, es recomendable proceder así:

1. Tratar de imaginarse el problema.
2. Realizar un grafico ilustrativo del problema para mejor su comprensión.
3. Ubicar en el gráfico los datos suministrados por el problema.
4. Aplicar la ecuación del la Ley del Seno.

Problema Una antena de radio está sujeta con cables de acero, como se muestra en la figura. Hallar la longitud de los cables.

Solución:

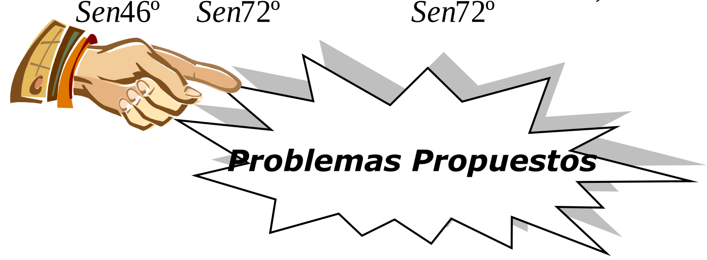


El ángulo en el vértice C, sería de 72º, de modo que podemos plantear la ley del Seno así:

$$\frac{a}{Sen62^{o}}=\frac{80m}{Sen72^{o}}\rightarrow a=\frac{80m\times Sen62^{o}}{Sen72^{o}}=74{,}3m$$

Ahora:

$$\frac{b}{Sen46^{o}}=\frac{80m}{Sen72^{o}}\rightarrow b=\frac{80m\times Sen46^{o}}{Sen72^{o}}=60{,}5m$$



1. Un incendio es detectado por dos puestos de observación **A** y **B**, que están separados 30 km. Si el punto de observación **B** reporta el incendio en un ángulo **ABF** de **53°,** y el punto **A** lo reporta

con un ángulo **BAF** de **30°.** ¿A qué distancia está el incendio del punto **A**?

2. Un avión vuela entre dos ciudades A y B, si en determinado instante se halla que el ángulo de elevación del avión desde la ciudad A es de 60° y desde la ciudad B es de 48°. Además la distancia entre ambas ciudades es de 120 Km. Realiza un esquema y calcula la distancia del avión hasta cada ciudad en ese preciso instante.

3. En las orillas opuesta de un río se sitúan dos puntos **A** y **B**. en la orilla donde está situado el punto **A**, se determina un segmento de recta **AC** = 275 m y se miden los ángulos **CAB** = 125° y ángulo **ACB** = 48°. Encontrar la longitud de **AB.**

4. Una diagonal de un paralelogramo tiene 24,8 unidades de longitud y forma ángulos de 42° y 27° con los lados. Hallar los lados.

5. Dos puntos **A** y **B** situados al mismo lado de una carretera distan 30 pies. Un punto **C** del otro lado de la carretera está situado de manera que el ángulo **CAB** mide 70° y el ángulo **ABC** mide 80°. ¿Cuál es el ancho de la carretera?

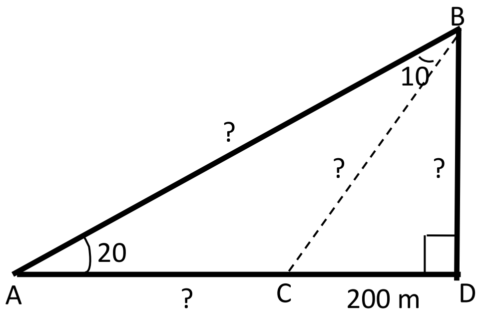
6. Dos puestos de observación **A** y **B** (separados 10 millas) en la costa, vigilan barcos que entran ilegalmente en un limite de 3 millas. El puesto **A** reporta un barco **S** en un ángulo **BAS** = 37° y el puesto **B** reporta el mismo barco en un ángulo **ABS** = 20°. ¿**A** qué distancia está el barco de la costa?

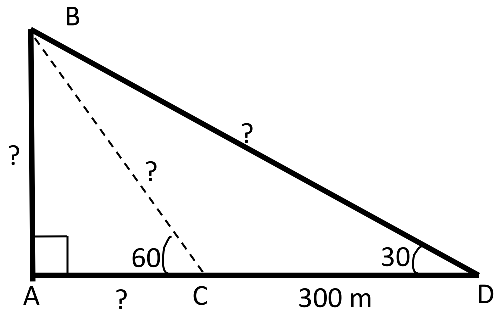
7. Un asta de bandera que está colocada sobre la parte superior de un edificio tiene 35 pies de altura. Desde un punto que está en el mismo plano horizontal que la base del edificio, los ángulos de elevación de la parte superior del asta y de la parte inferior de la misma son respectivamente 61° y 56°. Hallar la altura del edificio.

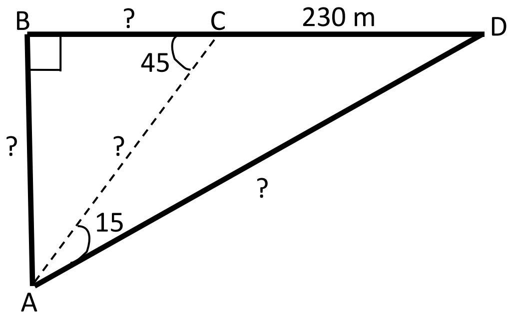
	TALLER No. 7		
	ÁREA/ASIGNATURA: MATEMATICAS		**AÑO: 2019**
	GRADO	10º	DOCENTE: JOSÉ ALIRIO BERMÓN

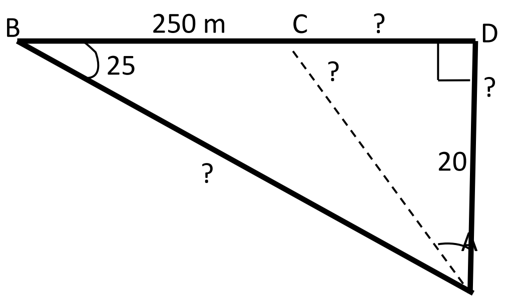
<u>Ejercicios de Ley de Senos y Cosenos.</u>

1.- Calcular las longitudes incógnitas aplicando Ley de Senos

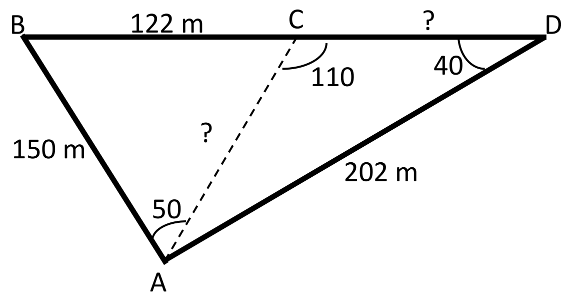


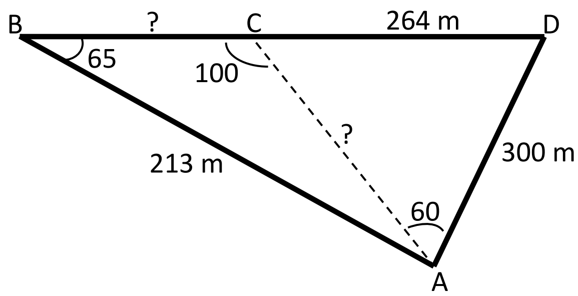


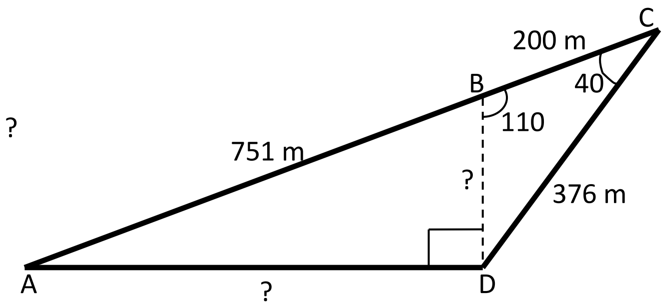


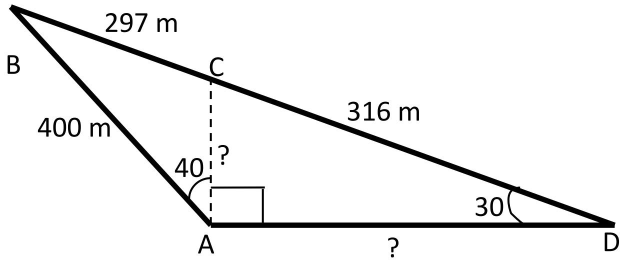


2.- Calcular las longitudes incógnitas aplicando Ley de Cosenos

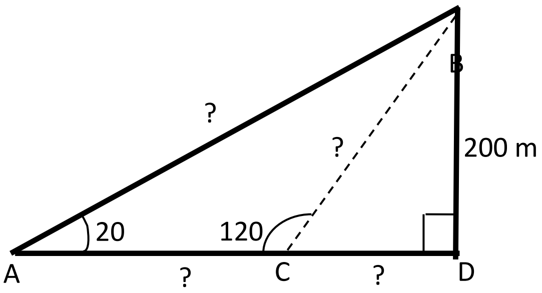


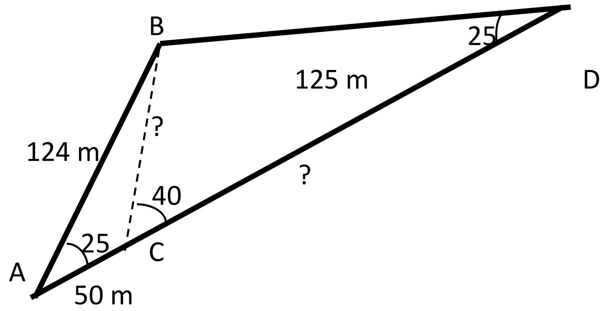


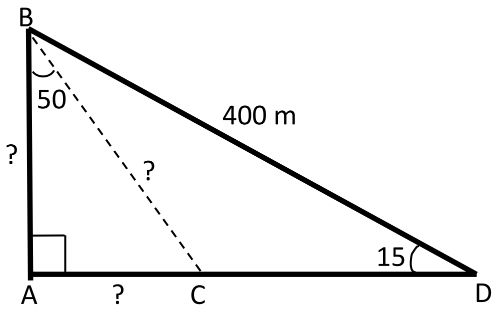


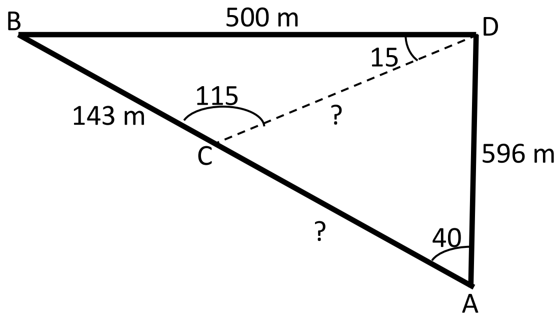


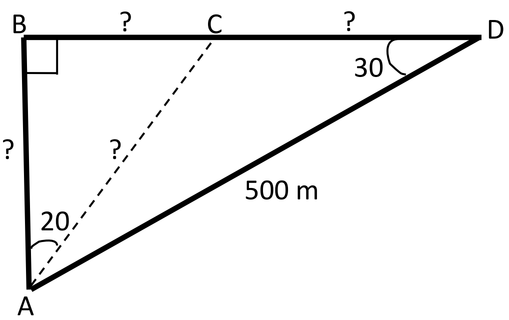
TALLER No. 7			
ÁREA/ASIGNATURA: MATEMATICAS			**AÑO: 2019**
GRADO	10º	DOCENTE: JOSÉ ALIRIO BERMÓN	

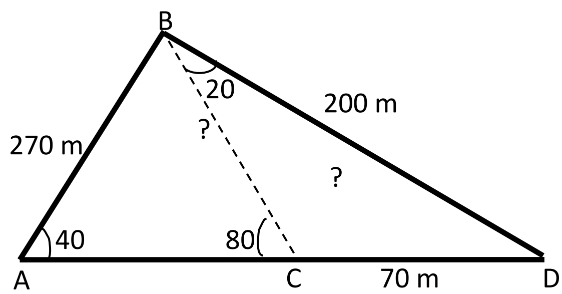


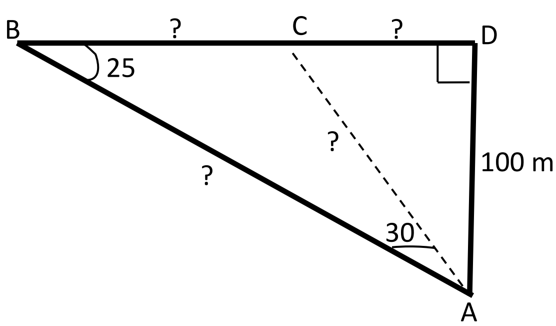


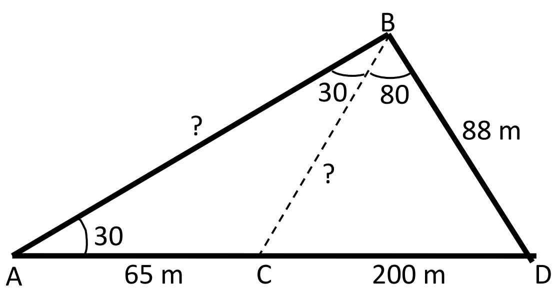




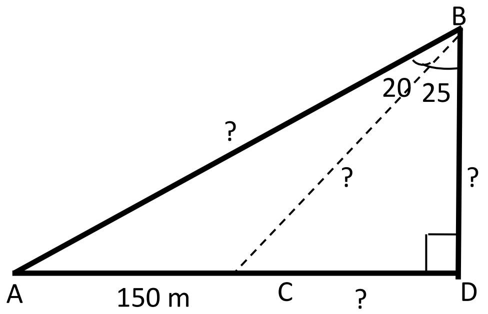


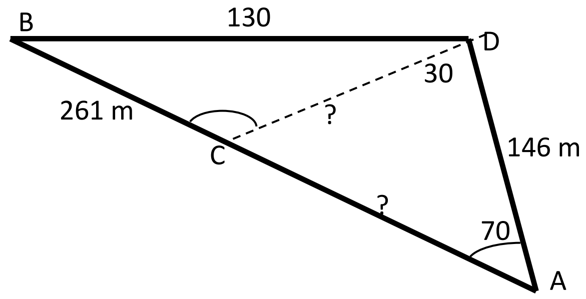


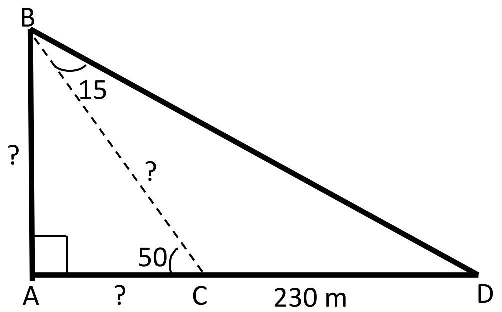


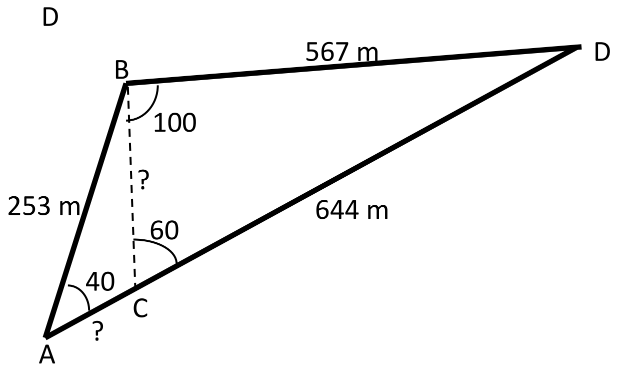


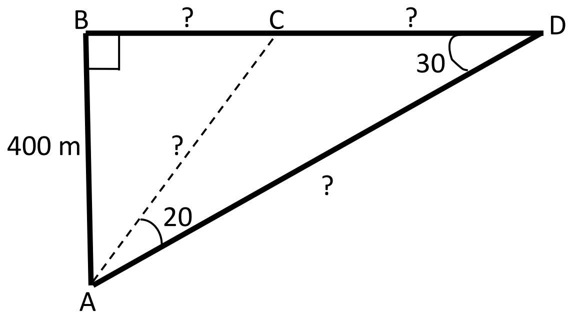
	TALLER No. 7		
	ÁREA/ASIGNATURA: MATEMATICAS		**AÑO: 2019**
	GRADO	10º	DOCENTE: JOSÉ ALIRIO BERMÓN

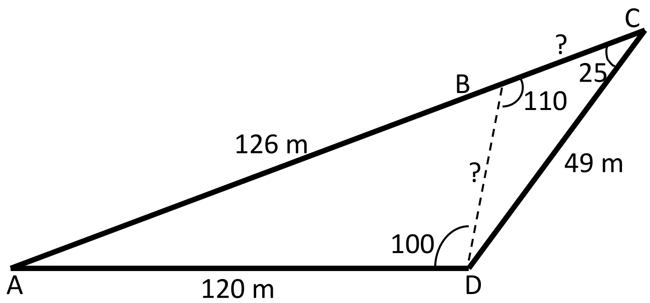


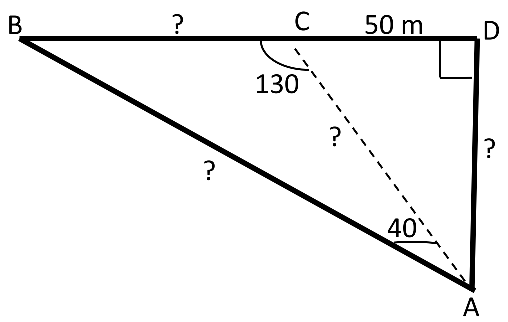


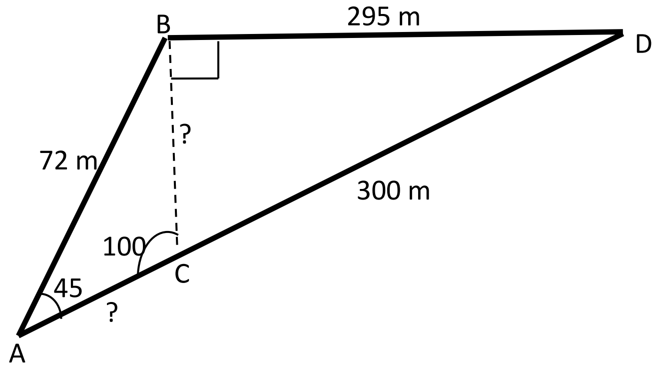




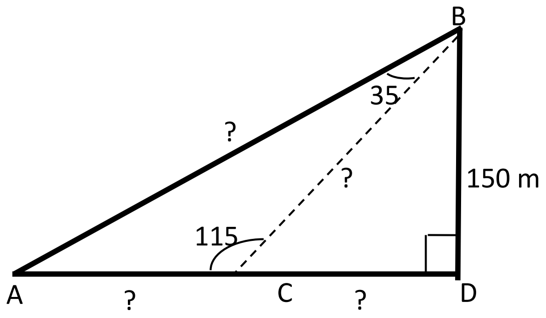


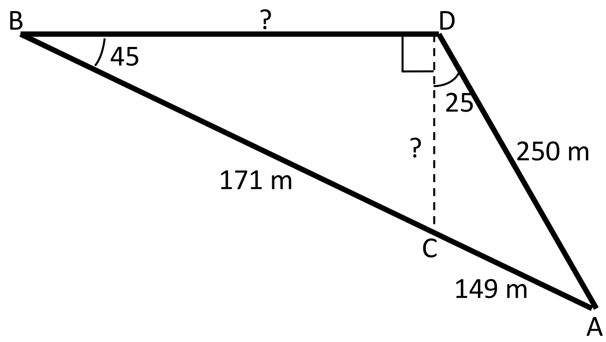


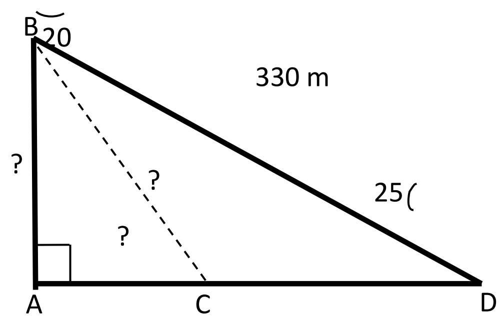


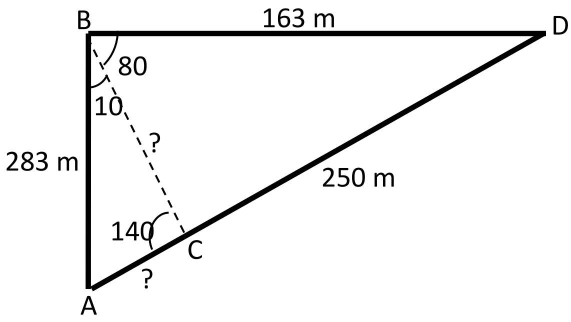


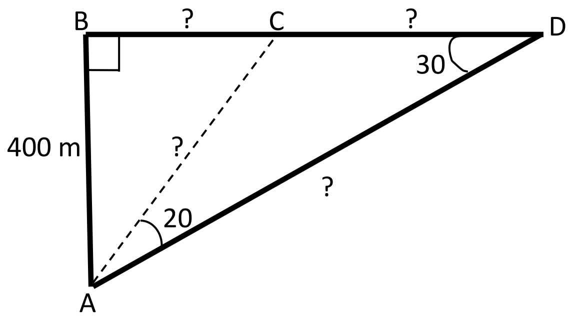
	TALLER No. 7		
	ÁREA/ASIGNATURA: MATEMATICAS		**AÑO: 2019**
	GRADO	10º	DOCENTE: JOSÉ ALIRIO BERMÓN

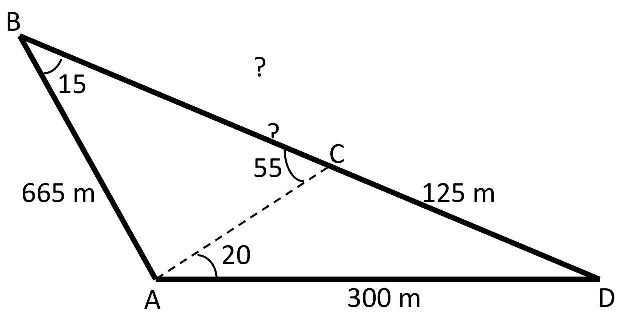












LEYES DEL SENO Y DEL COSENO

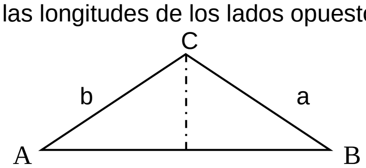
Las leyes o Teoremas del Seno y del Coseno se aplican especialmente para triángulos oblicuángulos, es decir, para triángulos que no son rectángulos. Estos teoremas se aplican siempre y cuando se conozcan tres elementos de un triángulo, dentro de los cuales debe haber al menos un lado. Si alguna de las relaciones establecidas involucra un ángulo recto, entonces la Ley del seno se reduce a la definición de razón trigonométrica seno y la Ley del Coseno se reduce al Teorema de Pitágoras. Es importante tener en cuenta dos propiedades geométricas que son comunes para todos los triángulos como son:

a) La suma de los ángulos interiores de todo triángulo es igual a 180º.
b) En todo triángulo, el lado mayor se opone al ángulo mayor y viceversa.

1. LEY O TEOREMA DEL SENO

La Ley de los Senos se utiliza para resolver triángulos en los cuales se conocen dos ángulos y un lado (ALA ó AAL). Y dice:
"En un triángulo cualquiera, las longitudes de los lados son proporcionales a los senos de sus ángulos opuestos". Es decir, Sean A, B y C los ángulos de un triángulo y a, b y c las longitudes de los lados opuestos, a tales ángulos, entonces se cumple que:

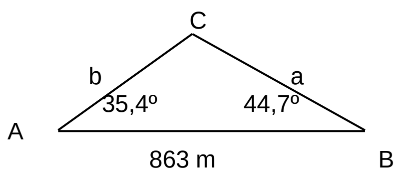
$$\frac{a}{\text{Sen } A} = \frac{b}{\text{Sen } B} = \frac{c}{\text{Sen } C}.$$



Para la figura se cumple cualquier de las relaciones:

$$\frac{a}{\text{Sen } A} = \frac{b}{\text{Sen } B}; \quad \frac{a}{\text{Sen } A} = \frac{c}{\text{Sen } C}; \quad \frac{b}{\text{Sen } B} = \frac{c}{\text{Sen } C}.$$

EJEMPLO. Resolver el siguiente triángulo que tiene m< A = 35,4º , m< B = 44,7º y c = 863 m.



Como la m< A + m< B + m< C = 180º entonces,
m< C = 180º - (m< A + m< B)
m< C = 180º - (35,4º + 44,7º)
m< C = 99,9º

Para hallar el lado b, se aplica la Ley del Seno:

$$\frac{b}{\text{Sen } B} = \frac{c}{\text{Sen } C}; \quad \frac{b}{\text{Sen } 44{,}7º} = \frac{863 \text{ m}}{\text{Sen } 99{,}9º}; \quad b = \frac{863 \text{ m X Sen } 44{,}7º}{\text{Sen } 99{,}9º}; \quad b = 616{,}4 \text{ m}.$$

Para hallar el lado a:

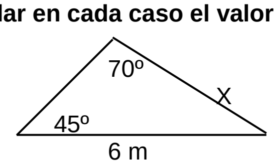
$$\frac{a}{\text{Sen } A} = \frac{b}{\text{Sen } B}; \quad \frac{a}{\text{Sen } 35{,}4º} = \frac{616{,}4 \text{ m}}{\text{Sen } 44{,}7º}; \quad a = \frac{\text{Sen } 35{,}4º \text{ X } 616{,}4 \text{ m}}{\text{Sen } 44{,}7º}; \quad a = 510{,}7 \text{ m}.$$

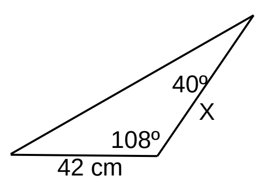
Resuelvo el siguiente problema y lo presento al profesor. Sea el triángulo de a = 12 cm, b = 8 cm y m<B = 36º, resolverlo.

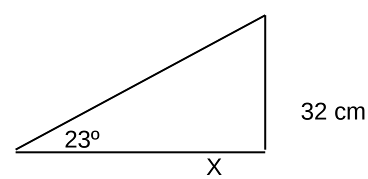
TALLER

1. **Resolver cada uno de los siguientes triángulos**
   - **a)** b = 70 cm; m< A = 30º y m< C = 105º.
   - **b)** c = 60 cm; m<A = 50º y m< B = 75º
   - **c)** a = 7 cm; b = 6 cm y m< A = 30º
   - **d)** m< A = 30º; m<B = 60º y a = 20 cm.
   - **e)** m< B = 37º; a = 2 cm y b = 6 cm.
   - **f)** a = 10 cm; m< B = 53º y c = 12 cm.

2. **Hallar en cada caso el valor de x.**

a)


b)


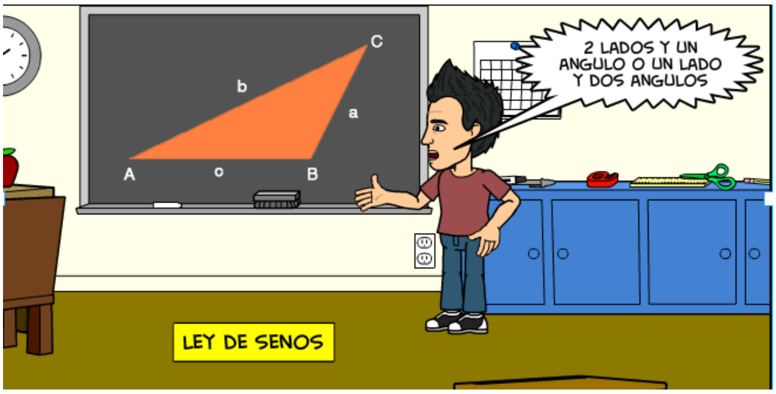
C)


	REPÚBLICA DE COLOMBIA DEPARTAMENTO NORTE DE SANTANDER MUNICIPIO DE VILLA DEL ROSARIO **INSTITUCIÓN EDUCATIVA SAN ANTONIO** *Resolución de Aprobación N°. 005950 del 19 de noviembre de 2019* *DANE: 154874000024* **Educando activamente para formar mejores ciudadanos**	GUIA MATEMÁTICAS ÁREA MATEMÁTICAS DOCENTE S DE MATEMÁTICAS

Área : Matemáticas		MATEMÁTICAS	Grado :10°
LINKS PARA PROFUNDIZAR	https://www.youtube.com/watch?v=e2_WDo5yK_Q https://www.youtube.com/watch?v=nCK3jKq_Iyk https://www.youtube.com/watch?v=5l-elvt30D0 https://www.youtube.com/watch?v=blOkYHt7fJE https://www.youtube.com/watch?v=qdJiFDYd2IA https://www.youtube.com/watch?v=ZQu9v756u-k https://www.youtube.com/watch?v=TByKOW8xZU0 https://www.youtube.com/watch?v=G07RT0GC_Cg	**LEY DE SENOS**	

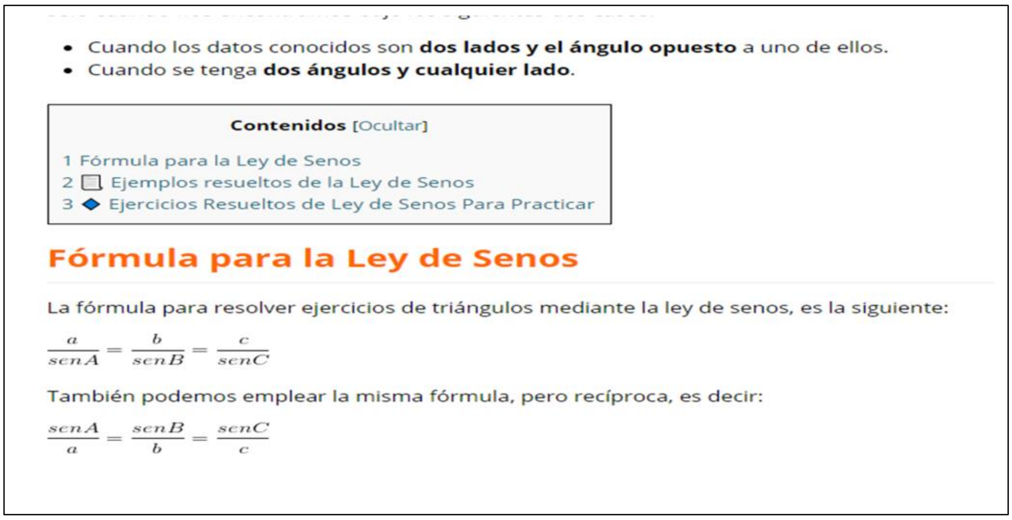
GRADO DECIMO

CONTENIDO DE LA GUIA: LEY DE SENOS



El descubrimiento de la ley de senos dio gran paso a grandes descubrimientos de la geometría plana, y con ello la solución a muchos problemas que implicaban el cálculo de longitudes y ángulos, es por ello que el día de hoy hablaremos exclusivamente sobre **la ley de senos**, y de cómo aplicarlo a un caso especial para la primera condición de equilibrio.
Una de las cosas que debemos saber acerca de la ley de senos, es que solo es aplicable a **triángulos oblicuángulos**, es decir aquellos triángulos los cuales no tienen ningún ángulo recto o de 90°.
También debemos considerar dos puntos importantes, para poder utilizar dicha ley, y consiste en aplicarla solo cuando nos encontramos bajo los siguientes dos casos:

- Cuando los datos conocidos son **dos lados y el ángulo opuesto** a uno de ellos.
- Cuando se tenga **dos ángulos y cualquier lado**.



- Cuando los datos conocidos son **dos lados y el ángulo opuesto** a uno de ellos.
- Cuando se tenga **dos ángulos y cualquier lado**.

Contenidos [Ocultar]

Fórmula para la Ley de Senos

La fórmula para resolver ejercicios de triángulos mediante la ley de senos, es la siguiente:

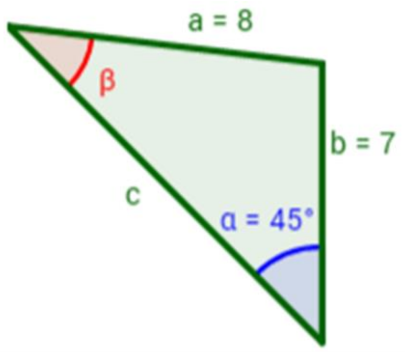
$$\frac{a}{sen A} = \frac{b}{sen B} = \frac{c}{sen C}$$

También podemos emplear la misma fórmula, pero recíproca, es decir:

$$\frac{sen A}{a} = \frac{sen B}{b} = \frac{sen C}{c}$$

Problema 1

En el siguiente triángulo de lados $a = 8$cm y $b = 7$cm. Calcular cuánto mide el ángulo β sabiendo que el ángulo γ mide 45º.



Como conocemos los lados *a* y *b* y el ángulo α, aplicamos el teorema del seno:

$$\frac{a}{sin(\alpha)} = \frac{b}{sin(\beta)}$$

Por tanto,

$$\frac{8}{sin(45°)} = \frac{7}{sin(\beta)}$$

Despejamos el seno de β:

$$sin(\beta) = \frac{7 \cdot sin(45°)}{8} =$$

$$= \frac{7 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}}{8} = \frac{7\sqrt{2}}{16}$$

Finalmente, despejamos β utilizando la inversa del seno (arcoseno):

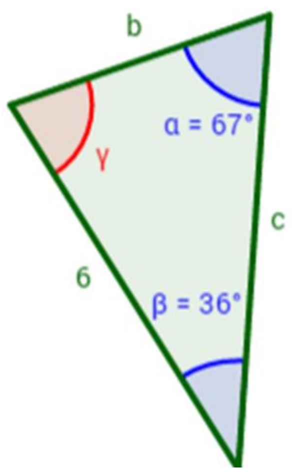
$$\beta = \arcsin\left(\frac{7\sqrt{2}}{16}\right) = 38.22°$$

Luego el ángulo es

β = 38.22°

Problema 2

Se tiene un triángulo con ángulos $\alpha = 67°$ y $\beta = 36°$ y un lado $a = 6$cm. ¿Cuánto mide el lado c?



Para calcular el lado c necesitamos conocer el ángulo γ. Recordemos que en todo triángulo la suma de sus ángulos internos es 180°, es decir, tenemos la ecuación:

$$\alpha + \beta + \gamma = 180°$$

Despejamos el ángulo γ:

$$\gamma = 180° - \alpha - \beta$$

Sustituimos los valores:

$$\gamma = 180° - 67° - 36°$$

$$\gamma = 77°$$

Luego el ángulo es γ = 77º.

Ahora podemos aplicar el teorema del seno:

$$\frac{c}{\sin(\gamma)} = \frac{a}{\sin(\alpha)}$$

Sustituimos los datos:

$$\frac{c}{\sin(77°)} = \frac{6}{\sin(67°)}$$

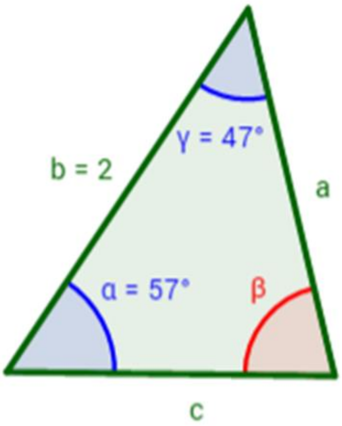
Por tanto,

$$c = \frac{6 \cdot \sin(77°)}{\sin(67°)} \cong 6.35\ cm$$

Luego el lado c mide 6.35 cm.

Problema 3

En el siguiente triángulo con lado $b = 2$cm y ángulos $\alpha = 57°$ y $\gamma = 47°$, ¿cuánto mide el lado a?



Por el teorema del seno,

$$\frac{a}{\sin(\alpha)} = \frac{b}{\sin(\beta)} = \frac{c}{\sin(\gamma)}$$

Sustituimos en dicha relación los datos proporcionados:

$$\frac{a}{\sin(57°)} = \frac{2}{\sin(\beta)} = \frac{c}{\sin(47°)}$$

Tal como están escritas las relaciones, no podemos calcular el lado *a* porque nos faltan datos. Pero como la suma de los ángulos debe ser 180º, podemos calcular el ángulo β:

$$\beta = 180° - 57° - 47°$$

$$\beta = 76°$$

Ahora ya podemos obtener el lado *a*:

$$\frac{a}{\sin(57°)} = \frac{2}{\sin(76°)}$$

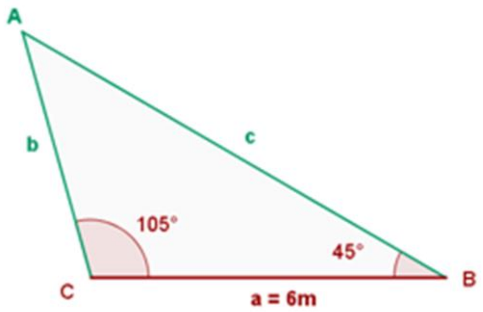
De donde

$$a = \sin(57°) \cdot \frac{2}{\sin(76°)}$$

$$a \cong 1.73$$

Luego el lado *a* mide 1.73 cm.

Problema 4: De un triángulo sabemos que: $a = 6m$, $B = 45°$ y $C = 105°$. Calcula los restantes elementos.



1 Como la suma de los tres ángulos de un triángulo es $180°$, podemos calcular fácilmente el ángulo A:

$$A = 180° - 45° - 105° = 30°$$

2 Aplicamos la ley de senos para calcular los lados b y c:

$$\frac{6}{sen\,30°} = \frac{b}{sen\,45°}$$

$$b = 6 \cdot \frac{sen\,45°}{sen\,30°} = 6 \cdot \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{1}{2}} = 6\sqrt{2}\,\text{m}$$

$$\frac{6}{sen\,30°} = \frac{c}{sen\,105°}$$

$$c = 6 \cdot \frac{sen\,105°}{sen\,30°} = 11{,}6\,\text{m}$$

Problema 5*: Resuelve el siguiente triángulo isósceles:*

Como el triángulo es isósceles, los dos lados inclinados miden 3 cm. Vamos a demostrarlo usando la ley de senos. Para esto definimos: $a = 3$ cm, $\alpha = 50°$, $\beta = 50°$ y necesitamos calcular b. Utilizando:

$$\frac{\sin\alpha}{a} = \frac{\sin\beta}{b}$$

podemos despejar b para obtener:

$$b = \frac{a\,\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{3\,\sin(50°)}{\sin(50°)} = 3\text{ cm}$$

Con esto queda demostrado que es un triángulo isósceles. Para calcular la longitud de la base, debemos notar que la suma de los dos ángulos conocidos es $100°$ y que el tercer ángulo debe medir $80°$. Con esto podemos volver a utilizar la ley de senos para calcular la longitud de c:

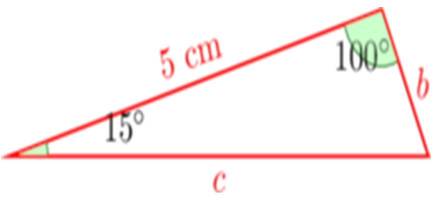
$$\frac{\sin\alpha}{a} = \frac{\sin\gamma}{c} \qquad \Rightarrow \qquad c = \frac{a\,\sin\gamma}{\sin\alpha}$$

Ahora solamente sustituimos los valores conocidos:

$$c = \frac{a\,\sin\gamma}{\sin\alpha} = \frac{3\,\sin(80°)}{\sin(50°)} \approx 3.85673\text{ cm}$$

Y con esto hemos resuelto este triángulo acutángulo.

Problema 6: *Resuelve el siguiente triángulo obtusángulo:*



En este caso $a = 5$ cm, $\beta = 15°$, $\gamma = 100°$ y podemos calcular α:

$$\alpha = 180° - 15° - 100° = 65°$$

Ahora podemos calcular la longitud del lado b aplicando la ley de senos:

$$\frac{\sin\alpha}{a} = \frac{\sin\beta}{b} \qquad \Rightarrow \qquad \frac{\sin(65°)}{5} = \frac{\sin(15°)}{b}$$

Despejando y resolviendo obtenemos: $b \approx 1.427876$ cm. Finalmente, podemos calcular el valor de c:

$$\frac{\sin\alpha}{a} = \frac{\sin\gamma}{c} \qquad \Rightarrow \qquad c = \frac{a\,\sin\gamma}{\sin\alpha}$$

Sustituyendo los valores obtenemos:

$$c = \frac{5\,\sin(100°)}{\sin(65°)} \approx 5.4330756\text{ cm}$$

Y terminamos.

ACTITIVIDAD:

1. Desarrollar en tu cuaderno 5 ejercicios de los videos propuestos por el docente.

2. Desarrollar 2 problemas que estén en la guía, copiarlos en el cuaderno.

3. Proponer 3 ejercicios propuestos por usted donde utilice la ley del seno.

	REPÚBLICA DE COLOMBIA DEPARTAMENTO NORTE DE SANTANDER MUNICIPIO DE VILLA DEL ROSARIO **INSTITUCIÓN EDUCATIVA SAN ANTONIO** *Resolución de Aprobación N°. 005950 del 19 de noviembre de 2019* *DANE: 154874000024* **Educando activamente para formar mejores ciudadanos**	GUIA MATEMÁTICAS ÁREA MATEMÁTICAS DOCENTES DE MATEMÁTICAS
	MATEMÁTICAS	Grado :10°
LINKS PARA PROFUNDIZAR	https://www.youtube.com/watch?v=OdOX9Xuh568&pbjreload=101 https://www.youtube.com/watch?v=O-T_7BVLIhA https://www.youtube.com/watch?v=C0ZKP9N https://www.youtube.com/watch?v=Ci2ftXzzQso https://www.youtube.com/watch?v=VBna-HnaYGo https://www.youtube.com/watch?v=Otbqyr85E7s https://www.viveos.net/video/C0ZKP9N-Ufw/problema-de-aplic.html https://youtu.be/LCIjfNLRDqI https://youtu.be/d1qohmjQHS4	**LEY DE SENOS 2**

GRADO DECIMO

Como sabemos, las matemáticas están presentes en todos los ámbitos de la vida, es por eso que hay que saber aplicarlas correctamente, más que teorías y problemas aburridos podemos usar las matemáticas en los problemas que se nos presentan en la vida cotidiana.

APLICACIONES DE LA LEY DEL SENO EN LA VIDA COTIDIANA.

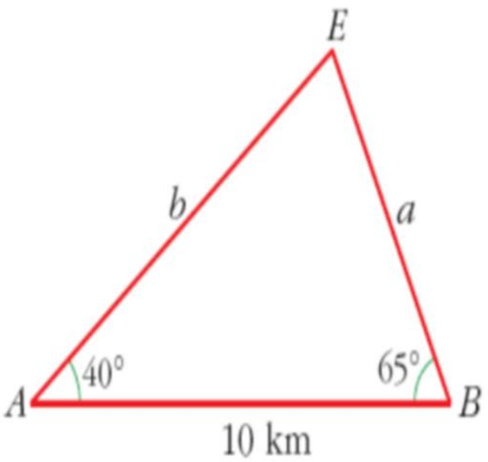
Para localizar una emisora clandestina, dos receptores, A y B, que distan entre sí 10 km, orientan sus Antenas hacia el punto donde está la emisora. Estas direcciones forman con AB ángulos de 40º y 65º ¿A que distancia de A y B se encuentra la emisora

$$\hat{E} = 180° - (\hat{A} + \hat{B}) = 75°$$

Aplicando el teorema de los senos:

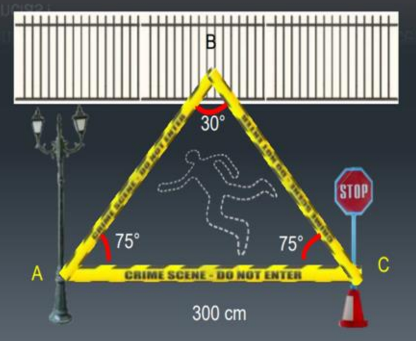
$$\frac{a}{sen\ 40°} = \frac{10}{sen\ 75°} \rightarrow a = \frac{10 \cdot sen\ 40°}{sen\ 75°} = 6{,}65 \text{ km}$$

$$\frac{b}{sen\ 65°} = \frac{10}{sen\ 75°} \rightarrow b = \frac{10 \cdot sen\ 65°}{sen\ 75°} = 9{,}38 \text{ km}$$



2.- En una noche muy nublada una llamada al 911 movilizó a todo el cuerpo policiaco de la ciudad, un asesinato había ocurrido.
Para cercar la escena los policías ataron cinta de “no pasar” como se muestra en la figura.

- ¿ Cuál es el área de la calle que ocupa la escena del crimen?
- ¿Cuántos metros de cinta necesitan los policías para cercar las evidencias?



Solución: 1

buscar lado c:

$$\frac{b}{Sen\ B} = \frac{c}{Sen\ C}$$

$$\frac{300}{.5} = \frac{c}{.9659}$$

$$c = \frac{(.9659)(300)}{.5}$$

$$c = 579\ cm$$

Cinta que se necesita: 2

579 . 54
579 . 54
300 . 00
1459 . 08 cm

1459 . 08 cm = $\boxed{14.59 \text{ metros}}$

Área de la calle que ocupa la escena del crimen: 3

Sen 75 = h/hip
Sen 75 (579.54) = h
.9659 (579.54) = h
h= 559.60 cm
h= 5.59 m

$A = \frac{b\,(h)}{2}$

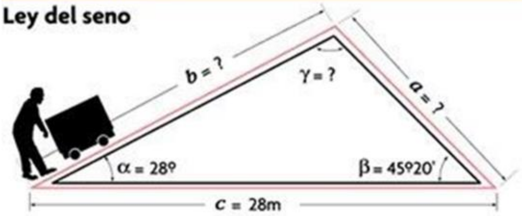
$A = \frac{3\,(5.59)}{2}$

$A = \frac{16.77}{2}$

$\boxed{A = 8.38\ m^2}$

Calculemos la distancia que debe recorrer un obrero para subir y bajar una carretilla por una rampa. Si sabemos que la base mide 28 m y tiene una inclinación de 28º en la subida y 45º20' en la bajada.

Ley del seno



Por la ley de los triángulos sabemos que:

$\alpha + \beta + \gamma = 180º$

$\Rightarrow 28º + 45º20' + \gamma = 180º$

despejando

$\gamma = 180º - 28º - 45º20'$

$\boxed{\gamma = 106º40'}$

Por la ley de los senos sabemos:

$$\frac{a}{sen\ \alpha} = \frac{b}{sen\ \beta} = \frac{c}{sen\ \gamma}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{sen\ 28} = \frac{28m}{sen\ 106º40'}$$

$$\Rightarrow a = \frac{28m(sen\ 28)}{sen\ 106º40'}$$

$$a = \frac{28m\ (0.4694)}{0.9598}$$

$\boxed{a = 13.69m}$

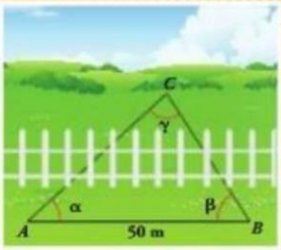
$$\Rightarrow \frac{a}{sen\ 28º} = \frac{b}{sen\ 45º20'}$$

$$b = \frac{13.69m\ (0.7108)}{0.4694}$$

$\boxed{b = 20.73m}$

EJEMPLO...

2. Un granjero quiere medir la distancia desde un punto A ubicado en su granja hasta un punto C ubicado en una propiedad vecina, sin pasar la cerca que se muestra en la figura. Calcular AC si $\alpha = 45°$ y $\beta = 60°$.



Este problema corresponde al caso 1 (ALA) y se resuelve aplicando la ley de senos así:

Primero, se calcula la medida del ángulo γ.

$\gamma + \alpha + \beta = 180°$ Se establece la suma de las medidas de los ángulos.

$\gamma + 45° + 60° = 180°$ Se remplazan los valores de α y de β.

$\gamma = 75°$ Se despeja γ.

Luego, se calcula AC.

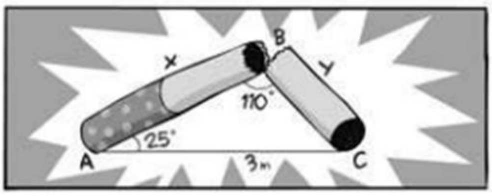
$\frac{\text{sen } 60°}{AC} = \frac{\text{sen } 75°}{50}$ Se plantea la ley de senos.

$AC = \frac{50\,(\text{sen } 60°)}{\text{sen } 75°}$ Se despeja AC.

$AC \approx 44{,}83$ Se resuelve la operación.

Finalmente, se tiene que la distancia entre el punto A y el punto C es de 44,83 m.

Este es el cartel de una campaña publicitaria contra el tabaco. ¿Cuánto mide el cigarro que aparece en él?



Tenemos que calcular los dos lados en los que está partido el cigarro.

Aplicando el teorema del seno tenemos que:

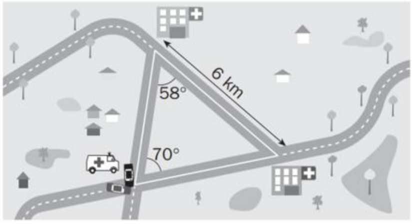
$$\frac{\text{sen } 110°}{3} = \frac{\text{sen } 25°}{y} \Rightarrow y = \frac{3 \cdot \text{sen } 25°}{\text{sen } 110°} = 1{,}35 \text{ m}$$

Aplicándolo de nuevo, obtenemos:

$$\frac{\text{sen } 110°}{3} = \frac{\text{sen } (180° - 110° - 25°)}{x} \Rightarrow x = \frac{3 \cdot \text{sen } 45°}{\text{sen } 80°} = 2{,}15 \text{ m}$$

Con lo cual, el cigarro mide 1,35 m + 2,15 m = 3,50 m.

Una ambulancia está socorriendo a los heridos de un accidente de tráfico. Observa el mapa y señala cuál de los dos hospitales se encuentra más cerca del lugar del accidente.



Para calcular la distancia d_2 al hospital Naranja (abajo a la derecha en la ilustración) podemos usar el teorema del seno:

$$\frac{\text{sen } 70^\circ}{6} = \frac{\text{sen } 58^\circ}{d_2} \Rightarrow d_2 = \frac{6 \cdot \text{sen } 58^\circ}{\text{sen } 70^\circ} = 5{,}415 \text{ km}$$

Para calcular la distancia d_1 al hospital Azul (arriba) usamos de nuevo el teorema del seno:

$$\frac{\text{sen } 70^\circ}{6} = \frac{\text{sen } (180^\circ - 58^\circ - 70^\circ)}{d_1} \Rightarrow d_1 = \frac{6 \cdot \text{sen } 52^\circ}{\text{sen } 70^\circ} = 5{,}032 \text{ km}$$

Luego, el hospital Azul está más cercano.

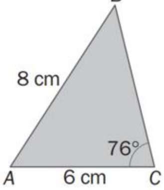
ACTIVIDAD

Utilizar colores para hacer los dibujos.

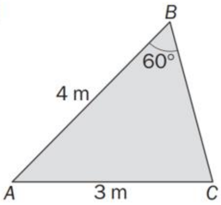
1. Resolver en tu cuaderno 5 ejercicios que aparecen en los videos.
2. Resolver en tu cuaderno 2 ejercicios que aparecen en la guía
3. Resolver los siguientes triángulos por el teorema del seno.

Resuelve los siguientes triángulos, de los que se conocen dos lados y el ángulo opuesto a uno de ellos.

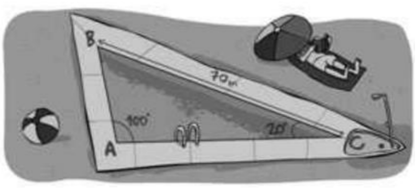
a)



b)



Calcula el perímetro de la piscina triangular de la figura.



Observa el dibujo y calcula la distancia a la que se encuentra la cima de la montaña.

TEOREMAS DEL SENO Y DEL COSENO - APLICACIONES

Observa el siguiente video:
https://aprende.colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/naspublic/ContenidosAprender/G_10/M/M_G10_U03_L04/M_G10_U03_L04_01_01_01.html

SOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS NO RECTÁNGULOS - TRIÁNGULOS OBLICUÁNGULOS

Cuando un triángulo no es rectángulo, entonces es acutángulo u obtusángulo, este tipo de triángulos se resuelven teniendo en cuenta las medidas que se conocen del triángulo, según los siguientes casos:

Caso 1: se conoce un lado y dos ángulos
Caso 2: se conocen dos lados y el ángulo opuesto a uno de ellos.
Caso 3: se conocen los tres lados del triángulo
Caso 4: se conocen dos lados del triángulo y el ángulo comprendido entre ellos.

Para los casos 1 y 2 se resuelven mediante la ***ley de senos***, en cambio los triángulos que corresponden a los casos 3 y 4 se resuelven mediante la ***ley de cosenos.***

- **LEY DE SENOS**

Dado un triángulo de lados a, b y c cuyos ángulos opuestos son α, β y γ, respectivamente, se cumple que:

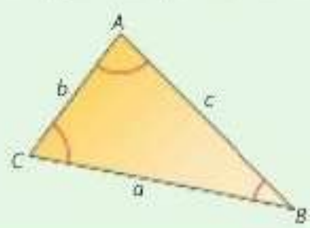
$$\frac{\operatorname{sen}\alpha}{a} = \frac{\operatorname{sen}\beta}{b} = \frac{\operatorname{sen}\gamma}{c}$$

- **LEY DE COSENOS**

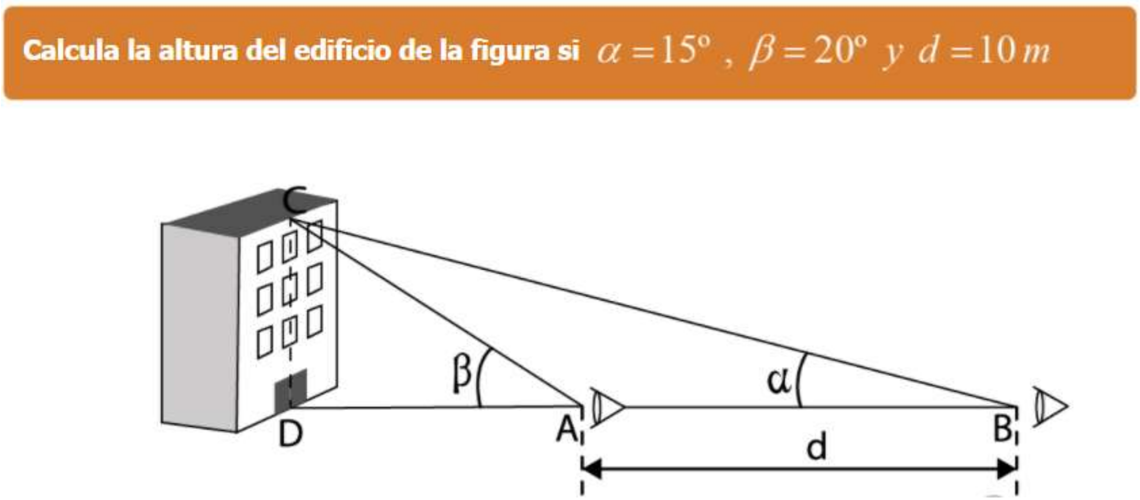
En todo triángulo, el cuadrado de la longitud de uno de los lados es igual a la suma de los cuadrados de las longitudes de los otros lados, menos dos veces el producto de estas longitudes por el coseno del ángulo comprendido entre ellos.

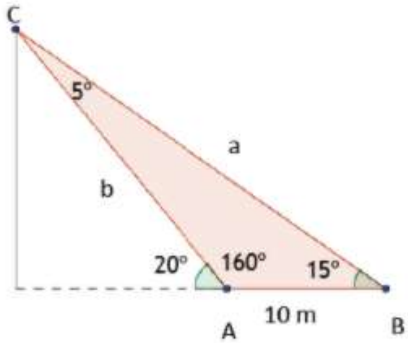
Es decir, dado $\triangle ABC$, se cumple que:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$$
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos B$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$$



Siga los siguientes pasos para resolver los ejercicios planteados, luego identifique las condiciones y características para resolverlos.





4. Aplicamos el teorema del SENO

$$\frac{b}{sen\,\hat{B}} = \frac{c}{sen\,\hat{C}}$$

5. Despejamos el valor de b

$$b = \frac{c \cdot sen\,\hat{B}}{sen\,\hat{C}}$$

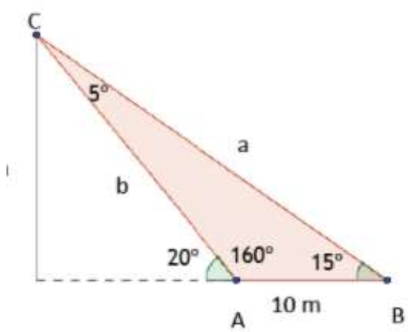
6. Reemplacemos los datos

$$b = \frac{10 \cdot sen\,15°}{sen\,5°}$$

7. Encontremos el resultado

$$b = 29{,}7m$$

Recordemos como determinar el valor de la altura



8. Aplicar la ecuación para encontrar la altura

$$h = b \cdot sen\,20°$$

9. Despejemos los valores conocidos.

$$h = 29{,}7m \cdot sen\,20°$$

10. Encontremos el resultado

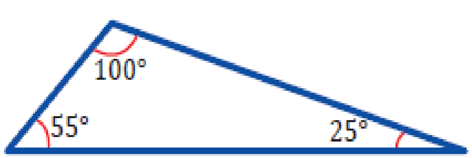
$$h = 10{,}16m$$

POR LO TANTO EL TEOREMA DEL SENO ESTA DETERMINADO POR

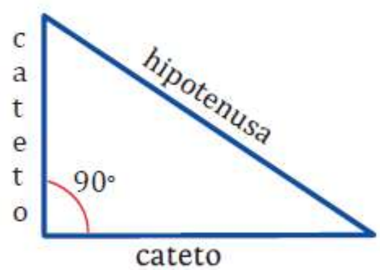
$$\frac{a}{senA} = \frac{b}{senB} = \frac{c}{senC}$$

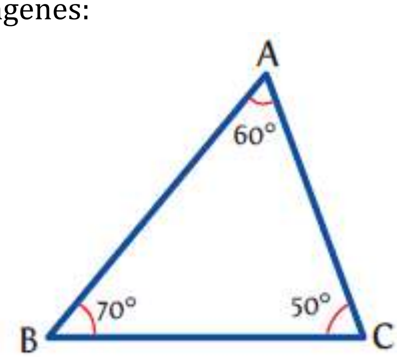
TALLER 4.

1. Escribe si los triángulos son rectos u oblicuos, según las imágenes:

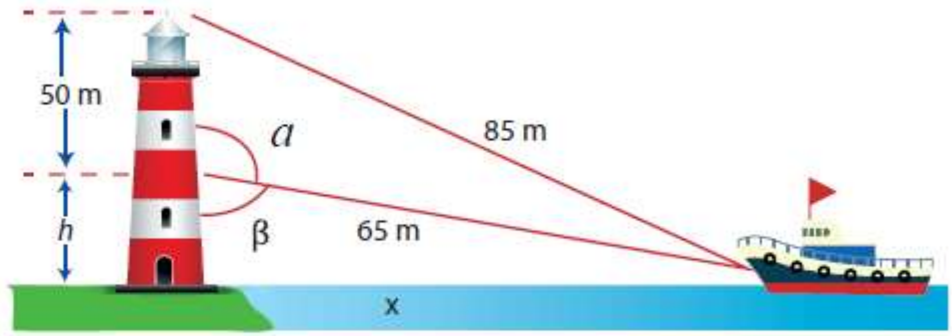


180=100+55+25

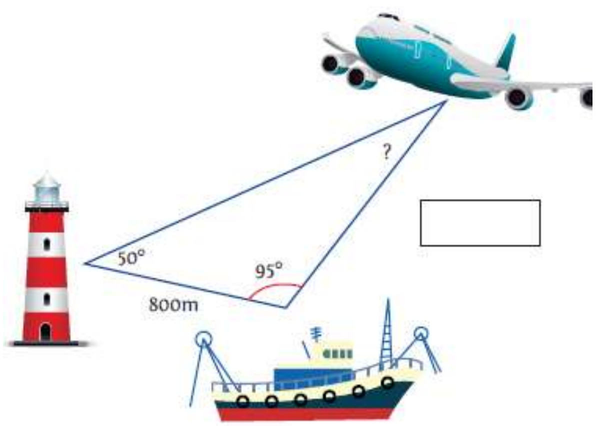




2. Calcule la altura *h de la siguiente figura,* siguiendo los pasos anteriores:



3. ¿Cuál es la distancia entre el barco y el avión? Si la distancia entre el faro y el barco es 800 m y los ángulos entre los objetos es como se detallan en la figura:



4. Un niño eleva dos cometas simultáneamente, como se muestra en la figura, la pita usada en la cometa roja es 200 m y la cometa azul de 250 m, el ángulo formado entre las dos cometas es de 30°. Halla la distancia entre las dos cometas

5. Tres pueblos San fransisco (A), La Vega (B) y Tobia (C) están unidos por carreteras rectas, la distancia entre el pueblo A y B es de 12km, y la que hay entre B y C es 18km. Si el ángulo formado por las carreteras entre A-B y A-C, es de 60°, halla la distancia entre los pueblos A y C. Cuando halles los ángulos, ten en cuenta de dar su valor entero aproximado. Anota tu respuesta en el valor entero aproximado (en kilómetros).

6. En una plazoleta de forma triangular, los lados miden 120m, 150m y 100m. ¿Qué ángulos se forman en las esquinas de la misma?