# La Ley de Enfriamiento de Newton como escenario para la resignificación de lo exponencial a partir de prácticas cotidianas

Andrea Marcela García Torres.

Yeimy Paola Murillo Buitrago.

Universidad La Gran Colombia

Facultad de Ciencias de la Educación

Programa de Licenciatura en matemáticas y tecnologías de la información

Bogotá

2017

# Dedicatoria

**A Dios**.

Por habernos permitido llegar hasta este punto y brindarnos la salud y las fuerzas para lograr nuestros objetivos, además de su infinita bondad y amor.

Andrea Marcela García Torres y Yeimy Paola Murillo Buitrago

**A mi familia**

A mi madre María Eugenia Torres, mi padre Nelson Iván García, mi esposo Daniel Calderón y mi hija Mariana Calderón por haberme apoyado en todo momento, por sus consejos, sus valores, por la motivación constante que me ha permitido ser una persona de bien, pero más que nada, por su amor.

Andrea Marcela García Torres

**A mi familia**.

A mi madre Ana Silvia Buitrago, a Marco Calderón, a Diana Calderón y a mi hija Ana Sofía Murillo por el ejemplo de perseverancia que los caracteriza y que me han infundado siempre, por el valor mostrado para salir adelante y por su amor, además de su constante acompañamiento en este proceso.

Yeimy Paola Murillo Buitrago

Agradecimientos

Agradecimientos

**A nuestro asesor de trabajo de grado el Dr. Carlos Eduardo León Salinas.**
Por su buena disposición, acompañamiento y apoyo para llevar a buen fin el presente trabajo

**Al docente Jefer Camilo Sáchica Castillo**
Por su disposición y colaboración con el diseño de las herramientas empleadas, además de las asesorías que orientaban nuestro proceso

**A los docentes de la licenciatura en Matemáticas y TI en especial a Anderson Javier Mojica Vargas y John Álvaro Munar Ladino**
Quienes con su acompañamiento constante nos alentaron a culminar satisfactoriamente este proceso

**A las mamás de los integrantes del semillero Mathema Kid's**
Quienes con sus experiencias hicieron un gran aporte a la construcción del laboratorio e implementación del laboratorio

**A los integrantes del semillero Mathema Kid's**
Quienes desde su cotidianidad contribuyeron al diseño y desarrollo de este trabajo

## CONTENIDO

Índice de Ilustraciones

Índice de tablas

## Resumen

Este trabajo de investigación muestra como por medio del diseño e implementación de un laboratorio dirigido a estudiantes del semillero Mathema Kid's del programa de Licenciatura en matemáticas y Tecnologías de la información de la Universidad La Gran Colombia, en el cual los algoritmos, las prácticas  y fenómenos físicos son herramientas de la clase que brindan espacios de resignificación de contenidos, partiendo de una situación de la vida cotidiana como lo es la acción de enfriar un líquido, teniendo como enfoque la socioepistemología, ya que por medio de ésta existe un aporte a la construcción social del conocimiento matemático desde la modelación, donde el objetivo se fundamenta en resignificar las prácticas educativas de lo exponencial a partir de la ley de enfriamiento de Newton.

Dicho trabajo enriquece la labor docente del Licenciado en matemáticas que puede nutrir sus saberes con ayuda de los fundamentos y teorías ofrecidas por otras disciplinas, en este caso la física, ya que es importante en el desarrollo de las prácticas, con el fin fundamentar el aprendizaje de las matemáticas en diversos espacios que pueden ser producto de su cotidianidad. Por tanto, el rastreo frente a la realidad que viven los estudiantes es esencial en el desarrollo de dicho trabajo, ya que se puede realizar un laboratorio que articule sus conocimientos (dados por el contexto) con el currículo propio de la asignatura y así resignificar el aprendizaje de las matemáticas especialmente con el tema de comportamiento exponencial, de acuerdo a lo que la socioepistemología llama construcción social del conocimiento matemático.

Lo anteriormente mencionado se sustenta a partir de las prácticas que desde los hogares, especialmente en las familias de los estudiantes que colaboraron con el desarrollo de la propuesta de investigación, han construido a partir de su experiencia evidenciando la forma más rápida de enfriar un líquido, lo que se muestra en dos fases específicas que justifique el comportamiento exponencial de dicho enfriamiento de acuerdo al laboratorio ejecutado.

## Palabras Claves

Socioepistemología, ley de enfriamiento, modelación, resignificación, exponencial, prácticas, laboratorio, fenómenos físicos.

Abstract

This research work shows how through the design and implementation of a laboratory directed to students of the Mathema Kid's of the University La Gran Colombia where physical phenomena are class tools that offer spaces of meaning of contents, starting from a situation of The daily life as it is the action of cooling a liquid, having as a principle the socioepistemology, since there is a contribution to the social construction of mathematical knowledge from the modeling, where we intend to reframe the educational practices of the exponential from the law Of Newton's cooling.

The above mentioned is based on the daily practices that from the homes, especially in the families of the students of the seed Mathema Kid's of the University La Gran Colombia have constructed from their experience evidencing the quickest way to cool a liquid, Which is shown in two specific phases that justify the exponential behavior according to the executed laboratory.

Key Words

Socioepistemology, Law of cooling, modeling, resignification, exponential, daily practice, laboratory, physical phenomena.

# 1. ANTECEDENTES

## 1.1 Desde la modelación

### 1.1.1 Las prácticas sociales de modelación en la construcción de lo exponencial.

En la investigación presentada por (Arrieta & Canul, 2014) sobre las prácticas sociales de la modelación se realiza un estudio de las acciones que desarrollan cada uno de los que intervienen en el aprendizaje de las matemáticas para su conceptualización. Dicha investigación se muestra con un carácter social ya que permite que el aprendiz tenga contacto con su contexto y a partir de allí logre nutrir a través de sus prácticas los nuevos conocimientos. En el estudio realizado (Arrieta &Canul, 2014) denominado ""lo exponencial: la ley de enfriamiento de Newton", los participantes construyen lo exponencial como herramienta al intentar comprender y predecir lo que sucede al enfriarse un líquido".

Dicha investigación (Arrieta & Canul, 2014) presenta un enfoque teórico que va a permitir caracterizarla dentro de una práctica social así:

1. *Existe una primacía de las prácticas sobre los objetos, es aquí donde hay una interacción con las herramientas y estas tienen una razón de ser para determinado contexto.*
2. *El contexto es un componente inseparable de las prácticas, ya que es el espacio que permite la aplicación de las prácticas*

3. *El carácter discursivo de la construcción social del conocimiento que se refiere a como cada ser humano participa de la construcción de su conocimiento.*

Como lo mencionan (Arrieta & Canul, 2014) hoy en día hay un acercamiento más profundo con la modelación de fenómenos en el aula, ya que existe un desarrollo de medios tecnológicos que permiten una elaboración de gráficas y datos de forma óptima y rápida; y el desarrollo teórico en el campo de la matemática educativa sobre la modelación. En este sentido se rescatan prácticas donde hay una combinación de intervención con la naturaleza, el trabajo y experimentación, como proceso de matematización en el aula.

Se parte de un diseño experimental de enfriamiento de un líquido, se recolectan los datos, se realizan predicciones a partir de ello y se identifica lo exponencial en las tablas de datos. Las fases se centran secuencialmente en la construcción del modelo, su uso como herramienta y la formación de esquemas.

Esta investigación realizada por Arrieta & Canul, 2014 hace un gran aporte a la presente investigación, ya que brinda herramientas desde la generación de una práctica social, entendida esta como la interacción de cada actor inmerso en el proceso de aprendizaje con el contexto y desde luego con un artefacto que le permite interactuar. De la misma manera dentro de su enfoque teórico presenta como uno de los ejes fundamentales la relación intrínseca que se debe presentar entre el contexto y la práctica

### 1.1.2 La modelación en matemática educativa una práctica para el trabajo de aula en ingeniería.

La investigación de (Córdoba, 2011) hace alusión a que existe una preocupación de los matemáticos educativos en la manera de intervenir y mejorar procesos de aprendizaje, estos tienen como fin que los conceptos aprendidos sean significativos y funcionales, teniendo en cuenta lo anterior la modelación del fenómeno de enfriamiento permite resignificar el conocimiento matemático en particular privilegiando el ejercicio práctico, el cual se nutre y evoluciona con el tiempo.

Según (Córdoba, 2011) para generar procesos de resignificación se deben crear condiciones para ello, el uso situado de un conocimiento y en el ejercicio de una práctica en el cual se puede promover. Esta se orienta bajo una socioepistemología, la cual refiere que la matemática adquiere sentido y significación a partir de otras prácticas, pertenecientes al contexto social y cultural más amplio que el de las matemáticas en sí.

La población escogida por (Córdoba, 2011) para tal fin son quienes estudian ingeniería o realizan algún curso de matemáticas, aproximando la socioepistemología entonces inicia con las prácticas sociales en especial de la modelación del fenómeno de enfriamiento resignificando las ecuaciones diferenciales.

Es importante destacar que los resultados de la investigación de Córdoba, 2011 son necesarios para intervenir en la realidad educativa, relacionando la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas como tal, es así como la modelación juega un papel importante en esta y servirá para poner en uso el conocimiento del fenómeno de enfriamiento.

Esta investigación realizada por Córdoba, 2011 hace un aporte a la presente investigación, ya que brinda herramientas para la enseñanza de las matemáticas con un nuevo enfoque, permitiendo así que sea el docente de matemáticas quien busque espacios pertinentes de enseñanza que permitan una aprehensión más rápida, teniendo en cuenta que es el docente quien debe buscar las condiciones óptimas para el desarrollo de las prácticas.

## 1.2 Desde la socioepistemología

### 1.2.1 Las prácticas de modelación y la construcción de lo exponencial en comunidades de profesionales: un estudio socioepistemológico.

La investigación que hace (Ulloa, 2012) denominada "Las prácticas de modelación y la construcción de lo exponencial en comunidades de profesionales: un estudio socioepistemológico" hace alusión de forma trascendental como la escuela ha minimizado la creación matemática a partir de la experimentación en el laboratorio y cómo la modelación puede verse a través de la vinculación de las prácticas de la escuela con su entorno. Ulloa hace sus aportes desde un ambiente natural como lo es la comunidad pesquera, con la cual quiere dar a conocer las prácticas de la modelación y su relación con lo exponencial, teniendo en cuenta que el mar ha sido un recurso necesario para la vida del hombre y poco a poco han mejorado las técnicas para obtener recursos de allí y cómo requieren herramientas matemáticas para tal fin.

Es así como se expresa en dicha investigación que, la modelación de la evolución de los organismos marinos es una práctica recurrente que sustenta la identidad de las comunidades de los profesionales de la pesca, estableciendo los modelos que permiten llegar a predicciones con el fin de aprovechar al máximo de manera racional los recursos naturales. La mejor prueba de un modelo es su utilidad para la predicción; en este sentido la predicción abarca, no solamente la de los acontecimientos futuros sino también la de todos los valores o acontecimientos no considerados al establecer el modelo (Ulloa, Benítez y Rodríguez, 2008). Aquí se muestra una dirección de las prácticas escolares que otorga el uso de herramientas matemáticas y argumentativas a los estudiantes para enfrentarse a situaciones análogas no escolares.

Además se considera entonces la modelación y en particular la exponencial como puente entre las prácticas de la matemática escolar y la matemática usada en el ámbito profesional. A partir de Fibonacci hay un alcance de los modelos matemáticos en dinámica de poblaciones o en disciplinas que han alcanzado grandes grados de refinamiento.

Es importante resaltar que existe un interés de la enseñanza de las matemáticas en las instituciones educativas, especialmente lo referido a lo exponencial frente a algún fenómeno presentado en la vida cotidiana de los estudiantes, ya que en la escuela los cursos de matemática dado en los diversos grados se aborda la función exponencial, se estudia su gráfica, su derivada e integral, como un tema que constituye el plan de estudios, sin que se ponga de manifiesto su importancia. Y es con el laboratorio que se quiere implementar el sentido de la resignificación a este tipo de prácticas comunes de lo exponencial.

### 1.2.2 Socioepistemología, matemáticas y realidad.

En la investigación que aborda (Cantoral, Reyes Gasperini, & Montiel, 2014) sobre la teoría socioepistemológica de la matemática educativa, estudia fenómenos didácticos del saber matemático, con el fin de explicar la construcción social del conocimiento matemático y la difusión institucional.

Las teorías, en cualquier ámbito del conocimiento humano, juegan un papel preponderante en el intento por comprender al mundo en que vivimos y por entendernos plenamente en él. Particularmente, en el campo de las matemáticas se considera a una teoría como un conjunto de proposiciones cerradas bajo implicación y deducción lógica. La noción de objeto matemático emerge entonces, bajo esta acepción lógica, con una fuerte carga conceptual según la cual saber matemáticas es saber de sus objetos y de sus relaciones. Esta aseveración, en ocasiones sin demasiada reflexión, ha sido trasladada al ámbito educativo, al de su enseñanza en aula, y muy en especial al terreno de las prácticas.

De esta manera la Teoría Socioepistemológica, constituye un problema educativo: el de la significación compartida de objetos abstractos mediante el uso culturalmente situado, lo que quiere decir que el problema mayor en el ámbito educativo no es de la aprehensión individual de objetos abstractos, sino el de la democratización del aprendizaje, que los estudiantes, en tanto ciudadanos, disfruten y participen de la cultura matemática enraizada en sus propias vidas.

Así, la Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa (TSME) se ocupa específicamente del problema que plantea la construcción social del conocimiento matemático y el de su difusión institucional.

## 1.3 Desde la Ley de enfriamiento de Newton y exponencial

### 1.3.1 Sobre la naturaleza y significados de los exponentes. Un caso de los procesos de convención matemática como generadores de conocimiento.

En (Martinez Sierra, 2007) se presenta una reflexión sistemática sobre la naturaleza y significado de los exponentes dentro de la Socioepistemología en matemática educativa dado a las diferentes respuestas de estudiantes relacionadas con éste y algunas situaciones didácticas que son exploradas en el aula.

La situación mencionada motiva a indagar en qué sentido el tema de exponentes puede contribuir al desarrollo del pensamiento matemático de los estudiantes. Tal naturaleza de los exponentes guía las reflexiones y propuestas, que descansan en la idea de que la búsqueda de coherencia es un conocimiento funcional bajo la forma de herramienta de construcción de conocimiento.

Es así como el pensamiento matemático es una forma de pensar particular que permite al ser humano transformarse a sí mismo y a su realidad. El interés básico de los matemáticos educativos, consiste, entonces, en contribuir a entender el desarrollo del pensamiento matemático en situación escolar para que los conocimientos construidos en su seno formen parte “viva” de la manera de pensar de las personas; es decir, que sean conocimientos funcionales.

Dentro de la perspectiva socioepistemológica en Matemática Educativa se considera que al menos cuatro grandes circunstancias condicionan o determinan la construcción del conocimiento matemático en las personas: las cognitivas, las didácticas, las sociales y las epistemológicas, con las cuales se centra el proceso de inmersión de la utilidad de los exponentes dentro de la práctica educativa, generando nuevos conocimientos.

# 2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

## 2.1 Pregunta problema

En la actualidad dentro del ejercicio docente se han evidenciado algunas dificultades por parte de los estudiantes con el aprendizaje de las matemáticas, como aversión por la asignatura, bajo rendimiento académico, falta de entendimiento frente a los algoritmos y conceptos específicos que maneja dicha área, “Tradicionalmente la matemática es de las materias que menos entusiasma a los estudiantes, ya que existe un rechazo hacia ésta y en ocasiones es tildada como difícil y carente de uso práctico en la vida, pues se reconoce con frecuencia que ésta es de carácter abstracto” (Ruiz, 2008). Lo anterior lleva a enunciar algunas dificultades como: un aprendizaje memorístico y limitación para relacionar comprensivamente a los conceptos matemáticos con diferentes aplicaciones y situaciones cotidianas, el desarrollo de procesos meramente numéricos y reemplazo de valores en fórmulas, sin llegar a comprender y relacionar los conceptos fundamentales que se desprenden de hechos reales, el bajo nivel en el proceso de producción escrita en la descripción y solución de problemas de situaciones cotidianas o la baja participación en las discusiones en el aula, referentes a la utilidad de un modelo. También se encuentra de la misma manera la poca relación que se establece entre las matemáticas con otras ciencias, y en particular con la física dado que la matemática se presenta muy alejada de las situaciones de la vida real y se han presentado de una manera más analítica y algorítmica, no con miras a la resolución de problemas. La física por su lado brinda escenarios a las matemáticas para que estas a su vez tengan una mayor significación a la hora de ser enseñadas, la importancia de estos escenarios está dada en la posibilidad que tiene el estudiante de acercarse a un conocimiento matemático por medio de una práctica.

En la misma dirección se encuentra una dificultad importante y es relacionada con lo que el estudiante sabe desde sus saberes culturales, dado que la escuela no permite poner en uso esos conocimientos ya establecidos, pues se puede evidenciar en el currículo la desarticulación existente en estas disciplinas, especialmente matemáticas y física, donde sus conceptos son específicos de manera independiente sin vincular significados que pueden complementarse entre ambas áreas del conocimiento. Se debe rescatar la importancia de los saberes culturales de los estudiantes y estos deben ser empleados dentro de la clase como herramienta para adquirir nuevos conocimientos. De igual forma Gimenez Font (2015) explica cómo la enseñanza de las matemáticas en un contexto científico tiene ciertas dificultades como:

- Abstracción: las famosas "x" que aparecen por todas partes, y que para la mayoría de los alumnos son como ajenas a su contexto.

- Simbología: a las variables se añaden símbolos como el sumatorio, la integral, las funciones... así como difíciles gráficas. Un verdadero idioma de difícil aprendizaje, sobre todo cuando no se trabaja su consolidación suficientemente.

- Postulados: los conjuntos de definiciones de partida, que permiten deducir un montón de resultados y propiedades.

- Compartimentación: impartir las matemáticas aisladas del resto de las ciencias impide reconocerlas cuando deben ser utilizadas.

De la misma manera se evidencia la dificultad particular del aprendizaje de un modelo exponencial dentro de la escuela, ya que por un lado es un tema que frecuentemente se desarrolla dentro de un contexto que resulta para el estudiante ajeno y superficial, ya que no se encuentra inmerso o situado en muchas ocasiones en la situación propuesta ya sea en clase o en los libros, por otro lado estudiado desde la variación, las relaciones de acuerdo al comportamiento exponencial puede ser difícil de comprender debido al concepto de variación empleado dentro de dicho modelo.

La enseñanza de las ciencias participa también de las dificultades anteriores, por tener las matemáticas como su lenguaje de expresión. Además, presenta dos problemas propios, la comprensión de muchos hechos físicos es mucho más fácil si se conocen previamente, de forma que el alumno los pueda "visualizar". El problema es que este conocimiento no se enseña explícitamente, por lo que su asimilación depende mucho de la experiencia y hábitos de reflexión previos de los estudiantes.

Es así como conceptos determinados dentro del plan de estudios curricular escolar como la Ley de enfriamiento de Newton, han sido trabajados de forma independiente en asignaturas como física y matemáticas separadas completamente sin dar uso o practicidad en conjunto, por ende los estudiantes no han encontrado una articulación válida e interesante de estas ciencias con lo cotidiano, lo que resulta importante de estudiar y establecer es dicha vinculación con efectividad en la asimilación y aplicación de conceptos, como lo expresa (Arcavi, 2006) "el aprendizaje de las matemáticas y las prácticas matemáticas tienen lugar en contextos extraescolares, ajenos  del mundo académico", ya que los estudiantes están en constante aprendizaje tanto dentro como fuera del ámbito escolar, y resulta ser más representativo lo percibido en el mundo exterior que asistiendo a clases con rigurosidad, es por eso que la vinculación de dichos saberes ha sido un factor problemático para la enseñanza de las matemáticas, ya que no se han gestionado espacios que permitan el enriquecimiento de los saberes de forma práctica, como lo puede ser el modelo exponencial junto con la Ley de enfriamiento de Newton.

Teniendo en cuenta todo lo anterior, se plantea el siguiente interrogante: ¿Cómo construir un escenario a partir de la Ley de Enfriamiento de Newton que permita la resignificación de lo exponencial con prácticas cotidianas?

## 2.2 Objetivo General

Desarrollar un laboratorio didáctico basado en prácticas cotidianas para la resignificación de lo exponencial a partir de la Ley de Enfriamiento de Newton.

## 2.3 Objetivos Específicos

Diseñar un laboratorio didáctico respecto a la modelación matemática que aporte elementos a la construcción de lo exponencial a partir de la Ley de enfriamiento de Newton.

Implementar el laboratorio didáctico mediante actividades mediadas por la experimentación que resignifique lo exponencial a partir de la Ley de Enfriamiento de Newton.

Evaluar el laboratorio didáctico para la resignificación de lo exponencial a partir de la Ley de Enfriamiento de Newton.

## 2.4 Justificación

En la actualidad el docente en el aula busca encontrar mecanismos para incentivar y fortalecer los procesos de desarrollo cognitivo; recordando que el aprendizaje "constituye un cambio de comportamiento resultante de la experiencia. Se trata de un cambio de comportamiento o de conducta que asume varias características. Es una respuesta modificada estable y durable, interiorizada y consolidada en el propio cerebro del individuo" (Da Fonseca, 2004, pág. 65). Las necesidades educativas presentes en los procesos de aprendizaje y enseñanza son diversas, siendo los estudiantes, docentes, padres y el estado, los actores permanentes y fundamentales en el contexto de un individuo.

En este caso los estudiantes del semillero Mathema kids pueden caracterizarse por convivir en la comunidad del barrio Los Laches, lugar donde se encuentra ubicada la institución educativa de la Localidad Tercera de Bogotá, que facilitó la participación de los estudiantes que conforman el semillero MATHEMA KIDS, y que hicieron posible el desarrollo del presente trabajo. El grupo Mathema Kids es un proyecto educativo de la Universidad La Gran Colombia, en el que participan jóvenes estudiantes entre los 11 y los 14 años, con el que pretende enseñarles el uso de las matemáticas y la informática aplicadas a la cotidianidad y cómo estas pueden ponerse en práctica para beneficiar a su comunidad. Son jóvenes de los grados sexto, séptimo y octavo del colegio público Los Pinos, ubicado en el barrio Los Laches en los cerros orientales de Bogotá, quienes han sido beneficiados con este programa desarrollado por la Facultad de Matemáticas y Tecnologías de la Información.

Dentro de dicho proceso de enseñanza y aprendizaje se puede evidenciar cómo a lo largo del tiempo las matemáticas han estado presentes en el desarrollo social y cultural, como en el ámbito educativo, en el cual se incluye como disciplina de enseñanza dentro de los contenidos curriculares de la educación básica, media y superior, también puede entenderse como, “las matemáticas son una forma de conocer el mundo que permite a las personas aprender a comunicarse y además aprender a explorar, a interpretar, a conjeturar y a predecir las cosas que suceden a su alrededor” (Tarazona & Vega, 2007), es decir, que es por medio de las matemáticas que se desarrolla el pensamiento lógico el cual permite al hombre formular, argumentar y resolver problemas de su entorno. Dentro del aula de clase se deben trabajar las competencias ciudadanas con el fin de promover ciertas habilidades como el trabajo en equipo, el respeto por el otro, la importancia de respetar los diferentes puntos de vista y sobretodo la participación, la intención es que el docente logre presentar a los estudiantes un trabajo en cual tenga la oportunidad de compartir con sus compañeros, escuchar y socializar sus diferentes puntos de vista, indagar a cerca de las dudas que se van presentando, explicar los procedimientos realizados y llegar a acuerdo respecto al trabajo que se pretendía desarrollar, con esto se ha trabajado desde el área de matemáticas las competencias ciudadanas. Sin embargo se ha podido comprobar en los resultados obtenidos en matemáticas en pruebas como las PISA que tienen como propósito obtener evidencia comparativa del desempeño de los estudiantes en las áreas de lectura, matemáticas y ciencias, y de su evolución en el tiempo. El menor desempeño se registró en matemáticas. Menos de la quinta parte (18%) de los evaluados alcanzó el nivel mínimo (dos). Estos estudiantes pueden interpretar situaciones en contextos que sólo requieren una inferencia directa, utilizar algoritmos, fórmulas, procedimientos o convenciones elementales y efectuar razonamientos directos e interpretación literal de los resultados. Sólo 10 de cada 100 mostraron competencias en los niveles tres y cuatro (MEN, 2008), con esto es evidente que los estudiantes no logran interpretar problemas y dar solución a estos cuando no son de inferencia directa, cuando estos requieren de la estructuración de la situación para lograr su interpretación y solución. No muy lejano a estos resultados están los resultados en pruebas nacionales como las pruebas Saber 11°, en los cuales los estudiantes no presentan resultados satisfactorios. Las pruebas Saber 11° evalúan tres competencias las cuales son: comunicar, razonar y solucionar problemas, englobadas en los tipos de pensamiento numérico, métrico y aleatorio principalmente. Esta última competencia es la que genera los principales problemas de los estudiantes, ya que necesitan desarrollar un conjunto de destrezas que les permitan solucionar problemas en diferentes contextos, y además, comunicarse a través de lenguaje matemático, lo que la escuela no permite al estudiante realizar, ya que se encarga de que estos adquieran conocimientos más ligados a los conceptos y a los algoritmos que a los significados.

Otro de los efectos que tiene la falta de conocimiento en matemáticas y que se presenta en la educación en general es el subdesarrollo, puesto que una población poco formada no presenta avances en tecnología ni investigaciones que le permitan ser competitivas dentro de la industria, para lograr un camino a la vía del desarrollo debe haber una mayor y constante formación de los docentes, unas instalaciones propicias para el aprendizaje de las tecnologías y las matemáticas, y lo más importante docentes capacitados en la realización de prácticas que permitan profundizar los conocimientos adquiridos; lo anterior permite evidenciar la importancia del papel de las matemáticas en el avance de la ciencia y tecnología y lleva a pensar como el desconocimiento de esta ciencia deja relegado a un país como Colombia a ser un país en vía de desarrollo.

De esta manera cada proceso de enseñanza y aprendizaje puede verse incluido en el contexto, teniendo en cuenta que éste “desde siempre ha jugado un papel importante ya que es un componente inseparable de las prácticas; y tiene que ver con el carácter discursivo de la construcción social del conocimiento” (Arrieta, 2012). Es por eso que resignificar incluye características propias del individuo en cuanto a su cultura o contexto, que se puede considerar como el primer escenario de aprendizaje. Por tanto dentro de la profesión docente es pertinente determinar dichas características, asociarlas a los saberes que tiene el estudiante desde otros ambientes externos al ámbito escolar, con el fin de enriquecer el aprendizaje y así mismo resinificar las prácticas docentes.

Así se evidencia cómo la socioepistemología adhiere su sentido dentro de la relación contexto y aprendizaje como lo expresa (Córdoba, 2011) “dentro de la socioepistemología, la matemática tiene sentido y significación a partir de otras prácticas, pertenecientes al contexto social y cultural más amplio que el de las matemáticas en sí”, esto implica concebir las matemáticas más allá de simples algoritmos o mecanismos sistemáticos que se pueden percibir dentro de las prácticas en nuestro ejercicio docente, además permitirle a los estudiantes reflexionar sobre el sentido práctico que tiene esta ciencia.

Teniendo en cuenta que no ha sido evidente una concatenación de los saberes culturales dados por la experiencia de los estudiantes con los saberes enseñados en el aula de clase, es importante determinar la manera que unifique dichos saberes o conocimientos, enriqueciendo el aprendizaje de las matemáticas a partir de prácticas cotidianas involucradas en el contexto, con el fin de percibir en la escuela, cómo el enfriamiento de cualquier líquido en casa según ejercicio diario puede verse reflejado con las leyes de termodinámica, explicadas en la Ley de enfriamiento de Newton y éstas generan así un comportamiento exponencial, que estaría vinculado con el saber matemático, entonces puede ser evidente la relación de las prácticas cotidianas de los estudiantes, con fenómenos naturales explicados desde la ciencia, en este caso la física y su explicación desde conceptos matemáticos, que implica establecer una representación específica de dicho comportamiento, y es labor del educador determinar los mecanismos adecuados para enriquecer dicho aprendizaje de la manera más óptima.

Dentro del ejercicio docente en el cual se está inmerso se evidencian ciertas dificultades con la representación de situaciones a través de modelos, en este contexto educativo es importante relacionar los contenidos que se van a trabajar con la experiencia que tienen los estudiantes en su vida cotidiana, esto le da importancia especial al contexto y conlleva a un aprendizaje. La idea principal de este trabajo es presentar un escenario significativo para diversificar las prácticas de la enseñanza de lo exponencial a partir de los saberes culturales de los estudiantes, con el fin de confrontarlos con lo aprendido en la escuela y luego sean los estudiantes quienes determinen las conclusiones de lo aprendido, relacionando sus conocimientos iniciales con lo desarrollado a lo largo de su paso por dentro del ámbito escolar.

# 3. MARCO CONCEPTUAL

## 3.1 Ley de enfriamiento /calentamiento de Newton.

De acuerdo con la ley empírica de enfriamiento/calentamiento de Newton, la rapidez con la que cambia la temperatura de un cuerpo es proporcional a la diferencia entre la temperatura del cuerpo y la del medio que lo rodea, que se llama temperatura ambiente. Si $T(t)$ representa la temperatura del cuerpo al tiempo $t$, $T_m$ es la temperatura del medio que lo rodea y $\frac{dT}{dt}$ es la rapidez con que cambia la temperatura del cuerpo, entonces la ley de Newton de enfriamiento/calentamiento traducida en una expresión matemática es:

$$\frac{dT}{dt} \propto T - T_m \quad o \quad \frac{dT}{dt} = k(T - T_m) \qquad (1)$$

Donde $K$ es una constante de proporcionalidad. En ambos casos enfriamiento o calentamiento, si $T_m$ es una constante se establece que $K < 0$. (Zill, 2014, pág. 21)

La ecuación (1) es una ecuación diferencial lineal, ordinaria y de primer orden, es decir una función que puede ser expresada en la siguiente forma

$$y' + a(x)y = b(x) \qquad (2)$$

Ajustando variables:

$$T' + a(t)T = b(t) \qquad (3)$$

Para solucionar (2) o su equivalente (3) se multiplican ambos miembros de la ecuación por una función (factor integrante) que permitirá integrar ambos miembros de la ecuación. El factor integrante se obtiene a partir de: $\mu = e^{\int a(t)dt}$

Paso 1: transformar (1) en (3).

$$\frac{dT}{dt} = k(T - T_m) \tag{4}$$

$$T' = kT - kT_m \tag{5}$$

$$T' - kT = -kT_m \tag{6}$$

donde

$$a(t) = -k \ ; \quad b(t) = -kT_m \tag{7}$$

por lo tanto

$$\mu = e^{\int -kdt} \tag{8}$$

$$\mu = e^{-kt} \tag{9}$$

$$e^{-kt}T' - e^{-kt}kT = -e^{-kt}kT_m \tag{10}$$

$$\left(e^{-kt} \cdot T\right)' = -kT_m e^{-kt} \tag{11}$$

$$\int \left(e^{-kt} \cdot T\right)' dt = \int -kT_m e^{-kt} \tag{12}$$

$$e^{-kt} \cdot T = -kT_m \int e^{-kt}\, dt \qquad (13)$$

integrando el miembro derecho

$$e^{-kt} \cdot T = T_m e^{-kt} + C \qquad (14)$$

multiplicando ambos miembros por $e^{kt}$

$$T = T_m + e^{kt}\, C \qquad (15)$$

Como $T$ depende de $t$

$$T(t) = Ce^{kt} + T_m \qquad (16)$$

La función (4) es solución de (1), donde la constantes $C$ y $k$ se obtienen a partir de condiciones iniciales de la forma $T(t_i) = T_i$.

La ecuación (4) tiene la forma de una función exponencial. A continuación se expondrán generalidad de este tipo de función.

Isaac Newton, considerado por la comunidad científica como uno de los más grandes científicos de todos los tiempos, (por no decir el más grande), intervino en distintos campos de la ciencia, desde el desarrollo del cálculo, que comparte con el gran matemático alemán Wilhelm Gottfried Leibniz, pasando por los trabajos de descomposición de la luz blanca en el espectro visible que dieron origen a la teoría moderna de la óptica, sin olvidar el avance que significó el descubrimiento de la física moderna a partir del planteamiento de las tres leyes del movimiento, y por último el descubrimiento de la gravitación universal que permitió, en gran medida, organizar y entender el cosmos. Mundialmente aceptados y exaltados, los aportes de Newton no tienen igual, de ahí que Alexander Pope (notable poeta inglés) exclamara: La Naturaleza y sus leyes permanecían ocultas en la noche. Dijo Dios: ¡Sea Newton! Y todo fue luz. Su obra cumbre, Principios matemáticos de la filosofía natural, fue dividida en tres libros donde se recopila gran parte de estos trabajos, en especial los relacionados con calculo y mecánica. Registró de igual forma, las tres leyes del movimiento que fueron la base para explicar el movimiento planetario.

Una faceta menos conocida en la vida de Isaac Newton fue la de intendente en la Casa de la Moneda de Londres donde cumplió funciones casi detectivescas. Destinado por cuatro años a desenmascarar a los falsificadores de la moneda inglesa, Isaac Newton se enfrentó con éxito a un gran número de ellos sin que estos, por más que intentaran elaborar fraudes sistemáticos e ingeniosos, crearan mella en la capacidad mental del genio de Lincolnshire, que a los cincuenta y ocho años de edad direccionaba su capacidad mental en fraguar con suspicacia, planes para combatir las mal intencionadas acciones de los insurrectos del imperio. Pero, para que este episodio cumpliera con todos los cánones de una verdadera novela negra debía existir un antagonista que pusiera a prueba la inteligencia del estratega. Y fue precisamente uno de los más astutos y buscados adulteradores, que había puesto en jaque a las autoridades londinenses, quien tuvo la osadía de complicar al todopoderoso Newton, se trataba de: William Chaloner. Al igual que Newton Chaloner llegó a Londres mostrando capacidades intelectuales notables que con el paso del tiempo fueron encaminadas por linderos oscuros que lo llevarían a enfrenarse con una de las mentes mejor preparadas de Europa. Su pasado, un tanto oscuro, estuvo signado por la suerte familiar, que a diferencia de la de Newton, no gozo de privilegios económicos ni sociales y al contrario, estuvo sujeta a las inclemencias de la revolución industrial que en Inglaterra se hicieron sentir con mayor rigor. Por tanto, su arribo a Londres fue difícil y complejo como le sucedía a la mayoría de inmigrantes que llegaban a la capital inglesa sin ninguna referencia que les hubiese permitido engrosar las filas de la manufactura o comercio londinense, restringido y conformado aun en aquel tiempo (segunda mitad del siglo XVII), por maestros artesanos y aprendices. Por tanto, el acceso al sector artesanal o comercial era casi imposible debido al control ejercido por esta minoría, que organizaron, sin llegar a exagerar, sociedades herméticas en ambos sectores hasta el punto de decidir sobre la vida de aquellos que intentaban, por sus propios medios, hacer carrera en el comercio, como se menciona en (Levenson, 2011):

> "*En 1742, un hombre que había tenido la osadía de fabricar sombreros sin haber sido nunca aprendiz murió apaleado a manos de un grupo de sombrereros londinenses. Unas veinticinco personas controlaban el comercio del queso entre Londres y la principal región productora, Cheshire, formando así un cártel que imponía sus precios a centenares de pequeños vendedores*"

Para emplearse en oficios que permitieran gozar de tranquilidad y comodidad en Londres, más allá de la simple supervivencia, los allegados a la capital tenían dos opciones: la primera, contar con una recomendación por parte de un maestro artesano de la población de origen. Esta referencia no garantizaría su filiación, pero existía mayor probabilidad que así lo fuera. Segundo, y fue la opción elegida por Chaloner, vincularse con el bajo mundo londinense proclive a realizar todo tipo de delitos, desde el hurto hasta la prostitución organizada en casas de lenocinio. Al igual que las organizaciones comerciales y artesanales, las bandas delincuenciales restringían el acceso de foráneos en sus filas, por lo que William Chaloner actuó con cautela para escalar en las altas esferas de la delincuencia.

Antes de llegar a Londres Charloner viajó de su región natal  Warwickshire a la pequeña ciudad inglesa de Birmingham donde fue aprendiz de un maestro en la elaboración de clavos. Por las incidencias de la revolución industrial parte de la fabricación de este elemento de herrería, que se hacía de forma manual uno por uno, fue sustituida por la producción en masa de la siguiente forma:

"Las largas varillas metálicas se hacían con una máquina cortadora hidráulica inventada en Lieja (Bélgica) en 1565 y exportada a Inglaterra a principios del siglo XVII. La energía hidráulica impulsaba un doble rodillo liso, encargado de prensar las barras de hierro candente hasta producir planchas gruesas, y otro surcado que cortaba éstas en varillas". (Levenson, 2011)

La participación de Chaloner en la elaboración de clavos fue mínima, pero suficiente para entrenarse en la manipulación de herramientas y materia prima relacionada con este oficio artesanal. Una vez en Londres aplicó su destreza en la elaboración de relojes de imitación los cuales eran demandados por  sectores de la población que no podían acceder a los relojes originales. Sin embargo, el diseño del reloj no se limitó exclusivamente a la maquinaria que lo caracteriza, Chaloner había adicionado un elemento nuevo que tenía como objeto satisfacer la concupiscencia y el morbo humanos: un consolador. Se pone en tela de juicio que William Chaloner haya aprendido en tampoco tiempo el arte de la relojería, en la que un aprendiz tardaría aproximadamente siete años, por esta razón se conjetura que su labor se restringió a modificar los ya existentes e incorporar el elemento mencionado. Los resultados lucrativos fueron pocos en comparación con las nuevas amistades logradas en el mundillo desaprensivo de Londres. Con una de estas  amistades, fingió, en una población agobiada y flagelada por la enfermedad como lo era el Londres del siglo XVII y XVIII, las dotes de médico, actividad que le permitió ser acreedor de un sustancioso ingreso, suficiente para sostener el pago de su residencia. Más adelante se involucró con bandas asociadas al robo que le comprometieron con las autoridades londinenses, obligándolo a huir y establecerse en un suburbio de la capital inglesa. Una vez allí, Chaloner aprendió un modesto pero eficaz oficio que le permitiría desarrollar a futuro de forma efectiva su actividad como falsificador, y del cual Isaac Newton hace mención al realizar una perfilación de Chaloner, se trataba de la doradura. Inicialmente destinada para el recubrimiento de prendas ajadas que eran vendidas a bajo costo, Chaloner vio en esta humilde actividad una forma de recubrir no solo prendas sino piezas de plata que haría pasar como monedas de oro. Para convertirse en el falsificador que fue, Chaloner asimilo otros procedimientos dirigidos a la manipulación de metales.

De acuerdo a la base histórica anterior es posible evidenciar como Newton observó que al calentar al rojo un bloque de hierro y tras retirarlo del fuego, el bloque se enfriaba más rápidamente cuando estaba muy caliente, y más lentamente cuando su temperatura se acercaba a la temperatura del aire.

### 3.2 Función exponencial

En matemáticas el concepto de función es importante para describir de forma cuantitativa la relación existente entre dos magnitudes. La función exponencial no es la excepción a la regla y es aplicada en gran variedad de fenómenos entre los que se menciona con relativa frecuencia el crecimiento de poblaciones, el interés compuesto, la desintegración radiactiva entre otros.

Si escogemos un número real positivo $b$, con $b \neq 1$, la expresión $f(x) = b^x$ con $x \in \mathbb{R}$ define la función conocida como exponencial de base $b$.

Consideremos un caso particular donde $b = e$.

Por definición

$$e = \lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n \approx 2.718281828459045 \ldots \qquad (17)$$

Al igual que $\pi$, o $\sqrt{2}$ es considerado un número irracional debido a que no puede ser expresado de la forma $\frac{a}{b}$.

A continuación mostraremos como la serie (18) es una expresión equivalente de (17) y por lo tanto otra forma de poder aproximarse a $e$.

$$e = 1 + 1 + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \cdots \qquad (18)$$

$$e = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} \qquad (19)$$

Comenzando con el miembro derecho de (17), sin el limite

$$\left(1+\frac{1}{n}\right)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} \frac{1}{n^k} \qquad (20)$$

$$\left(1+\frac{1}{n}\right)^n = \binom{n}{0}\frac{1}{n^0} + \binom{n}{1}\frac{1}{n^1} + \binom{n}{2}\frac{1}{n^2} + \binom{n}{3}\frac{1}{n^3} + \cdots \qquad (21)$$

$$\left(1+\frac{1}{n}\right)^n = 1 + n\cdot\frac{1}{n} + \frac{n!}{2!\,(n-2)!}\cdot\frac{1}{n^2} + \frac{n!}{3!\,(n-3)!}\cdot\frac{1}{n^3} + \cdots \qquad (22)$$

$$\left(1+\frac{1}{n}\right)^n = 1 + 1 + \frac{n(n-1)(n-2)!}{2!\,(n-2)!\;n^2} + \frac{n(n-1)8n-2)(n-3)!}{3!\,(n-3)!\,n^3} + \cdots \qquad (23)$$

$$\left(1+\frac{1}{n}\right)^n = 1 + 1 + \frac{(n-1)}{2!\,n} + \frac{(n-1)(n-2)}{3!\;n^2} + \cdots \qquad (24)$$

$$\left(1+\frac{1}{n}\right)^n = 1 + 1 + \frac{1}{2!}\left(1-\frac{1}{n}\right) + \frac{1}{3!}\left(1-\frac{1}{n}\right)\left(1-\frac{2}{n}\right) + \cdots \qquad (25)$$

Aplicando límite a ambos lados de la igualdad

$$\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n = 1 + 1 + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \cdots = e \qquad (26)$$

La variable independiente $x$, como ya se indicó, puede tomar cualquier valor real. Números irracionales como $\pi, \sqrt{2}, \sqrt{3},$ entre otros, son valores admisibles para $x$, pero el significado de $3^{\sqrt{2}}$, implica análisis de cálculo avanzado, y sus valores serán obtenidos por medio de calculadora. Para observar el comportamiento de esta función asignaremos valores a la variable independiente $x$ y obtendremos los valores respectivos para $f(x) = e^x$

| $x$ | $e^x$ |
|---|---|
| -4 | 0.018 |
| -$\pi$ | 0.043 |
| $-\sqrt{2}$ | 0.243 |
| -2 | 0.135 |
| -1 | 0.367 |
| $-\frac{1}{2}$ | 0.606 |
| 0 | 1 |
| $\frac{1}{2}$ | 2.718 |
| 1 | 2.71 |
| 2 | 7.38 |
| $\sqrt{2}$ | 4,11 |
| $\pi$ | 23.1 |
| 4 | 54.5 |

**Tabla 1: Tabla valores función exponencial**

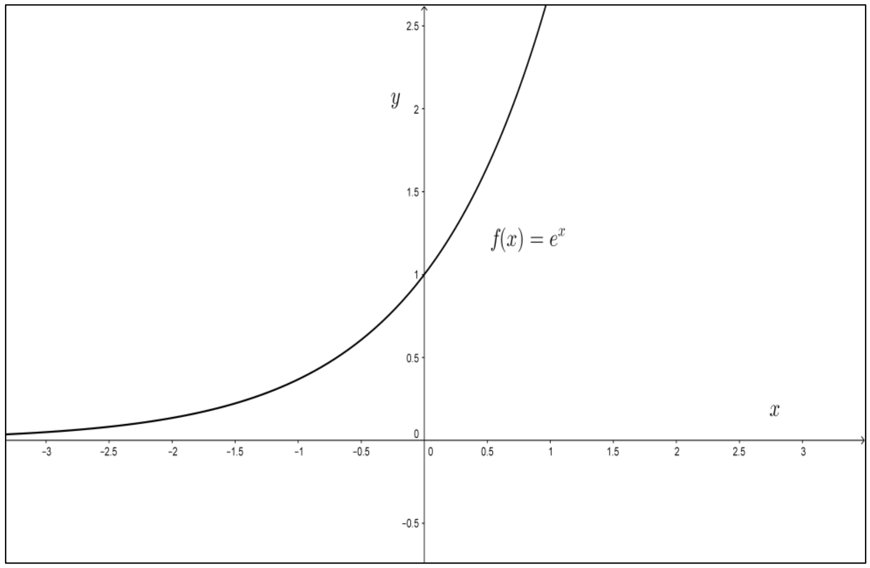



**Ilustración 1: Grafica función $f(x) = e^x$**

Observaciones:

1. Si $x > 0$ , $f(x) > 1$
2. Si $x < 0$ , $f(x) \to 0$
3. $D_f = \{x | x \in \mathbb{R}\}$
4. $R_f = \{y | y > 0\}$, que define la asíntota horizontal $y = 0$
5. $f(x) = e^x$, es una función inyectiva, es decir para dos valores diferenciados del dominio se obtendrán dos imágenes distintas: Si $x_1 \neq x_2$ entonces $e^{x_1} \neq e^{x_2}$.

### 3.3 Temperatura.

El concepto de temperatura al igual que su familiar más cercano el calor, no fueron entendidos en plenitud hasta bien entrado el siglo XIX. Para lograr precisión en la definición de esta magnitud fue necesario que evolucionaran tanto la técnica como de las ramas científicas que estaban en auge en ese momento.

La sensación de calor es una de las más notables en la naturaleza y afecta de forma directa la percepción de los individuos. Para algunos casos es necesaria una agudeza superlativa en el sentido del tacto para percibirlo, lo que da a entender que es una sensación subjetiva. Dado dos objetos es posible clasificarlos según su nivel de calor o frio. Pero existen casos particulares donde la anterior observación no es evidente a la percepción, "*algunas veces, cuerpos muy fríos se sienten calientes y cuerpos de materiales diferentes que están a la misma temperatura nos parece que están a temperaturas diferentes*". (Van Wylen & Sonntag, 1980)

Estas dos cualidades (frio y calor) fueron relacionadas, tanto por la filosofía de la antigüedad como por la escolástica medieval, con las ideas de atracción y repulsión. La mayoría de personas considera el clima cálido más agradable, de ahí que sea aceptado de forma regular respecto al que se presenta en zonas donde el frio prevalece. Pero estas consideraciones pueden ir más allá de un simple deseo y estar determinadas por factores de salud. Fue precisamente esta debilidad del organismo humano la que abrió las puertas al calor para incursionar de forma decisiva en el ámbito científico. Para un médico era notoria la relación existente entre la enfermedad y el nivel de calor manifestado por el organismo. Las medicinas debían ser paliativos contra la alteración en los niveles de calor, y su eficacia se valoraba en cuanto fuera posible equilibrarlo dentro de los límites normales.

En tiempos de Galeno (eminente médico de la antigüedad que vivió entre el 130 d.c y el 210 d.c) se creó una escala de medicinas, que estaba relacionada con la incidencia que tenían sobre el nivel alterado de calor del individuo enfermo. La medicina, con la que se pretendía combatir los quebrantos de salud, estaba constituida por una mezcla de otras sustancias (medicinas constituyentes), que se ubicaban en la escala según un grado que podría ser de calor, frio, humedad o sequedad. Estos dos últimos, se creía, eran cualidades con las cuales era posible contrarrestar los efectos del calor y frio cuando se encontraban por fuera de los límites que caracterizan a una buena salud. Por lo tanto una medicina estaba caracterizada desde lo cualitativo (frio, calor, húmedo y seco) y desde lo cuantitativo al elegir las proporciones adecuadas de las sustancias que conformarían la medicina que permitiría aliviar la enfermedad.

Es de este sustantivo, mezcla, de origen latino, donde se origina la palabra temperatura, una procedencia que no es imaginable en la actualidad debido a la connotación que de esta palabra existe. Estas ideas, sobre todo la de generar una escala por grados para el calor, prevaleció por varios siglos. Se obtuvo progresos significativos desde la edad moderna con las incursiones de científicos, (o naturalistas, como eran llamados en esa época) de la importancia de Galileo Galilei, santorio santorio (medico), Cornelius Jaconszoon Drebbel (inventor), Kaspar Enn, Otto von Guericke, el vidriero holandés Daniel Fahrenheit e Isaac Newton entre otros, que lograron avances en la técnica de los instrumentos de medición , de lo que hasta ese entonces no se habían podido determinar, pero que estaba asociado al calor o a la temperatura. Porque algo si es cierto, se construyó gran cantidad de termómetros, pero no se sabía con certeza que era lo que median.

Se logró establecer con exactitud la definición de temperatura hasta finales del siglo XIX con el surgimiento de la termodinámica. Esta rama de la física es la síntesis de gran cantidad de trabajos realizados por científicos europeos, dentro de los que se puede mencionar a Nicolás

Léonard Sadi Carnot (1796-1832) quien en rigor, es considerado el padre de la teoría del calor. Sus ideas, según los expertos, no se alejan en magnitud e importancia a la ley de la inercia. En su momento Carnot observó lo siguiente respecto al movimiento producido por el calor, principio en el cual se fundamenta el funcionamiento de las máquinas térmicas entre las que se puede mencionar la de vapor:

> *Para analizar el principio de la obtención de movimiento a partir del calor en toda su extensión, es necesario estudiarlo independientemente de cualquier tipo de agente, es necesario utilizar razonamientos aplicables no sólo a las máquinas de vapor sino a cualquier máquina térmica imaginable, cualquiera que sea la sustancia puesta en acción y el medio por el cual se actúa sobre ella.*

Junto a las idead de Carnot sobre el calor los trabajos de Julius Von Mayer (1814-1879) sobre la conservación de la energía fueron los precedentes para, años más tarde, formular los principios de la termodinámica, de lo cual se encargaría Rudolf Julius Emmanuel Clausius y Benjamin Thompson.

En (Alonso & Finn , 1976) la temperatura T de un sistema se define como una cantidad relacionada con la energía cinética promedio de las partículas en el sistema-C, donde este sistema es "el llamado sistema del centro de masa"(p 242)., donde el momentum total (producto de la masa por la velocidad de una partícula) es cero, conveniente para analizar experimentos de forma más simple. Un concepto asociado al de temperatura es de calor, en términos generales este corresponde a la percepción ocasionada por el movimiento continuo de las partículas que constituyen a una sustancia. La relación entre el calor y la temperatura queda aclarada en la siguiente cita:

> *El calor es la cantidad de energía que posee un cuerpo y la temperatura es el nivel alcanzado con esta cantidad de calor. Para comprender esta idea sirve de ayuda la siguiente comparación: en un depósito puede haber mucho líquido y sin embargo alcance poco nivel o viceversa. Todo depende de las dimensiones del depósito. Similarmente un cuerpo puede recibir gran cantidad de calor t aumentar poco su temperatura (Sintes Olives, 1982, pág. 186)*

# 4. MARCO TEÓRICO

## 4.1 Base Socioepistemológica

Hablar de construcción social de conocimiento requiere comprender de qué forma la educación está implícita dentro de los saberes que el estudiante adquiere dentro y fuera de la escuela, ya que puede evidenciarse que su aprendizaje está compuesto por diversos factores internos o externos que hacen parte de su vida cotidiana. Por tanto la socio epistemología "permite tratar fenómenos de construcción social del conocimiento y su difusión institucional partiendo de la importancia de incorporar dimensiones socioculturales y mecanismos asociados a la didáctica que alimenten la acción educativa" (Cantoral, R., 2013, pág. 162)

Como lo explica Ricardo Cantoral el saber matemático comprende diversas dimensiones que interactúan entre ellas, éstas son: Cognitiva, didáctica, epistemológica y social, constituyendo los saberes de manera que sean funcionales y transversales. Así (Vergnaud, 1990), analiza como la relación entre conocimientos implícitos y explícitos, presentes en distintas situaciones adquieren sentido para el niño, de esta forma se puede entender cómo el autor hace referencia sobre el concepto el cual se considera conocimiento objetivable, teniendo en cuenta que las situaciones del mundo real hacen parte de esa comprensión que el estudiante construye con el tiempo. Se debe resaltar como el contexto está directamente relacionado con el aprendizaje del niño y produce un conocimiento implícito en la acción de conocer. Al relacionar tales aspectos se puede deducir entonces que existe una *construcción social del conocimiento*.

De acuerdo a las dimensiones mencionadas, en palabras de Cantoral se pueden entender de la siguiente manera: La dimensión didáctica hace alusión al discurso matemático escolar, dirigido a los procesos de enseñanza a los aprendices generando una verdadera sociedad de conocimiento. La dimensión epistemológica se ocupa de analizar la problematización del saber y los constructos característicos de éste, profundizando en las circunstancias que hacen posible la construcción del conocimiento matemático y estableciendo relaciones entre el sujeto y objeto, centralizado en la actividad humana en contextos socioculturales. La dimensión cognitiva se refiere a los procesos mentales relacionados con el razonamiento y pensamiento y las formas de apropiación y significación dadas a la experiencia obtenida en diversas situaciones, produciendo lo denominado como acción cognitiva. La dimensión social y cultural del saber se centra en los roles que ejercen los actores y lo que tienen que saber en cuanto a la construcción social del conocimiento, hay una especificación frente al uso del saber en situaciones específicas. (Cantoral, R., 2013, pág. 165)

Se puede comprender la práctica social en palabras de Camacho como “la actividad del ser humano sobre el medio en el que se desenvuelve, a través de éstas el hombre da sentido a los problemas fundamentales de la ciencia, sometiéndolos a las complejas relaciones entre ellos y su entorno”. (Camacho, 2010) teniendo en cuenta dicha definición es posible percibir cómo dichas prácticas sociales reflejan la normativa de la actividad humana, lo cual se asemeja según la teoría socioepistemológica a la construcción de una explicación sistémica de los fenómenos didácticos en el campo de las matemáticas, donde hay un sentido amplio de los *fenómenos sociales relativos del saber*, a partir de esto puede considerarse entonces como práctica social las manifestaciones realizadas por los seres humanos a fín de resolver problemas matemáticos.

Es importante resaltar como el aprendizaje de las matemáticas son dados en contextos extraescolares y cómo los problemas requieren estrategias matemáticas que son base de la misma experiencia (Arcavi, 2006), por tanto resulta fundamental considerar una reforma en los programas académicos de educación matemática, con el fin de establecer una conexión entre las prácticas y la educación matemática, definiendo así el término *matematización* que tiene que ver con la contextualización entre lo académico y lo cotidiano, donde el estudiante crea métodos de solución ante diversas situaciones problemas propuestas a partir del entorno y demás, socializando los diferentes contextos del niño, que serían el punto de partida para las matemáticas académicas.

De acuerdo a las matemáticas académicas desde la teoría socioepistemológica se establece como base del conocimiento las prácticas sociales definida como "aquello que se hace, aún sin adquirir conciencia de sus acciones" (Cantoral, R., 2013) a partir de esto se tiene en cuenta, el desarrollo de actividades que forman parte de la experiencia del ser humano, de acuerdo a su diario vivir, sin tener plena certeza de apropiarlos como aprendizaje, sino por el contrario surgen por inercia, sin embargo dichas acciones están enriqueciendo el conocimiento inconscientemente, por tanto se ve reflejado la base de la comprensión con las denominadas prácticas sociales.

Para la elaboración de los ambientes de aprendizaje los diseños de experimentos involucran el contexto donde se desarrolla la investigación, de esta forma la relación con la teoría socioepistemológica de la matemática educativa se evidencia en los principios que fundamentan esta teoría: *el principio normativo de la práctica social, el principio de la racionalidad contextualizada, el principio del relativismo epistemológico y el principio de la resignificación progresiva.* Estos cuatro principios respondieron al planteamiento fundacional de la matemática educativa de cómo lograr una democratización de los aprendizajes matemáticos, el programa socioepistemológico abordó esta problemática al interrogarse si existía una manera matemática de pensar que lograra ser difundida socialmente. Sus investigaciones probaron que:

> "*se requería aceptar una racionalidad contextualizada pues de otro modo, no podríamos hablar de difusión institucional. Era fundamental aceptar un relativismo socioepistemológico, ya que de otro modo, el sentido de validez no podría basarse en diversidades; tendría que producir significados progresivamente, en función del uso del conocimiento y para garantizar su coherencia global, lo construido tendría que estar normado por emergentes sociales, la práctica. (Cantoral, R., 2013, pág. 154)*

De acuerdo a los principios nombrados anteriormente es posible considerarlo como lo inherente a una disciplina, por tanto la socioepistemología tiene cuatro principios fundamentales establecidos por éste autor. Estos principios permitirán configurar *una manera matemática de pensar que pueda ser difundida socialmente*, al relacionar distintos elementos del saber desarrollado en contexto. *La manera matemática de pensar* se justifica a partir del principio del relativismo epistemológico y el principio de la resignificación progresiva y la difusión social, de esta *manera matemática de pensar,* se logra a partir del principio de racionalidad contextualizada y el principio normativo de la práctica social.

Primero: El principio normativo de la práctica social, de acuerdo con Cantoral éste se basa en la constitución del saber ya que fundamenta cómo las prácticas sociales son la base y orientación en los procesos de construcción del conocimiento, donde se pasa por la acción directa del sujeto ante el medio o contexto, se organiza como una actividad humana y se perfila la práctica como tal. De igual forma se enfatiza en el proceso de construcción del sujeto que permite *la emergencia del saber* que la vez establece nuevas funciones como: la normativa, identitaria, pragmática y discursiva-reflexiva estableciendo la relación entre actividad y práctica. Otro de los componentes que este principio trata es la predicción la cual está presente en la vida cotidiana como forma de adaptación al medio, finalmente se puede entender la práctica social como la norma de accionar o dicho en otras palabras la orientación de la práctica (Cantoral, R., 2013, pág. 160).

Segundo: El principio de la racionalidad contextualizada, la cual alude que la relación del sujeto al saber es función del contexto, basando los principios de razonamiento bajo contextos específicos. La racionalidad con la que actúa depende del contexto en el que el individuo se encuentre en un momento y lugar determinado, lo que se puede traducir con otro término como escenario sociocultural (Cantoral, R., 2013, pág. 160), que es representativo de la sociedad en la que se encuentra.

Tercero: El principio de relativismo epistemológico, sostiene que los diversos puntos de vista no constituyen una verdad universal, su realidad es subjetiva dependiendo los marcos de referencia, se tienen en cuenta dos conceptos que asocian este principio el de objetivismo y relativismo, donde para el primero la verdad es independiente al sujeto individual o colectivo y para el segundo el valor de verdad está relacionado a quién lo experimente. Es así como el error también tiene validez y junto con los saberes: popular, técnico y culto constituyen la sabiduría humana, de alguna u otra forma entendiendo estos procesos pueden contribuir significativamente al aprendizaje del niño como lo explica (Bressan, 2011). Entonces las situaciones propuestas desde la socioepistemología privilegian la importancia de interpretación y argumentación que hace el estudiante. Entonces en este principio se puede ver como el conocimiento tiene validez que a su vez es un saber relativo, el cual acepta diversos argumentos para desarrollar pensamiento matemático.

Cuarto: El principio de la resignificación progresiva, donde la acción es la base del desarrollo del conocimiento, que emerge la acción del sujeto sobre el objeto, derivando los significados que dependen del escenario contextual, así el individuo establece lazos de interacción con el medio estableciendo argumentaciones que hacen parte del saber. Se puede entender entonces, como la teoría socioepistemológica sostiene que las prácticas sociales constituyen el conocimiento donde el contexto influye en el tipo de racionalidad poniendo en uso lo aprendido.

De esta manera los cuatro principios del enfoque socioepistemológico son los medios disponibles para explicar la manera en que puede ser difundida la matemática socialmente, mediante las diversas prácticas.

Se puede entender entonces cómo el conocimiento “es dado a partir de prácticas normadas que son socialmente construidas, entonces las consecuencias tienen que ver con los objetos matemáticos que trascienden y son utilizados en la vida cotidiana, y los alumnos llevan lo aprendido al contexto sociocultural” (Sierra, 2014). Puede comprenderse como el ejercicio de la práctica hace que los estudiantes incluyan en su aprendizaje aquello que hace parte de su experiencia, y este factor es el que trasciende en el conocimiento matemático en cuánto se unifica los saberes socioculturales con las prácticas dadas en el aula, enriqueciendo el sentido del saber matemático en diversas situaciones presentes en la vida del estudiante.

El desarrollo de actividades en escenarios escolares que involucran teoría científica, educativa y circunstancias propias del contexto donde se desarrollan, proporcionan el ambiente ideal para la aplicabilidad de los principios descritos con anterioridad debido a que involucra de forma adecuada la denominada sociedad del conocimiento.

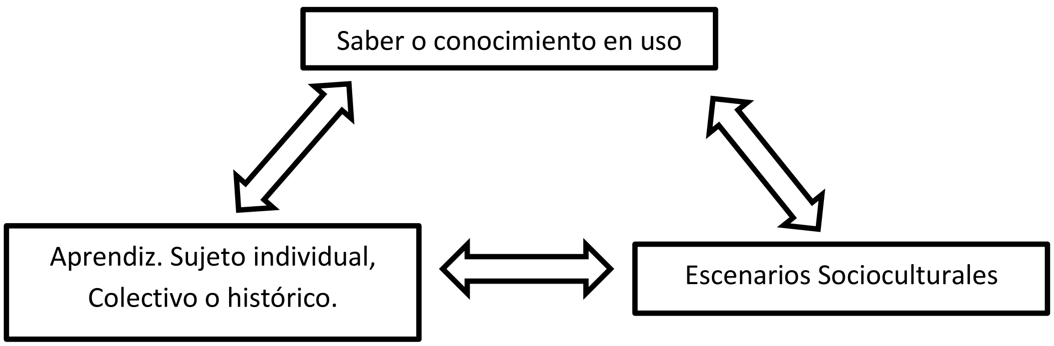



Ilustración 2: El triángulo didáctico de la socioepistemología

## 4.2 Base Modelación

Dentro del contexto educativo los estudiantes pueden enriquecer su aprendizaje no sólo gracias a los contenidos que allí se presenten, sino también por medio de su experiencia de vida, pues la relación que puede surgir en estos espacios ayuda a nutrir los conocimientos de una manera más significativa, "[…]es necesario relacionar los contenidos de aprendizaje con la experiencia cotidiana de los alumnos, así como presentarlos y enseñarlos en un contexto de situaciones problemáticas y de intercambio de puntos de vista" (Villa, Revista Virtual Universidad Católica del Norte, 2009). Desde este enfoque puede entenderse entonces que la variedad en las opiniones expresadas en una clase ayuda a fundamentar el sentido práctico que se quiere dar al aprendizaje, permitiendo vincular sus saberes con los conocimientos brindados en la escuela, dando paso a la modelación como mecanismo de adaptación funcional ya que puede surgir de un problema o situación real propia del contexto, lo cual demanda actividades de simplificación y estructuración buscando una delimitación y precisión de la situación o problema.

Es así como se asume como punto de partida del proceso de modelación, a un conjunto de situaciones asociadas a los contextos cotidianos, sociales y culturales de los estudiantes y de la escuela. Dichas situaciones propias de la realidad que viven los estudiantes y a través de un proceso de matematización, los objetos relevantes, los datos, las relaciones, condiciones e hipótesis de la situación o problema en cuestión se trasladan hacia las matemáticas resultando así un modelo matemático a través del cual se direcciona el problema identificado. Para Blum y sus colaboradores, el proceso de modelación no finaliza con la obtención del modelo sino que, por el contrario, se hace necesario usar algunos métodos y procedimientos matemáticos para obtener resultados matemáticos pertinentes con las preguntas derivadas de la traslación del problema del mundo real (Blum, Galbraith, Mogens, & Hanns, 2007). Que implica una serie de pasos y procedimientos dentro del aula que permita al estudiante además de cuestionarse sobre un hecho concreto, la visualización clara de la problemática a abordar donde sus saberes provenientes desde su cotidianidad ayuden a desglosar, entender, analizar dicha problemática y así prever el modelo pertinente para su solución, enlazando las matemáticas en la construcción social del conocimiento.

De igual forma siguiendo el ciclo de la modelación que presenta Blum y Borromeo-Ferri citado por (Villa, Bustamante, & Berrio, Alme23, 2009), fundamentan ciertos elementos sobre cómo podría orientarse la modelación matemática como un proceso en las matemáticas escolares y que no limita el surgimiento de otros procesos propios de la complejidad del aula de clase.

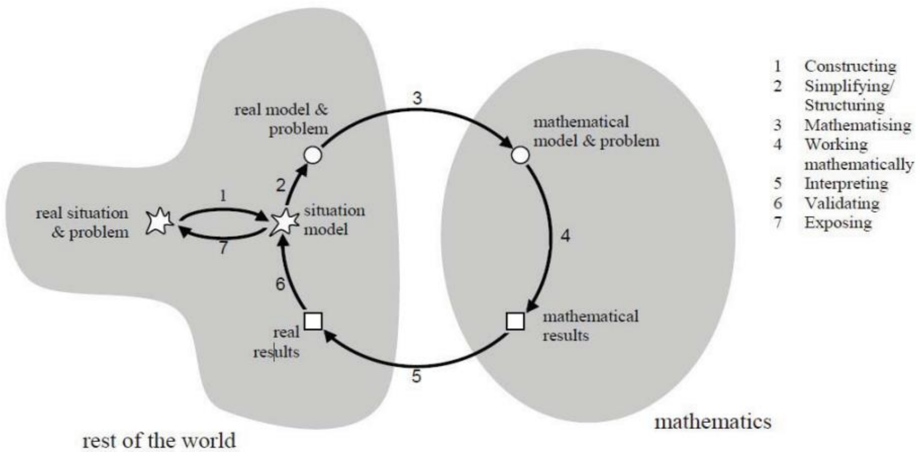



**Ilustración 3: Ciclo de la modelación retomado por Blum y Borromeo-Ferri (2009)**

La ilustración 4 se presenta de forma diagramática una manera cómo el proceso de modelación podría desarrollarse, sin embargo puede considerarse ésta de modo adaptable como un conjunto de momentos integrales que engloban los procesos matemáticos dados en el aula. En este sentido, la importancia de la modelación es dada por: la ayuda dada a los estudiantes por comprender mejor los contextos en los cuales se desenvuelven; apoya el aprendizaje de las matemáticas dentro de la motivación y comprensión de las mismas; promueve el desarrollo de algunas competencias y actitudes adecuadas hacia las matemáticas contribuyendo a una visión adecuada sobre las mismas.

Así el desarrollo de un sentido de realidad dada sobre el contexto le permitirá al docente determinar espacios en los cuales se presentan algunas situaciones reales (situaciones asociadas a los contextos cotidianos, sociales y culturales de los estudiantes) que serían pertinentes a sus estudiantes y tomar las decisiones frente a su abordaje en las aulas de clase; en este sentido, “como una lupa con la cual el mismo profesor observa una realidad objetiva y le posibilita la resignificación de dicha realidad a sus alumnos, a través de un proceso de modelación matemática” (Villa, Bustamante, & Berrio, Alme23, 2009). El papel del docente dentro de los espacios escolares, es fundamental y preciso para llevar a cabo el proceso de modelación que se quiere, sin desvincular la realidad que hace parte de la vida del estudiante y asociarlo al producto que se quiere ejecutar en la escuela.

De igual forma la modelación matemática ha adquirido un enriquecimiento fructífero a través del tiempo, ya que su importancia tiene que ver con la trascendencia dada a la educación por medio de ésta y otras ciencias, ya que es ésta la que da sentido de aplicación a los conocimientos (Suarez, 2014), por ello la modelación surge a partir de la necesidad de modelar una situación de cambio y variación que requiera una argumentación gráfica, teniendo en cuenta que dicha base relaciona la modelación y la graficación dando respuesta al modelo que se quiere llegar, luego del análisis del problema y determinación de los elementos constituyentes, los cuáles se quieren estudiar con profundidad, determinando la vinculación hecha con las matemáticas dentro del espacio académico.

### 4.3 Base Graficación

La graficación es considerada como aquella habilidad que permite al estudiante visualizar algunos aspectos que se presentan de cierto contenido matemático, y es pertinente por ello que los profesores de aula se integren con el interés en la construcción de modelos matemáticos que involucren la representación gráfica, ya que permite la comprensión de fenómenos brindados por diversas representaciones.

Atendiendo al propósito de esta investigación, (Known, 2002) basado en la revisión de Leinhard, Stein y Zaslavsky (1990), define la habilidad gráfica de interpretación como la habilidad de pasar de una gráfica a la interpretación de una situación en contexto real, lo que permite transitar de una gráfica a un contexto físico, de esta manera se puede identificar a la graficación como un aspecto fundamental en la construcción del conocimiento matemático.

Por otro lado en el estudio de uso de las gráficas (Cordero & Flores, 2007) existe una intención de caracterizar a la graficación como un conocimiento con estructura propia y susceptible de desarrollo. Determinando los elementos importantes que permite que por medio de la graficación se argumente el diseño de situaciones y funcionamiento de las gráficas.

De tal forma una situación de modelación que se sustenta en la socioepistemología propicia una resignificación en la variación, por tanto la existencia del uso de las gráficas, las cuales están determinadas por una problematización, obteniendo una explicación de tipo argumentativo, ya que la gráfica puede ser un elemento fundamental en la explicación de las diversas caracterizaciones dadas a la investigación, partiendo del establecimiento de la veracidad de relaciones físicas o numéricas conocidas.

### 4.4 Categorías de análisis

Según (Arcavi, 2006, pág. 5) la forma de conectar el mundo real con el ámbito escolar se da a partir de las siguientes tres categorías:

**Lo cotidiano** que puede ser entendido como el tiempo de un estudiante se distribuye en tres espacios: el destinado para el colegio, el hogar y el que destina para actividades de dispersión o recreación. Diferentes en sus particularidades, y en la forma como se encamina el proceso de socialización, existe una correlación entre estos. 1°: está estipulado dentro de los parámetros de la mayoría de instituciones educativas, asignar actividades a los estudiantes (tareas) para realizar en casa, 2°: en el colegio, durante el desarrollo de una clase, los estudiantes pueden interrogar al docente sobre alguna inquietud que sobrevino después de una conversación con los familiares en el hogar o de haber visto un programa de televisión, para ser abordada con mayor claridad. 3°: Durante el tiempo asignado al entretenimiento y recreación pueden surgir dilemas o problemas que, al igual que las inquietudes originadas en el hogar, ser consultadas al docente para obtener una solución, y en caso de no ser así, proponerlo como problema para los demás estudiantes.

De lo anterior se puede inferir que, el proceso de aprendizaje y el origen de situaciones problema, se manifiesta de forma consciente o inconsciente en el hogar, el colegio, en el juego, en prácticas habituales como conversar, ver un documental una película, etc, que en conjunto conforman la cotidianidad del individuo. Para una persona que ya concluyó los estudios básicos y que por circunstancias ajenas a sus propósitos no logró continuar con este proceso, encontrándose en el momento vinculado a una entidad donde realiza algún trabajo, o que de forma independiente lo haga, también lo lleva a cabo aunque no de forma sistemática. La anterior división de espacios donde un estudiante o sujeto interactúa es válida y extensible a la mayoría de individuos, siendo a su vez, adecuados para que se efectúe el proceso de aprendizaje, de esta forma lo aprendido adquirirá significado o no, según el contexto donde se desarrolle y el uso que se dé a este:

*Aprendemos cosas de ningún significado y mucho uso, por ejemplo el nombre y la grafía de las consonantes. Aprendemos cosas con poco significado (Minnesota es uno de los Estados Unidos de Norteamérica) y más tarde las dotados de un significado riquísimo (cuando estudio el mapa porque voy a pasar dos meses trabajando en la capital de Minnesota) Aprendemos otras donde el significado nos importa poco o nada; nos importa el uso que vamos a hacer de ellas como cuando aprendemos a conducir un coche.* (Hernán, 1988, pág. 9).

En un espacio confluyen varios sujetos. Por ejemplo, en un colegio se encuentran estudiantes, docentes, directivos, personal que realiza oficios varios, padres de familia entre otros, se adaptan al lugar por necesidad o convicción, pero esto no indica que se apropien del mismo, les es tan familiar, que con el transcurrir del tiempo llega a hacer parte de lo cotidiano. Realizan funciones o actividades orientadas con el método que ellos consideran es el más indicado para obtener mejores resultados, en cierta forma se individualizan las funciones, y podría indicarse que cada quien avanza de forma independiente, aun así, comparten actividades y lugares afines donde lo cotidiano, individualizado por cada una de las funciones, adquiere rasgos comunes; objetos y situaciones que están ahí, no percibidas con inmediatez, debido a la forma mecánica con la que se es obligado a actuar, podrían abstraerse mediante la observación detallada de estas, para contraponerlas con el mundo académico y generar un “puente” entre lo cotidiano y los procesos educativos que se realizan en el colegio. A continuación se describe una situación, ajena al aula de clase, donde es posible evidenciar esta transposición:

*AB un adulto, acompañaba a IA, de nueve años de edad, cuando este visitó por primera vez a un amigo. En el camino AB le preguntó cuál era la dirección exacta. IA sabía la dirección* *y que el número del apartamento era el 26, pero desconocía en que piso estaba*. (Arcavi, 2006, pág. 6)

La situación anterior converge en un problema: encontrar un método, una operación para hallar el piso en el cual se encuentra el apartamento. Este planteamiento no surgió en el lugar donde debería haberse originado, el colegio, la escuela, sino en un espacio con poca o ninguna relación con estos, y en una actividad que es cotidiana a todos: una conversación. Pero ¿Qué situaciones de lo cotidiano pueden asimilarse para vincularlas con lo académico? Según (Arcavi, 2006, pág. 9), Una situación se considera cotidiana en los estudiantes si:

- Tiene lugar en situaciones normales de la vida de ellos.
- Son sujetos activos en la actividad a desarrollar.
- Tiene como propósito dar sentido a una situación compleja, originada en el colegio o el hogar.
- Desarrolla facultades para resolver problemas en su vida diaria.

El propósito es vincular situaciones cotidianas con conceptos matemáticos donde sea posible generar, estructurar, proponer y solucionar problemas; proceso que se desarrolla de forma acertada al asociar lo aprendido con las situaciones identificadas.

Al tener en cuenta la cotidianidad "*los problemas surgen dentro de una cierta práctica, y las soluciones pueden requerir estrategias matemáticas apropiadas basadas en elementos o consideraciones inherentes al problema y en las experiencias personales previas*". (Arcavi, 2006, pág. 1)

Relacionar el mundo académico con lo cotidiano, es vivenciar el conocimiento para no restringirlo a la adquisición de teoría, valiosa, pero sin significado para quien la aprende mediante un proceso memorístico y tradicional. Con esta idea no se pretende desprestigiar el modelo tradicional; con él se ha logrado y aun se logra cumplir con un objetivo inmediato del proceso educativo: transmitir conocimiento, sin el cual no se podría avanzar. En los últimos tiempos se han sumado esfuerzos para lograr que lo aprendido influya de manera decisiva en las emociones de los individuos y conseguir que adquiera significado, y pueda ser utilizado de forma reiterada en situaciones donde se perciba su aplicación. No es sencillo ajustar lo que se aprende a todo lo que nos rodea, pero no imposible. ¿Cómo ajustar una práctica tan cotidiana como desayunar a un concepto matemático? Puede que sea posible.

**La matematización** se describe como la relación entre lo cotidiano y las matemáticas dando la importancia al principio matemático, teniendo en cuenta que el planteamiento y resolución de problemas está ligado al conocimiento matemático desde hace muchos años, pero con la particularidad que se tomaban como meros ejercicios que generalmente se encontraban fuera del contexto del estudiante o como lo enuncia Freudenthal (1973) “una inversión antididáctica” ya que se presentaba todo un esquema de las matemáticas y posterior a esto si se daba el problema para que se resolviera a partir de lo explicado como una mera aplicación, actualmente se pretende que sea el estudiante quien logre dar frente a una situación un esquema de resolución sin necesidad que este sea propiamente matemático, de allí que la cotidianidad sea el camino para la construcción de conceptos matemáticos.

Existen dos tipos de matematización, la horizontal que pretende a partir de un problema de la cotidianidad llegar a un resultado particular en algún tipo de matemática, en este caso no se pretende que el estudiante lo logre utilizando un solo camino pues la intención es que llegue allí utilizando métodos no formales o conocimientos previos y como lo enuncia (Arcavi, 2006, pág. 13) “utilice diferentes niveles de abstracción” para lograr el objetivo, y la matematización vertical en la cual se pretende que el estudiante generalice lo que ha aprendido a través de la experimentación para que pueda llegar a un concepto concreto según lo define Arcavi.

Cuando se presenta un problema, el cual se puede resolver por diversos caminos está dando cabida a una matematización horizontal, pero hay momentos de la resolución de problemas en el cual no es suficiente utilizar métodos abstractos o mecanismos de ensayo y error, es allí cuando se hace necesaria la formalización de algunos conceptos y la aplicación de estos en el problema para su resolución desarrollando un enfoque formal.

Como se mencionó anteriormente la matematización es un puente entre las matemáticas cotidianas y las matemáticas académicas que pretenden la construcción de un conocimiento que se edifica a partir de todos los recursos disponibles para los estudiantes, de aquellas experiencias y conocimientos previos que poseen y de las capacidades que presentan a la hora de dar sentido a un problema que posteriormente desembocara en unas matemáticas formales.

De esta manera se pretende que el estudiante teniendo de punto de partida lo contextual logre conectar los diferentes enfoques del problema y orientarlos a la “generalización basándose en el contexto” (Arcavi, 2006, pág. 14). Lo ideal dentro de la matematización es lograr una conexión entre los dos tipos para que el proceso quede totalmente claro para el estudiante.

**La familiaridad con el contexto** entendida por (Arcavi, 2006, pág. 17) es “un puente entre las prácticas matemáticas cotidianas y las académicas, construyendo sobre lo que es familiar para el estudiante” ya que esto puede retroalimentarse en la clase.

Cuando se habla de la familiaridad no se refiere únicamente al contexto del estudiante en su cotidianidad, se refiere también a su relación con algún concepto matemático y como puede darle uso en determinada situación, se busca que sea esto lo que enriquezca el discurso del estudiante, para que finalmente esto ejerza una influencia en el aprendizaje y comprensión de las matemáticas. La familiarización tambien incluye el lenguaje que se emplea tanto en lo cotidiano como en las matemáticas y la relación que se establece entre estos lenguajes dentro del aula de clase y en las matemáticas en particular.

De la mano de lo anterior se entiende que a pesar de haber comprobado que las matemáticas son más faciles de aprender cuando se encuentran dentro de un contexto y las situaciones son familiares a los estudiantes, en vez de los problemas presentados dentro del aula de clase los cuales aun están carentes de contexto y son generalmente abstractos.

Cuando se habla de familiaridad con el contexto, no solo se habla de la cotidianidad en la que se desenvuelve el estudiante sino tambien puede referirse a la familiaridad con conceptos matemáticos los cuales seran utiles a la hora de trabajar sobre un problema; y así permite tener una ventaja ya que no es meramente un procedimiento o estructura lo que debe realizar, sino que aprovecha herramientas que le proporciona su familiaridad con los conceptos para elaborar un discurso más elevado.

La idea de la investigación que se realiza es principalmente construir un puente que suavice el paso dado entre las matemáticas cotidianas y las académicas, entrelazando un hecho concreto de la cotidianidad o contexto familiar del estudiante y llevandolo a una conceptualización por medio de las herramientas que permitan dar razón de los conceptos a los cuales se busca llegar. Esta es la estructura de conocimiento que se pretende al relacionar cotidianidad, matematización y familiaridad con el contexto.

En esta investigación se plantea estos tres conceptos como las categorías de análisis.

# 5. METODOLOGÍA

## 5.1 Enfoque epistemológico.

### 5.1.1 Experimentos de diseño.

En los últimos tiempos se ha enfatizado, en las investigaciones de matemática educativa, la necesidad de implementar prácticas que generen nuevos espacios o escenarios en las clases de matemáticas, para desvincular de los modelos tradicionales, la manera como se enseña esta ciencia. Pero, ¿de qué forma es posible evaluar la pertinencia, desempeño y funcionalidad de las prácticas que se implementan y desarrollan en estas investigaciones? La respuesta a esta pregunta la proporciona una metodología de investigación denominada experimentos de diseños, en cuanto a que permite comprender cómo, cuándo y por qué las innovaciones educativas pueden funcionar en la práctica. Si bien, los experimentos de diseño como metodología, puede aplicarse a cualquier tipo de investigación, se implementa especialmente en investigaciones de matemática educativa, debido a que vincula "*la investigación educativa con el papel de la teoría en ambientes de aprendizaje*", involucrando distintos elementos que se desarrollan en la investigación partiendo de la teoría socioepistemologíca, las actividades diseñadas a partir del laboratorio y los denominado como prática social.

Las fases empleadas dentro del experimento de diseños de acuerdo a (Briceño & Buendía, 2015, pág. 69), se definen de la siguiente manera: consideran tres fases para la realización de un experimento de diseño:

Fase 1: Preparación del experimento.

En esta fase se tiene en cuenta el diseño del experimento, en este caso del laboratorio a realizar, es importante resaltar o tener presentes los elementos que permitan fundamentar los objetivos propuestos en la investigación e incluir cuestionarios o entrevistas diagnósticas, con el fin de planear el laboratorio de acuerdo al contexto.

Fase 2: Experimentación para apoyar el aprendizaje.

En esta fase es importante la recolección de datos, con el fin de poder abordar cuestiones teóricas más amplias que las brindadas por el entorno de aprendizaje. Se realizan interpretaciones sobre los datos recolectados según el desarrollo del laboratorio, los participantes y el entorno de aprendizaje.

Fase 3: Análisis retrospectivo.

A través de la toma y recolección de datos, se analizan cada una de las actividades propuestas, donde el término *retrospectivo* permite regresar a cada una de las secuencias y analizar el que hacer del estudiante, el entorno y contexto en el cual se desarrolló el laboratorio.

De esta forma los experimentos de diseño y las categorías de análisis de (Arcavi, 2006): cotidianidad, matematización y familiaridad con el contexto permitirán generar *entornos de aprendizaje*, para alcanzar los siguientes objetivos: 1) la implementación de innovaciones educativas en un contexto prefijado, 2) determinar si funcionan o no estas innovaciones y 3) facilitar la toma de datos considerando el aprendizaje en contexto. Esto se logra a través de las siguientes fases:

*Preparación del experimento*: fundamentadas en los objetivos de la presente investigación las actividades a desarrollar se han dividido de la siguiente forma:

*Cuestionario diagnóstico*, en el que se pregunta a las madres de los estudiantes los métodos que utilizan para el enfriamiento de algunas sustancias liquidas que manipulan con relativa frecuencia (agua, café, chocolate). De esta forma, paralelo a involucrar un nuevo sujeto a los ya existentes en la sociedad del conocimiento (mostrados en la ilustración 1), y que es fundamental y necesario para un mejor desempeño en el proceso educativo de los estudiantes, se diseña una actividad a partir de una acción independiente a los estudiantes y con la cual se han relacionado.

*Diseño del laboratorio*, donde se relacionan las actividades y preguntas a desarrollar por los estudiantes. Estas actividades involucran el manejo de algunos elementos propios de un laboratorio, de esta forma se consigue que la actividad no se restrinja exclusivamente a la manipulación de conceptos matemáticos sino también, a los medios que ayudan en la consecución de datos, que una vez analizados, permitirán la asociación adecuada con el concepto matemático en el que se ha estructurado el trabajo, proporcionando un ambiente de aprendizaje para el desarrollo del método científico.

*Implementación del laboratorio*: se desarrollan los experimentos diseñados para esta investigación y que tienen como fundamento la relación existente entre dos magnitudes variacionales, *tiempo y temperatura*. Se muestran los elementos del laboratorio que se utilizaran como recipientes de diferentes materiales (porcelana, aluminio, acero, vidrio, etc.), y los instrumentos de medición de temperatura (termómetros, labquest…). De igual manera se describen el laboratorio que tiene contenido las actividades, preguntas y desarrollo del mismo paso a paso, que a su vez permitirá la recolección de datos para su posterior análisis.

El laboratorio de la Ley de enfriamiento se llevó a cabo en dos sesiones en las instalaciones de la Universidad La Gran Colombia con los integrantes del semillero Mathema Kid's, para la ejecución de dicho laboratorio se dispondrá de cuatro mesas para ubicar a cada grupo de tres estudiantes correspondientemente.

La primera sesión se realizó con el fin de establecer cuáles son los conocimientos previos que traen los estudiantes sobre métodos de enfriamiento de un líquido, como medir temperatura y el conocimiento obtenido sobre la modelación de funciones, según trabajadas en épocas anteriores (modelo lineal).

En la segunda sesión se reunirá al semillero para indicar el trabajo a realizar, se mostrará la guía de laboratorio a ejecutar, teniendo en cuenta el orden del procedimiento, para ello se indicará que las investigadoras encargadas calentarán el agua e inmediatamente los diversos grupos con los recipientes necesarios se dispondrán a medir la temperatura del agua, atendiendo al tiempo de toma de datos, correspondiente a cada 30 segundos.

Se presentarán los tres instrumentos de medición de temperatura los cuales serán:

- termómetro de mercurio (especial para usar en laboratorios), esta herramienta está conformada por un tubo largo de vidrio con un bulbo en uno de sus extremos, cuando el mercurio en el interior del termómetro recibe calor, éste experimenta una dilatación que hace que recorra el tubo del termómetro en el que está contenido. Así, cuando el mercurio atraviesa la escala numérica, es posible medir la temperatura.

- Multímetro con sensor de temperatura: Es un instrumento imprescindible en cualquier taller mecánico, permite realizar mediciones en diferentes escalas, según el modelo se podrá medir temperatura con el sensor correspondiente.

- Labquest con termocupla: Es una interfaz autónoma utilizada para recoger datos de los sensores con su aplicación integrada de gráficos y análisis, posee una pantalla táctil que permite ser fácil e intuitivo para recopilar, analizar y compartir experimentos.

Cada uno de dichos instrumentos permite asociar la temperatura inicial del líquido caliente y temperatura final de acuerdo a los tiempos establecidos. *Análisis retrospectivo:* Una vez obtenidos los resultados, estos se clasificarán a partir de las categorías de análisis establecidas con anterioridad, es decir *la cotidianidad, la matematización y la familiaridad con el contexto.*

En la metodología las acciones realizadas por los estudiantes, que se derivan de las actividades planeadas en clase, son fundamentales en las investigaciones enmarcadas las características mencionadas anteriormente. Las acciones, (Expresiones, gestos, interacciones entre compañeros y profesor, trabajos escritos.), son el medio de interacción más inmediato entre docente y estudiante, convirtiéndose en instrumentos de recolección de datos que permitirán evaluar la funcionalidad y pertinencia de las *practicas* implementadas en la investigación y la teoría que las fundamenta. Para este trabajo en particular las actividades se centraran en la modelación de situaciones donde intervendrán las magnitudes tiempo – temperatura. Se selecciona la modelación porque esta permite "*traer la realidad al aula reconociendo que es factible generar una relación significativa y articulada entre el conocimiento científico y el conocimiento escolar*" (Briceño & Buendía, 2015, pág. 68)

## 5.2 Método

La propuesta de investigación que se propone se plantea dentro de los parámetros del análisis cualitativo, ya que la caracterización que ésta tiene permite la articulación óptima dentro del enfoque socioepistemológico, teniendo en cuenta las características que tiene este tipo de investigación:

> *Estudia la realidad en su contexto natural, tal y como sucede, intentando sacar sentido de, o interpretar los fenómenos de acuerdo con los significados que tienen para las personas implicadas. La investigación cualitativa implica la utilización y recogida de una gran variedad de materiales que describen la rutina y las situaciones problemáticas y los significados en la vida de las personas".* (Rodriguez Gomez, 1996, pág. 52)

Es posible entender dentro de los parámetros de la socioepistemología, las teorías dadas en educación matemática, las cuales surgen del énfasis dado a una noción del conocimiento matemático como proceso social y cultural, donde se comparte la visión sobre la construcción social del conocimiento matemático, donde se parte de la existencia de prácticas sociales como base del conocimiento, tejiendo las relaciones existentes entre prácticas, experiencias y socialización, conocimientos, creencias, expectativas, concepciones y Representaciones Sociales.

Partiendo de dicha idea, respecto a la implicación social presente en la teoría socioepistemológica, nuestra investigación se orienta en el estudio mediante un análisis cualitativo interpretativo de los espacios de aprendizaje dadas en la escuela y en el contexto cotidiano de los estudiantes, para lo cual se ha construido una unidad de análisis socioepistémica con base en las dimensiones social, epistemológica, cognitiva y didáctica del enfriamiento de un líquido con relación a las matemáticas, que permite construir una estructura para evidenciar el análisis de perspectivas, producto del cambio de relación al saber matemático en cuanto al aprendizaje de las matemáticas en sí.

## 5.3 Laboratorio de la Ley de enfriamiento

### 5.3.1 Entrevista Madres de familia

Se realizó una entrevista con algunas de las mamás de los estudiantes del semillero Mathema Kids a partir de un cuestionario diseñado por los investigadores. El objetivo de esta entrevista es obtener información acerca de las prácticas que se llevan a cabo dentro de su contexto y como estas van a aportar a la creación de ambientes matemáticos que se encuentran ajenos al marco académico.

1. Explique la forma como usted enfría las bebidas calientes que consume su hijo(a).

> Esta pregunta nos permite evidenciar cuales son los mecanismos utilizados en casa de los niños del semillero Mathema Kid´s para enfriar un líquido, esta nos da un indicio de cuáles son esos mecanismos que traen ellos para realizarlo y además nos permite estudiar cuales de estos métodos desde las leyes de la termodinámica podemos

utilizar para realizar el laboratorio.

2. Recuerda usted cuando comenzó a enfriar los líquidos de esa manera.

Esta pregunta nos permite realizar una observación que evidencie de donde surge esa forma de enfriar que se ha nombrado anteriormente y además nos da indicio para establecerlo como un saber cultural.

3. ¿Qué otras formas conoce usted para enfriar un líquido?

Esta pregunta está enfocada en conocer a cerca de los saberes que culturalmente se trabajan a la hora de enfriar un líquido y como los padres de los niños del semillero Mathema Kid´s tienen conocimiento de dichos mecanismos.

4. ¿Cuál de esas formas de enfriar nombradas anteriormente considera usted que es la más rápida para enfriar un líquido y cuál es la más demorada?

Esta pregunta nos permite establecer predicciones por parte de los padres de los niños del semillero Mathema Kid´s acerca de cómo se enfría más rápido un líquido, ya que estas predicciones están estrechamente relacionadas con las que puedan realizar los niños y la intención es que durante el laboratorio estas predicciones sirvan como instrumento para estudiante ya que lograra establecer si la que inicialmente consideraba la mejor manera de enfriar un líquido es o no realmente el más adecuado.

5. ¿Cómo cree que su hijo enfría los líquidos y por qué cree que lo hace así?

Esta pregunta permite reconocer la influencia que tienen los saberes de la casa (culturales) en las respuesta de los niños del semillero Mathema Kid´s

6. Nombre el material de los recipientes en los que considere que es más fácil enfriar un líquido.

Esta pregunta tiene como objetivo determinar a partir de los saberes culturales de las madres de los niños del semillero Mathema Kid´s cuáles son los recipientes en los cuales se presenta un enfriamiento más rápido para de esta manera determinar cuáles de los escogidos por las mamás son mejores conductores y se pueden prestar para la realización del laboratorio.

7. ¿En qué recipiente considera que es más difícil enfriar un líquido?

El objetivo de esta pregunta es conocer algunos recipientes en los cuales a partir de las observaciones de las madres de familia de los niños pertenecientes al semillero Mathema kid´s consideran es más difícil enfriar un líquido. Esto permitirá seleccionar un recipiente de estos para generar un modelo exponencial diferente y que los participantes al final puedan determinar con mayor facilidad cuál de los recipientes es mejor conductor.

### 5.3.2 Laboratorio Ley de Enfriamiento para estudiantes

#### *5.3.2.1 Materiales*

Para el montaje del laboratorio se emplearon los siguientes materiales:

Multímetro con sensor de temperatura

Estufa de 1 puesto

Vaso Icopor

Plato Icopor

Vaso Aluminio

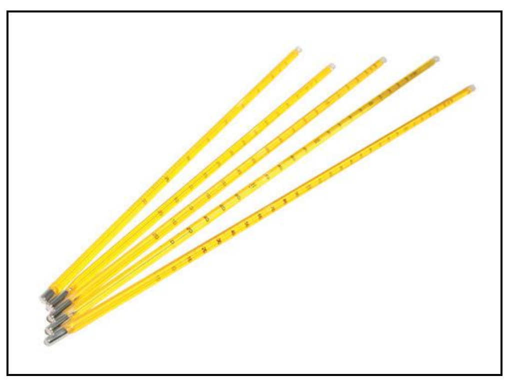
Plato Aluminio

Vaso Porcelana

Plato Porcelana

Vaso plástico

Plato plástico



Escarcha de Hielo Termómetro de mercurio de Laboratorio


Labquest con termocupla Agua en temperatura ambiente


Olleta chocolatera Cronómetro

**Ilustración 4: Materiales laboratorio**

### *5.3.2.2 Guía*

El taller o guía de laboratorio es un elemento fundamental para el análisis de resultados, ya que direcciona de forma coherente los pasos a realizar en el mismo, teniendo en cuenta la secuencia pertinente que permita a los estudiantes realizar la experimentación del enfriamiento del agua hervida en recipientes de diversos materiales y bajo diferentes mecanismos, de igual forma las investigadoras en curso de la presente, pueden percibir de qué forma es desarrollado dicho laboratorio, analizar los resultados obtenidos a razón de la experimentación de acuerdo al diligenciamiento del taller o guía de laboratorio propuesta.

## TALLER N° 1

## IMPLEMENTACIÓN DE INSTRUMENTO DE MODELO EXPONENCIAL

## LEY DE ENFRIAMIENTO

### INTRODUCCIÓN

Con el nombre dado a la práctica “Ley de enfriamiento de Newton en lo cotidiano”, indica el objetivo de ésta es encontrar las relaciones que nos permitan conocer la constante de tiempo de un termómetro según la ley de enfriamiento de Newton.

La ventaja y grandeza que ofrece la Física es que estamos rodeados de ella, se cree que la gente no puede andar por la vida aceptando los fenómenos que ocurren diariamente sin preguntarse el por qué suceden. Un claro ejemplo ocurre cuando tenemos un objeto caliente. Ha sido posible darse cuenta que mientras más tiempo pase el cuerpo va perdiendo calor, pero es rara la vez que nos preguntamos el porqué de esto, éste es un punto que indica la importancia de esta práctica, pues permitirá tener una mayor comprensión de un fenómeno con el que nos relacionamos día con día.

Isaac Newton fue una de las muchas personas que se interesó por estos fenómenos e inclusive enunció una ley que es la que rige este experimento. La ley de enfriamiento de Newton nos dice que:

"La tasa de enfriamiento de un cuerpo es proporcional a la diferencia de temperatura entre el cuerpo y sus alrededores".

### OBJETIVOS

#### GENERAL

Diseñar un laboratorio didáctico sobre prácticas cotidianas para la resignificación de lo exponencial  a partir de la Ley de Enfriamiento de Newton

ESPECÍFICOS

- Efectuar una revisión en el saber disciplinar y didáctico con respecto a la modelación matemática que aporte elementos para la construcción del laboratorio didáctico de lo exponencial a partir de la Ley de Enfriamiento de Newton.
- Implementar el laboratorio didáctico mediante actividades mediadas por la experimentación que resignifique lo exponencial a partir de la Ley de Enfriamiento de Newton.
- Evaluar el laboratorio didáctico para la resignificación de lo exponencial a partir de la Ley de Enfriamiento de Newton

TEORÍA

La transferencia de calor está relacionada con los cuerpos calientes y fríos llamados; fuente y receptor, llevándose a cabo en procesos como condensación, vaporización, cristalización, reacciones químicas, etc. en donde la transferencia de calor, tiene sus propios mecanismos y cada uno de ellos cuenta con sus peculiaridades. La transferencia de calor es importante en los procesos, porque es un tipo de energía que se encuentra en tránsito, debido a una diferencia de temperaturas (gradiente). En virtud de lo anterior es importante hacer una introducción al conocimiento de los procesos de transferencia de calor a través de la determinación experimental que relaciona la temperatura de enfriamiento de una cantidad de sustancia con respecto al medio.

Experimentalmente se puede demostrar y bajo ciertas condiciones obtener una buena aproximación a la temperatura de una sustancia usando la Ley de Enfriamiento de Newton. Esta puede enunciarse de la siguiente manera: La temperatura de un cuerpo cambia a una velocidad que es proporcional a la diferencia de las temperaturas entre el medio externo y el cuerpo. Suponiendo que la constante de proporcionalidad es la misma ya sea que la temperatura aumente o disminuya.

MONTAJE EXPERIMENTAL

Organización por grupos (máximo 3 personas)

MATERIALES

Por grupos:

a. Termómetro de mercurio, multímetro o sensor de temperatura.
b. Recipiente plástico,
c. aluminio, vidrio, icopor y porcelana con tapa.
d. Recipiente grande de plástico, aluminio, vidrio, icopor y porcelana.
e. Recipiente grande para baño de María.
f. Escarcha de hielo.
g. Cronómetro.
h. 1800 ml. de agua hervida.

1. Calentar y verter agua en recipiente

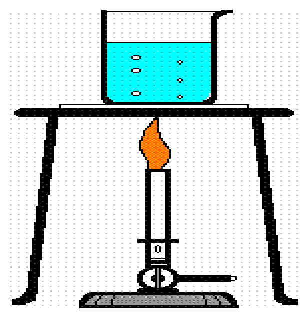


**Ilustración 5: Montaje 1**

2. Medir temperatura con ayuda del termómetro


**Ilustración 6: Monatje 2**

3. Tomar datos

**Ilustración 7: Toma de datos**

PROCEDIMIENTO METODOLÓGICO

PREGUNTAS GUÍA

1. Consulta cada una de las siguientes temperaturas: la superficie del sol, el interior de la tierra, la más alta y la más baja temperatura sobre la superficie de la tierra.

La intención con esta pregunta es que el integrante del semillero Mathema kid's logre identificar diferentes escalas de temperatura y exprese temperaturas altas y bajas presentes en nuestro alrededor.

2. Nombre que formas de medir temperatura conoce.

Se busca que los integrantes del semillero Mathema kids cuenten que formas de medir temperatura conocen para posteriormente explicarles el uso del termómetro (que puede ser uno de los instrumentos que conocen), el multímetro y el sensor de temperatura, que son los instrumentos que se van a utilizar en el laboratorio.

3. ¿Cómo crees que se enfría más rápido un líquido?

Esta pregunta permite que el integrante del semillero Mathema kid's plantee una hipótesis con respecto al enfriamiento de un líquido, teniendo en cuenta que al final del laboratorio puede validar o replantear eso que inicialmente el daba como cierto.

EXPERIMENTO 1 (Baño de María):

RECIPIENTE PLÁSTICO, ALUMINIO, PORCELANA E ICOPOR

1. Verter agua fría en una vasija grande de plástico, aluminio, porcelana e icopor según corresponda, teniendo en cuenta la medida del recipiente pequeño.
2. Verter 200ml. de agua hirviendo en el recipiente correspondiente.
3. Introduzca el instrumento de medida de temperatura dentro del agua hirviendo.
4. Tapar el recipiente con agua hirviendo de tal manera que el instrumento de temperatura quede visible
5. Introducir el recipiente de agua hirviendo en una vasija grande lleno de agua fría de tal manera que quede cubierto el recipiente que contiene el agua hervida.
6. Medir la temperatura, cada 30 segundos por cronómetro registrar el dato obtenido en la siguiente tabla.

| TIEMPO (seg.) | TEMPERATURA (°C) | TIEMPO (seg.) | TEMPERATURA (°C) |
|---|---|---|---|
| 0 | | | |
| 30 | | 330 | |
| 60 | | 360 | |
| 90 | | 390 | |
| 120 | | 420 | |
| 150 | | 450 | |
| 180 | | 480 | |
| 210 | | 510 | |
| 240 | | 540 | |
| 270 | | 570 | |
| 300 | | 600 | |

**Tabla 2: Registro temperaturas. Experimento 1**

EXPERIMENTO 2
(Escarcha de hielo):

LA ESCARCHA DE HIELO ESTARÁ DISPUESTA DENTRO DE UNA NEVERA DE ICOPOR.

RECIPIENTE PLÁSTICO, ALUMINIO, PORCELANA E ICOPOR

1. Verter 200ml. de agua hirviendo en el recipiente de plástico, aluminio, porcelana e icopor, según corresponda.
2. Introduzca el instrumento de medida de temperatura dentro del agua hirviendo.
3. Tapar el recipiente con agua hirviendo de tal manera que el instrumento de temperatura quede visible
4. Introducir el recipiente de agua hirviendo en nevera llena de escarcha de hielo de tal manera que quede cubierto el recipiente que contiene el agua hervida.
5. Medir la temperatura, cada 30 segundos por cronómetro registrar el dato obtenido en la siguiente tabla.

| TIEMPO (seg.) | TEMPERATURA (°C) | TIEMPO (seg.) | TEMPERATURA (°C) |
|---|---|---|---|
| 0 | | | |
| 30 | | 330 | |
| 60 | | 360 | |
| 90 | | 390 | |
| 120 | | 420 | |
| 150 | | 450 | |
| 180 | | 480 | |
| 210 | | 510 | |
| 240 | | 540 | |
| 270 | | 570 | |
| 300 | | 600 | |

**Tabla 3: Registro temperaturas. Experimento 2**

EXPERIMENTO 3 (Recipiente más grande):

RECIPIENTE PLÁSTICO, ALUMINIO, PORCELANA E ICOPOR

1. Verter 200ml. de agua hirviendo en el recipiente de plástico, aluminio, porcelana e icopor, según corresponda.
2. Introduzca el instrumento de medida de temperatura dentro del agua hirviendo.
3. Tapar el recipiente con agua hirviendo de tal manera que el instrumento de temperatura quede visible.
4. Verter el agua hirviendo en una vasija grande de plástico y dejar quieta.
5. Medir la temperatura, cada 30 segundos por cronómetro registrar el dato obtenido en la siguiente tabla.

| TIEMPO (seg.) | TEMPERATURA (°C) | TIEMPO (seg.) | TEMPERATURA (°C) |
|---|---|---|---|
| 0 | | | |
| 30 | | 330 | |
| 60 | | 360 | |
| 90 | | 390 | |
| 120 | | 420 | |
| 150 | | 450 | |
| 180 | | 480 | |
| 210 | | 510 | |
| 240 | | 540 | |
| 270 | | 570 | |
| 300 | | 600 | |

**Tabla 4: Registro temperaturas. Experimento 3**

Cada uno de los experimentos que se realiza tiene la intención de utilizar diferentes maneras de enfriar un líquido, buscando que esta situación tan cotidiana sea optimizada por los integrantes del semillero Mathema kids.

Se entiende que a partir de la experimentación los niños podrán establecer algunas relaciones como en que recipiente se enfría más rápido un líquido o cual es el método más eficiente para realizar el enfriamiento de un líquido. Se entiende que a partir de la experimentación los niños podrán establecer algunas relaciones como en que recipiente se enfría más rápido un líquido o cual es el método más eficiente para realizar el enfriamiento de un líquido.

ANÁLISIS

1. Realizar las gráficas correspondientes a los datos registrados en cada una de las tablas: Baño María, escarcha de hielo, recipiente más grande.

Se busca que los integrantes del semillero Mathema kid's realice una gráfica de las tablas que obtuvo durante la experimentación, de tal manera que utilice herramientas que le permitan hacer una comparación de los comportamientos y además describirlo

2. Describir detalladamente qué puede percibir respecto al comportamiento de las gráficas, tenga en cuenta los diversos métodos (Baño María, escarcha de hielo, recipiente más grande) y recipientes (plástico, vidrio, icopor, porcelana y aluminio).

Al describir el comportamiento de cada grafica se busca que el estudiante pueda interpretar las características de un comportamiento exponencial, sin necesidad de saber a qué se refiere este.

3. ¿Qué diferencias existen entre las gráficas?

Al describir el comportamiento de cada gráfica, el integrante del semillero Mathema kid's puede establecer diferencias ya sea entre los diversos métodos empleados (Baño María, escarcha de hielo, recipiente más grande), o de acuerdo a los recipientes (plástico, vidrio, icopor, porcelana y aluminio) que le permitan llegar a conclusiones alusivas frente al enfriamiento de un líquido.

4. A partir de las gráficas ¿Cuál es la forma más rápida de enfriamiento? ¿ Por qué?

A partir de las descripciones realizadas anteriormente los integrantes del semillero Mathema kid's debe decir cuál es la forma más rápida de enfriar un líquido y sustentarlo a partir de los comportamientos de las gráficas, debe tener en cuenta la experimentación realizada con anterioridad.

5. ¿Cuál es el líquido que consideran se demora más en enfriar y por qué?

Con esta pregunta se pretende que el estudiante pueda realizar una predicción con respecto a cuál es el líquido que más demora en enfriar. Teniendo en cuenta las condiciones establecidas durante el laboratorio, métodos y recipientes empleados

6. Según el laboratorio realizado, ¿Qué considera que está variando de acuerdo a la experimentación hecha?

Con esta pregunta se pretende que el estudiante pueda realizar una predicción con respecto a las diversas variables que están incidiendo frente al enfriamiento de un líquido, los recipientes manejados e incluso los métodos considerados.

7. Realiza una gráfica que corresponda a cada una de las afirmaciones realizadas en los puntos 4 y 5.

Este punto se propone con la intención de que los integrantes del semillero Mathema kid's logren mostrar una gráfica de dichos comportamientos y sepan la relación entre el paso del tiempo y la temperatura, para también mostrar que los movimientos exponenciales cambian dependiendo la velocidad en la que se enfría el líquido.

# 6. ANÁLISIS DE RESULTADOS

El análisis de resultados se fundamenta en las tres categorías de (Arcavi, 2006) que fueron nombradas y descritas en el marco teórico del presente trabajo. Estas son: la cotidianidad, la matematización y la familiaridad con el contexto.

Antes de analizar los resultados obtenidos por los estudiantes, se presentaran algunas de las respuestas dadas por de las madres en la entrevista. Esta fue realizada de forma personal con ellas, y se registró por medio de una grabación (video).

## 6.1 ENTREVISTAS A LAS MADRES

### 6.1.1 Desde lo cotidiano

Para esta categoría se tienen presentes aspectos relacionados a situaciones normales de la vida de ellos, ya que este aspecto es una característica de la cotidianidad y tienen como propósito dar sentido a una situación originada en este caso en la casa.

Una de las preguntas que corresponde a esta categoría es la primera, en la cual se le pide a la madre de familia que **explique la forma como usted enfría las bebidas calientes que consume su hijo o hija**

Para explicar la forma mencionada varias madres de familia se apoyan de los gestos con las manos para mostrar la situación, otras indicaban que eran recomendaciones externas.

**Ilustración 8: Madre de familia explicando cómo transvasar un líquido de un pocillo a otro.**

También se hizo la descripción de otros métodos los cuales se nombraban a continuación:

1. Dejar en reposo.
2. Colocar en el congelador.
3. Soplarla.
4. Recipiente más grande.
5. Echarla al tanque. (baño de María)

Dentro de las respuestas que se encontraron, se evidencia que el enfriar un líquido es algo propio de la cotidianidad de cualquier estudiante, no es un concepto que se aprende en la escuela, sino que tiene como propósito dar sentido a una situación que se presenta en el hogar.

Otra pregunta de esta categoría es la número 2 en la cual se les preguntó a las madres de familia si **recuerda usted cuando comenzó a enfriar los líquidos de esa manera**, respecto a esta pregunta se puede evidenciar que lo más común entre las respuestas de las madres de familia correspondía a que lo habían aprendido en casa, ya sea gracias a sus respectivas madres o abuelas, son el ejemplo para empezar a enfriar los líquidos de esa manera. Se puede percibir entonces que la tradición de los métodos empleados en casa permite que en la actualidad se continúen empleando en sus hogares. Es aquí donde nos remitimos a que los saberes no se adquieren únicamente en la escuela, sino que lo cultural y la transmisión de conocimiento de los padres se hace fuerte en el aprendizaje de los estudiantes.

Por último dentro de esta categoría encontramos la pregunta número 5 que dice **¿Cómo cree que su hijo enfría los líquidos y por qué cree que lo hace así?,** las madres de familia al responder a esta pregunta se basan en lo que observan del comportamiento que tienen sus hijos cuando se trata de enfriar un líquido, a su vez mencionan: "*él aprendió solito", "él cree que el aire le sale frío por tanto se enfría el líquido", "Mi hija ve lo que uno hace y hace lo mismo*". De lo anterior se infiere la importancia que adquiere lo aprendido en casa, convirtiéndose en los primeros saberes que aplica el estudiante en otros contextos diferentes al hogar.

### 6.1.2 Desde la Matematización

Para esta categoría se tienen en cuenta aspectos que describan la relación entre lo cotidiano y las matemáticas, se pretende que desde la cotidianidad, se pueda llegar a un resultado particular, que nos servirá posteriormente para la construcción de un concepto matemático,

Dentro de esta categoría de análisis se encuentra el interrogante número 3 en la cual se les pregunta ¿**qué otras formas conoce usted para enfriar un líquido?** ellas mencionaron dichos métodos de la siguiente manera:

1. Ponerlo en una “coca” más grande
2. En un plato con agua fría poner el pocillo con agua caliente encima.
3. Echándolos en agua fría
4. Metiéndolo en platón con agua.

Dentro de las respuestas dadas por las madres, existe una relación entre lo cotidiano y las matemáticas en la expresión: “ponerlo en una coca más grande”, ya que argumenta cómo el líquido podrá enfriarse con mayor rapidez gracias al espacio amplio que puede contenerlo. Implícitamente está hablando de conceptos matemáticos relacionados al área.

De la misma manera la pregunta número 4 en la cual se les cuestiona sobre **¿Cuál de esas formas de enfriar nombradas anteriormente considera usted que es la más rápida para enfriar un líquido y cuál es la más demorada?** Las madres reiteran la necesidad de usar vasijas más grandes para que el enfriamiento sea más rápido, o el introducirlo en el tanque para que se enfríe (Baño de María), ya que estos son mecanismos que más adelante los estudiantes del semillero van a trabajar bajo los principios de la termodinámica y mediante los cuales se familiarizaran con un nuevo concepto

### 6.1.3 Desde la familiaridad con el contexto

En esta categoría se enmarcaran aquellas respuestas que tracen un puente entre el saber cotidiano y las matemáticas puesto que se construye sobre lo que es familiar para el estudiante ya que esto puede retroalimentarse con la implementación del laboratorio

Dentro de esta categoría se encuentran las preguntas número 6 y 7 las cuales se refieren a **nombrar el material de los recipientes en los que considere que es más fácil enfriar un líquido y en qué recipiente considera que es más difícil enfriar un líquido** se plasman aquí, ya que las relaciones que establecen están ligadas a su cotidianidad pero de la misma manera responden a principios físicos de estos recipientes.

Las respuestas a estas preguntas están relacionadas directamente a esos materiales que son mejores conductores térmicos, lo que ellas conocen desde su cotidianidad.

La entrevistas a las madres de familia de los estudiantes que integran el semillero Mathema Kids, el cual se ha descrito con anterioridad, permite fortalecer la construcción del conocimiento y la elaboración inicial del laboratorio, ya que sus opiniones son fundamentales dentro de la formación académica de los niños, de acuerdo a sus saberes formados a partir del contexto, especialmente según las prácticas que hacen parte de su desarrollo experimental, ya que son ellas las primeras formadoras de sus conocimientos previos frente a lo que tiene que ver con el enfriamiento de cualquier líquido. Los estudiantes aprenden diversos mecanismos primero en casa.

## 6.2 LABORATORIO LEY DE ENFRIAMIENTO DE NEWTON

### 6.2.1 Desde lo cotidiano.

**¿Cuál de los líquidos que consume considera que se enfría más rápido?**

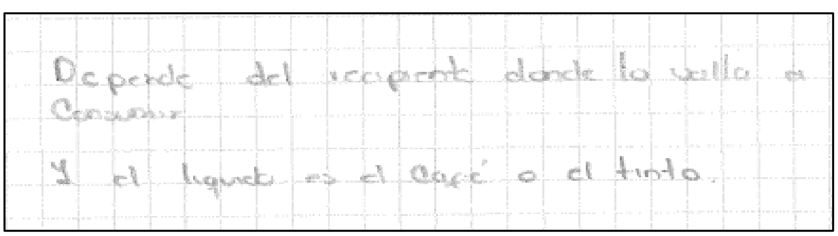

Depende del recipente donde lo valla a Consumir
y el liquido es el Café o el tinto.

Ilustración 9: Respuesta 1. Pregunta 1. Cotidiano

Transcripción: “depende del recipiente donde lo vaya a consumir y el líquido es el café o el tinto”

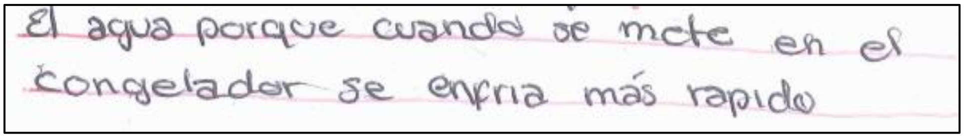

El agua porque cuando se mete en el congelador se enfria más rapido

**Ilustración 10: Respuesta 2. Pregunta 1. Cotidiano**

Transcripción:”el agua porque cuando se mete en el congelador se enfría más rápido”

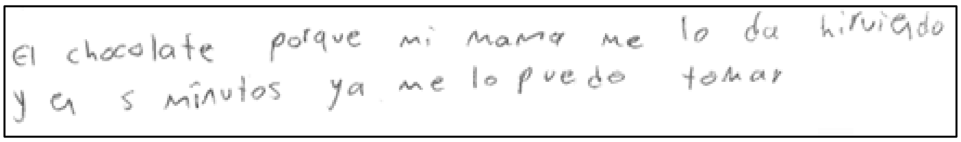

El chocolate porque mi mama me lo da hirviedo y a 5 minutos ya me lo puedo tomar

**Ilustración 11: Respuesta 3. Pregunta 1. Cotidiano**

Transcripción: “el chocolate, porque mi mamá me lo da hirviendo y a 5 minutos ya me lo puedo tomar”

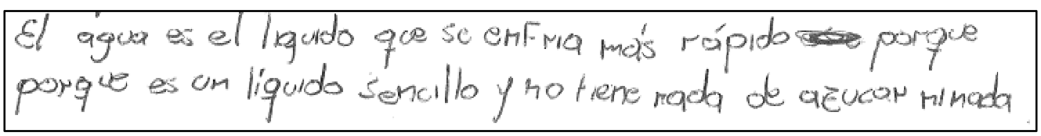

El agua es el liquido que se enfria más rápido porque porque es un liquido sencillo y no tiene nada de azucar ni nada

**Ilustración 12; Respuesta 4. Pregunta 1. Cotidiano**

Transcripción:” El agua es el líquido que se enfría más rápido porque es un líquido sencillo y no tiene nada de azúcar ni nada”

La pregunta **cuál de los líquidos que consume considera que se enfría más rápido**, está estrechamente relacionada con esta categoría ya que se asocian conceptos de acuerdo a una situación cotidiana propia de un contexto familiar, y por tanto dicho escenario sugiere proveer estrategias matemáticas que permitan dar solución al problema propuesto. De esta manera puede pensarse entonces, cómo lo aprendido en sus hogares influye en las nociones que los niños presentan al pensar en los líquidos que consumen, para que adquieran un significado que pueda percibirse en la práctica de laboratorio.

**¿Cuál de los líquidos que consume considera se demora más en enfriar?**

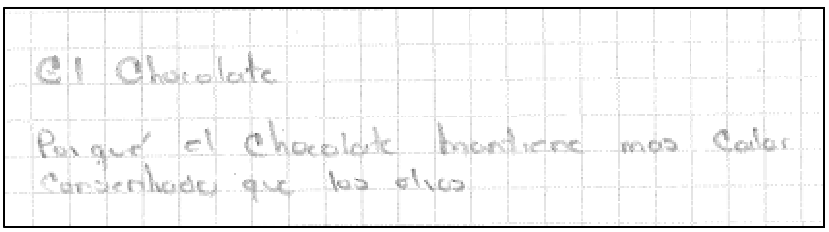



Ilustración 13: Respuesta 1. Pregunta 2. Cotidiano

Transcripción:”el chocolate, porque el chocolate contiene más calor concentrado que los otros”

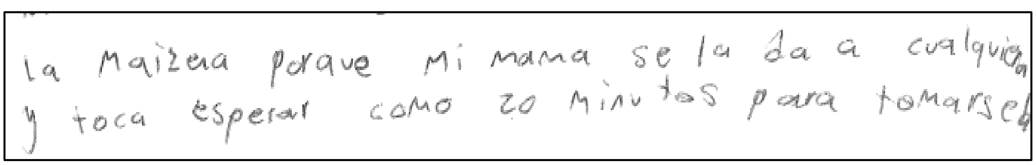



Ilustración 14: Respuesta 2. Pregunta 2. Cotidiano

Transcripción: “la maizena porque mi mamá se la da a cualquiera y toca esperar como 20 minutos para tomársela”

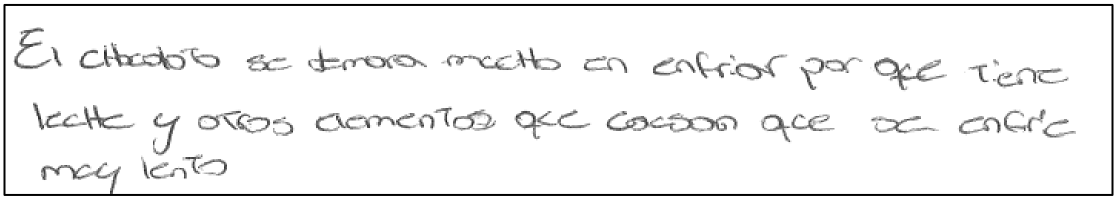

El chocolate se demora mucho en enfriar por que tiene leche y otros elementos que causan que se enfríe muy lento

**Ilustración 15Respuesta 3. Pregunta 2. Cotidiano**

Transcripción: “el chocolate se demora mucho en enfriar porque tiene leche y otros elementos que causan que se enfríe muy lento”

Otra pregunta asociada a la categoría cotidianidad es cuál de los líquidos que consume considera se demora más en enfriar, dicha pregunta complementa la definición de lo cotidiano, pues se debe tener en cuenta que dentro de su contexto, es posible asimilar diversas situaciones que permitan construir conceptos matemáticos haciendo uso del enfriamiento de un líquido bajo las nociones que ellos perciben en su entorno, por tanto se cumple con el propósito de dar sentido a una situación originada, en este caso en cada uno de los hogares de los estudiantes que pertenecen al semillero Mathema Kids.

**¿Cuál es el método que considera se demora más en enfriar y por qué?**

**¿Cuál es el método que considera se demora menos en enfriar y por qué?**

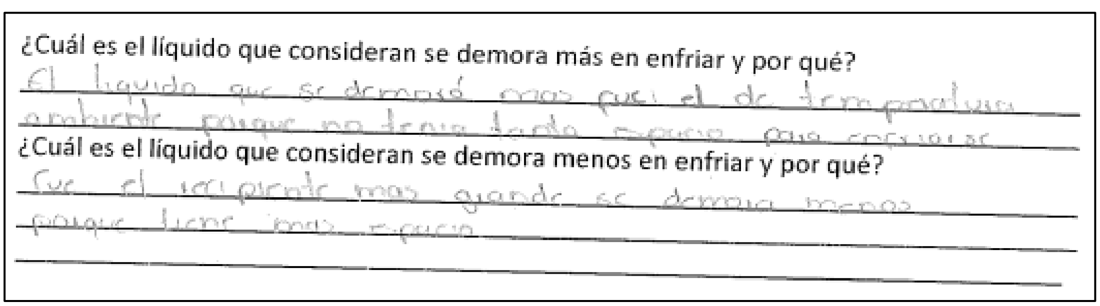

¿Cuál es el líquido que consideran se demora más en enfriar y por qué?
El líquido que se demoró más fue el de temperatura ambiente porque no tenía tanto espacio para enfriarse
¿Cuál es el líquido que consideran se demora menos en enfriar y por qué?
Fue el recipiente más grande se demora menos porque tiene más espacio

**Ilustración 16: Respuesta 1. Pregunta 3 y 4. Cotidiano**

Transcripción:"el líquido que se demora más  fue el de la temperatura ambiente porque no tenía tanto espacio para enfriar"

Transcripción:"fue el recipiente más grande se demora menos porque tiene más espacio"

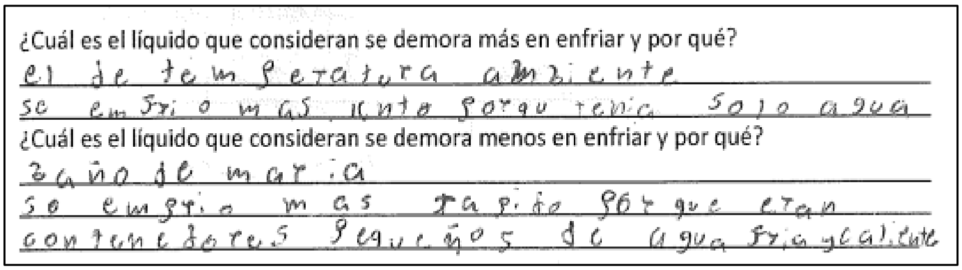

¿Cuál es el líquido que consideran se demora más en enfriar y por qué?
el de temperatura ambiente
se emfrio mas lento porqu tenia solo agua
¿Cuál es el líquido que consideran se demora menos en enfriar y por qué?
baño de maria
se emfrio mas rapido por que eran
contenedores pequeños de agua fria y caliente

**Ilustración 17:  Respuesta 2. Pregunta 3 y 4. Cotidiano**

Transcripción:" el de temperatura ambiente se enfrío más lento porque tenía solo agua"

Transcripción:"baño de María se enfrío más rápido porque eran contenedores pequeños de agua fría y caliente"

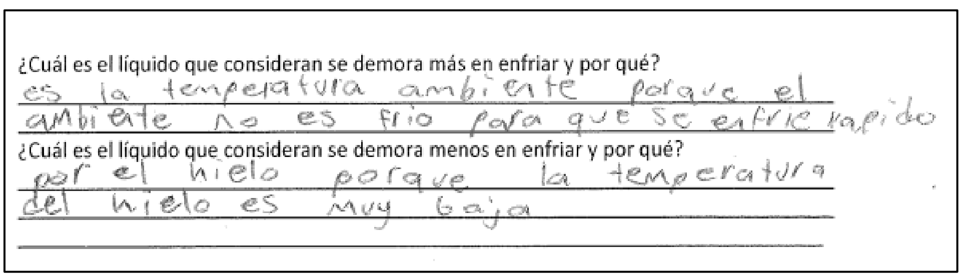

¿Cuál es el líquido que consideran se demora más en enfriar y por qué?
es la temperatura ambiente porque el
ambiente no es frio para que se enfrie rapido
¿Cuál es el líquido que consideran se demora menos en enfriar y por qué?
por el hielo porque la temperatura
del hielo es muy baja

**Ilustración 18: Respuesta 3. Pregunta 3 y 4. Cotidiano**

Transcripción: "es la temperatura ambiente porque el ambiente no es frío para que se enfríe rápido"

Transcripción:"por el hielo porque la temperatura del hielo es muy baja"

Finalmente las preguntas ¿cuál es el método que considera se demora más en enfriar?,¿ por qué? y ¿cuál es el método que considera se demora menos en enfriar?, ¿por qué?, hacen parte de esta categoría, ya que de acuerdo a las situaciones presentadas con frecuencia en la vida de los estudiantes, se contempla el sentido dado a un escenario específico, pues al determinar el mecanismo más rápido y más lento para el enfriamiento de un líquido, se atiende a las percepciones consideradas como situaciones normales que se vinculan con su cotidianidad, orientados a proponer, estructurar y dar solución a problemas, teniendo en cuenta que este surge dentro de la práctica y su solución está ligada a las consideraciones o incluso experiencias personales de los niños, por lo tanto es posible evidenciar entonces, que el desarrollo de rutinas de los estudiantes pueden ayudar a resolver diversos problemas.

### 6.2.2 Desde la matematización.

**Realizar las gráficas correspondientes a los datos registrados en cada una de las tablas: Baño María, escarcha de hielo, recipiente más grande y dejarlo quieto.**

ICOPOR

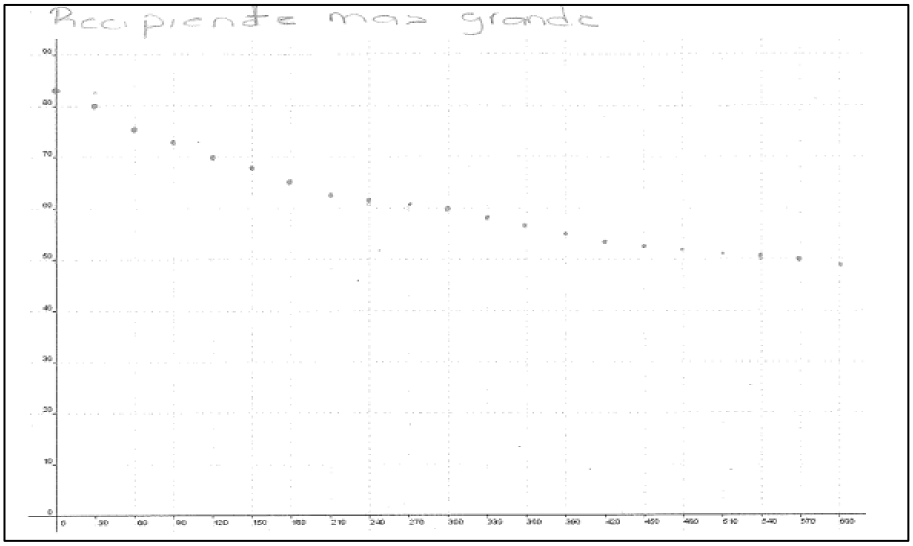



**Ilustración 19: Gráfica grupo Icopor**

PORCELANA

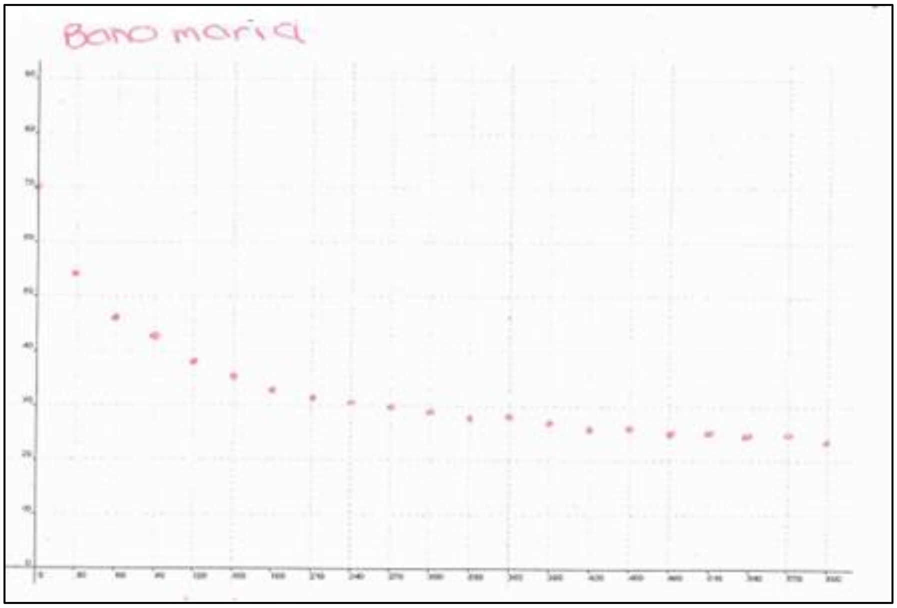



**Ilustración 20: Gráfica grupo Porcelana**

ALUMINIO

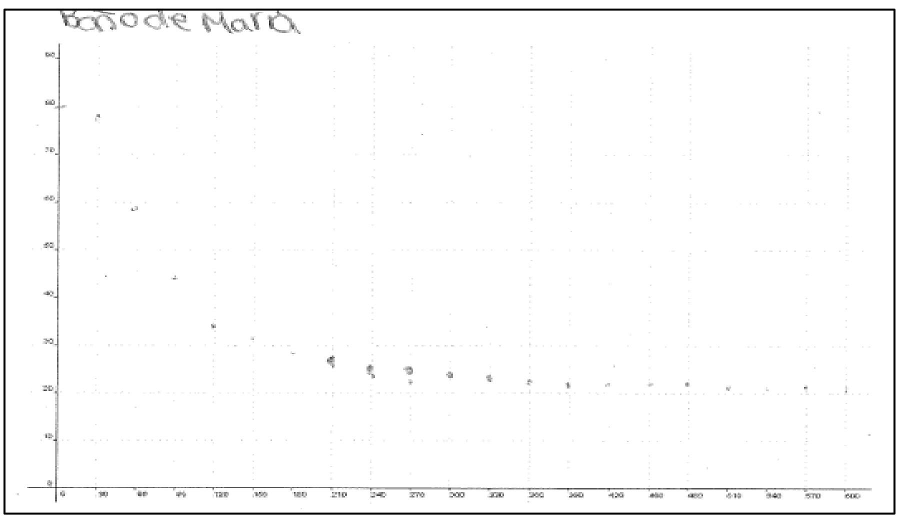



**Ilustración 21: Gráfica grupo Aluminio**

PLÁSTICO

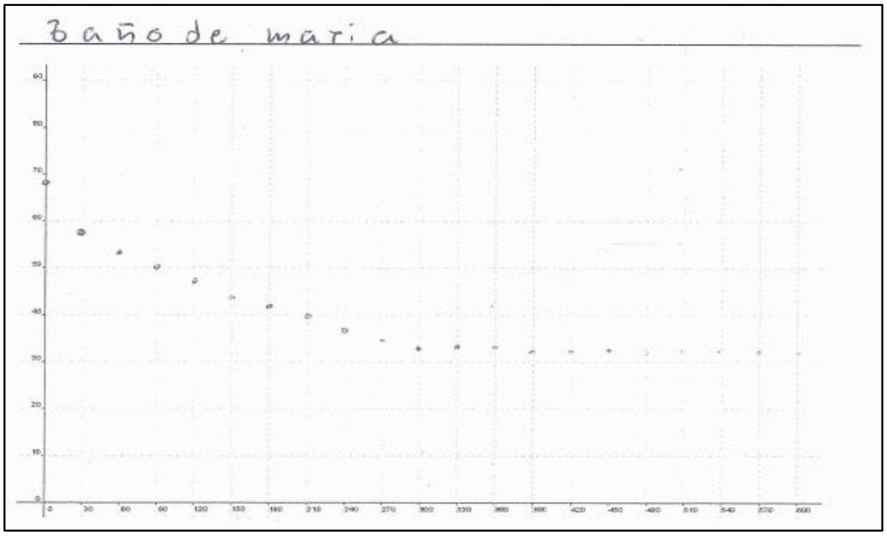



**Ilustración 22: Gráfica grupo Plástico**

La categoría matematización, es perceptible en el laboratorio desarrollado gracias a la graficación realizada por los estudiantes del semillero Mathema kid's de acuerdo a la toma o registro de datos hecho en el desarrollo del laboratorio, las gráficas anteriores muestran un comportamiento exponencial el cual ellos tienden a relacionar con un modelo lineal, dado que este es conocido por ellos, pero determinan algunas características que marcan diferencias y lo expresan como un "baja más rápido en determinado momento, pero se llega a un punto en el cual deja de bajar la temperatura".

Lo matemático se puede evidenciar en lo gráfico, ya que ellos están familiarizados con la toma de datos y construcción de la gráfica bajo otras categorías o funciones vistas, sin embargo es posible percibir cómo a pesar de ello, los estudiantes no graficaron de acuerdo a lo conocido, sino que la ubicación de los puntos fue hecha  según los datos adquiridos en el laboratorio. De acuerdo a estas características, es posible definirla bajo una matematización horizontal, ya que en ésta pretende a partir de una situación o problema de la cotidianidad se llegue a un resultado, entonces se puede entender como la situación en este caso, está definida en el desarrollo del laboratorio, el cual está ligado a momentos cotidianos que involucran el enfriamiento de un líquido, posiblemente que consumen con frecuencia bajo diversos procedimientos o mecanismos y de acuerdo a los datos obtenidos, según las variables tiempo y temperatura se genere la gráfica propuesta, que llega a ser el resultado esperado.

**Describir detalladamente qué puede percibir respecto al comportamiento de las gráficas, teniendo en cuenta los diversos métodos.**

ICOPOR

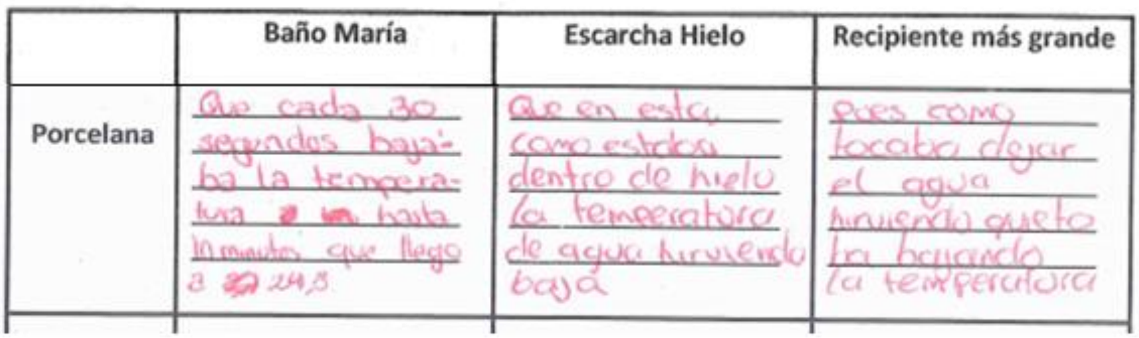
| | Baño María | Escarcha Hielo | Recipiente más grande |
|---|---|---|---|
| Icopor | Que en el baño Maria bajaba mas lento la temperatura | Que en algunas veces no bajaba la temperatura se quedaba estable | Que el comportamiento estuvo más complejo y bajaba mas rapido |

Ilustración 23: Respuesta grupo Icopor. Matematización

Transcripción:

| | Baño María | Escarcha Hielo | Recipiente más grande |
|---|---|---|---|
| **Icopor** | Que en el baño de María bajaba más lento la temperatura | Que en algunas veces no bajaba la temperatura se quedaba estable | Que el comportamiento estuvo más complejo y bajaba más rápido |

PORCELANA



| | Baño María | Escarcha Hielo | Recipiente más grande |
|---|---|---|---|
| Porcelana | Que cada 30 segundos baja-ba la tempera-tura hasta 10 minutos que llego a 24,3 | Que en esta como estaba dentro de hielo la temperatura de agua hirviendo baja | Pues como tocaba dejar el agua hirviendo quieto va bajando la temperatura |

**Ilustración 24: Respuesta grupo Porcelana. Matematización**

Transcripción:

| | Baño María | Escarcha Hielo | Recipiente más grande |
|---|---|---|---|
| **Porcelana** | Que cada 30 segundos bajaba la temperatura hasta 10 minutos que llego a 24,3 | Que en esta como estaba dentro del hielo la temperatura del agua hirviendo baja | Pues como tocaba dejar el agua hirviendo quieta va bajando la temperatura |

ALUMINIO

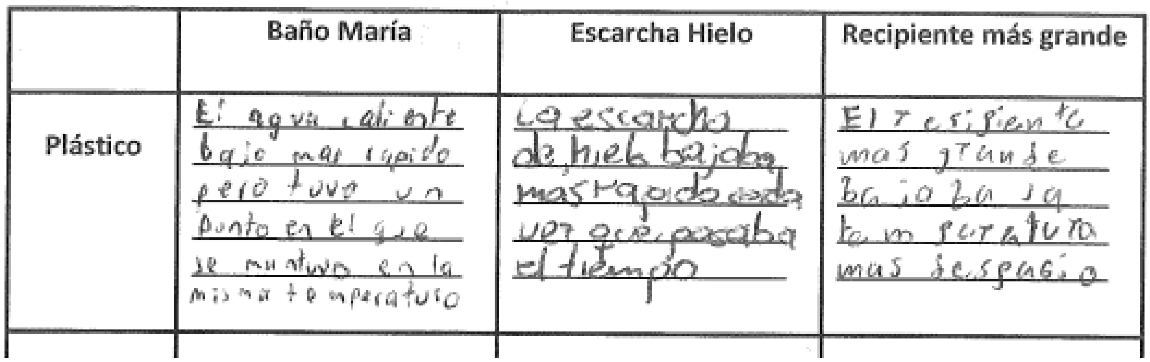
| | Baño María | Escarcha Hielo | Recipiente más grande |
|---|---|---|---|
| **Aluminio** | La temperatura disminuyo correctamente por lo que veo en la grafica | disminuyo correctamente pero tuvimos un pequeño error | la temperatura bajo mas lento pero correctamente segun las graficas |

**Ilustración 25: Respuesta grupo Aluminio. Matematización**

Transcripción:

| | Baño María | Escarcha Hielo | Recipiente más grande |
|---|---|---|---|
| **Aluminio** | La temperatura disminuyo correctamente por lo que veo en la gráfica | Disminuyo correctamente pero tuvimos un pequeño error | La temperatura bajo más lento pero correctamente según las graficas |

PLÁSTICO



| | Baño María | Escarcha Hielo | Recipiente más grande |
|---|---|---|---|
| Plástico | El agua caliente bajo mas rapido pero tuvo un punto en el que se mantuvo en la misma temperaturo | La escarcha de hielo bajaba mas rapido cada vez que pasaba el tiempo | El resipiente más grande bajaba la temperatura mas despacio |

**Ilustración 26: Respuesta grupo Plástico. Matematización**

Transcripción:

| | **Baño María** | **Escarcha Hielo** | **Recipiente más grande** |
|---|---|---|---|
| **Plástico** | El agua caliente bajo más rápido pero tuvo un punto en el que se mantuvo en la misma temperatura | La escarcha de hielo bajaba más rápido cada vez que pasaba el tiempo | El recipiente más grande bajaba la temperatura más despacio |

La pregunta**, ¿qué puede percibir respecto al comportamiento de las gráficas?,** da la importancia al principio matemático establecido dentro de esta categoría, pues se manifiestan los procesos de percepción, análisis y comparación establecidos gracias a la práctica y resultados obtenidos, en este caso las gráficas expuestas con anterioridad, con el fin de demostrar la fundamentación hecha por los estudiantes respecto al camino que ejerce la cotidianidad para construir conceptos matemáticos, dada por la situación en particular que permite inferir nociones conceptuales asociadas a las prácticas que se asemejan en su entorno general.

De esta manera es posible categorizar dicha pregunta como matematización vertical, ya que su objetivo es concreto según está definido, pues se pretende que el estudiante generalice sus ideas, las cuales han ido construyendo gracias al desarrollo del laboratorio y genere un concepto matemático concreto, que puede evidenciarse en la descripción detallada que se realiza respecto al comportamiento de las gráficas. Entonces es posible comprender los conceptos generados de acuerdo a cada método empleado (baño maría, recipiente más grande, escarcha de hielo), estableciendo significados respecto a la disminución de temperatura debido a los agentes externos (materiales y escarcha de hielo) que están involucrados en el enfriamiento del líquido, la deducción hecha por los estudiantes permiten definir nociones matemáticas que se complementan gracias a la estructura definida gracias a la ejecución del laboratorio.

Por tanto la relación dada entre lo cotidiano y las matemáticas, y en esta categoría entre la matematización horizontal y vertical, argumentada en las preguntas anteriores permite que se complementen las ideas propuestas, las percepciones obtenidas y la conceptualización generada gracias a las herramientas previstas durante la ejecución del laboratorio y los resultados obtenidos al respecto, ya que la conexión dada entre ambas ayuda al estudiante a comprender de forma más clara los conceptos propuestos y definidos mediante la graficación y la descripción que puede darse al respeto, lo cual es producto de su misma percepción y análisis frente a resultados evidentes antes, durante y después del laboratorio.

### 6.2.3 Desde la familiaridad con el contexto.

**Toma de datos.**

RECIPIENTE ICOPOR

Baño María

| TIEMPO (seg.) | TEMPERATURA (°C) | TIEMPO (seg.) | TEMPERATURA (°C) |
|---|---|---|---|
| 0 | 80 | | |
| 30 | 78 | 330 | 61 |
| 60 | 79 | 360 | 60 |
| 90 | 70 | 390 | 59 |
| 120 | 69 | 420 | 58 |
| 150 | 68 | 450 | 57 |
| 180 | 67 | 480 | 56 |
| 210 | 66 | 510 | 56 |
| 240 | 64 | 540 | 55 |
| 270 | 63 | 570 | 54 |
| 300 | 62 | 600 | 53 |

Escarcha de hielo

| TIEMPO (seg.) | TEMPERATURA (°C) | TIEMPO (seg.) | TEMPERATURA (°C) |
|---|---|---|---|
| 0 | 83 | | |
| 30 | 78 | 330 | 64 |
| 60 | 76 | 360 | 62 |
| 90 | 76 | 390 | 62 |
| 120 | 74 | 420 | 61 |
| 150 | 73 | 450 | 59 |
| 180 | 72 | 480 | 58 |
| 210 | 71 | 510 | 57 |
| 240 | 68 | 540 | 56 |
| 270 | 66 | 570 | 55 |
| 300 | 65 | 600 | 54 |

Recipiente más grande

Dejarlo quieto

| TIEMPO (seg.) | TEMPERATURA (°C) | TIEMPO (seg.) | TEMPERATURA (°C) |
|---|---|---|---|
| 0 | 84 | | |
| 30 | 80 | 330 | 58 |
| 60 | 75 | 360 | 57 |
| 90 | 73 | 390 | 56 |
| 120 | 70 | 420 | 55 |
| 150 | 68 | 450 | 54 |
| 180 | 66 | 480 | 53 |
| 210 | 64 | 510 | 52 |
| 240 | 62 | 540 | 51 |
| 270 | 61 | 570 | 50 |
| 300 | 60 | 600 | 49 |

| TIEMPO (seg.) | TEMPERATURA (°C) | TIEMPO (seg.) | TEMPERATURA (°C) |
|---|---|---|---|
| 0 | 82 | | |
| 30 | 78 | 330 | 67 |
| 60 | 77 | 360 | 66 |
| 90 | 76 | 390 | 64 |
| 120 | 75 | 420 | 63 |
| 150 | 73 | 450 | 62 |
| 180 | 72 | 480 | 62 |
| 210 | 71 | 510 | 61 |
| 240 | 70 | 540 | 60 |
| 270 | 69 | 570 | 59 |
| 300 | 68 | 600 | 58 |

**Tabla 5: Toma de datos. Icopor. Familiaridad**

RECIPIENTE PORCELANA

Baño María

| TIEMPO (seg.) | TEMPERATURA (°C) | TIEMPO (seg.) | TEMPERATURA (°C) |
|---|---|---|---|
| 0 | 70 | | |
| 30 | 54,4 | 330 | 28,8 |
| 60 | 46,5 | 360 | 28,2 |
| 90 | 43,0 | 390 | 27,4 |
| 120 | 39,3 | 420 | 26,8 |
| 150 | 37,1 | 450 | 26,3 |
| 180 | 34,7 | 480 | 25,9 |
| 210 | 32,9 | 510 | 25,4 |
| 240 | 31,5 | 540 | 25,2 |
| 270 | 30,2 | 570 | 25,1 |
| 300 | 29,9 | 600 | 24,8 |

Escarcha de hielo

| TIEMPO (seg.) | TEMPERATURA (°C) | TIEMPO (seg.) | TEMPERATURA (°C) |
|---|---|---|---|
| 0 | 63,2 | | |
| 30 | 54,0 | 330 | 23,1 |
| 60 | 48,2 | 360 | 22,4 |
| 90 | 42,7 | 390 | 21,0 |
| 120 | 39,0 | 420 | 20,3 |
| 150 | 35,8 | 450 | 19,6 |
| 180 | 28,4 | 480 | 18,6 |
| 210 | | 510 | 17,8 |
| 240 | | 540 | 17,1 |
| 270 | 25,8 | 570 | 16,9 |
| 300 | 24,2 | 600 | 15,3 |

Recipiente más grande

Dejarlo quieto

| TIEMPO (seg.) | TEMPERATURA (°C) | TIEMPO (seg.) | TEMPERATURA (°C) |
|---|---|---|---|
| 0 | 82 | | |
| 30 | 68,8 | 330 | 53,6 |
| 60 | 67,2 | 360 | 52,7 |
| 90 | 65,8 | 390 | 51,7 |
| 120 | 64,3 | 420 | 50,7 |
| 150 | 62,2 | 450 | 49,7 |
| 180 | 61,3 | 480 | 48,7 |
| 210 | 59,2 | 510 | 48,1 |
| 240 | 57,7 | 540 | 47,2 |
| 270 | 56,1 | 570 | 46,6 |
| 300 | 54,9 | 600 | 45,7 |

| TIEMPO (seg.) | TEMPERATURA (°C) | TIEMPO (seg.) | TEMPERATURA (°C) |
|---|---|---|---|
| 0 | 68 | | |
| 30 | 70,6 | 330 | 62,3 |
| 60 | 67,3 | 360 | 62,0 |
| 90 | 66,2 | 390 | 61,5 |
| 120 | 63,5 | 420 | 61,0 |
| 150 | 64,9 | 450 | 60,3 |
| 180 | 64,4 | 480 | 59,8 |
| 210 | 64,0 | 510 | 59,4 |
| 240 | 63,6 | 540 | 58,8 |
| 270 | 63,1 | 570 | 58,3 |
| 300 | 62,8 | 600 | 57,8 |

**Tabla 6: Toma de datos. Porcelana. Familiaridad**

<u>RECIPIENTE ALUMINIO</u>

Baño María

| TIEMPO (seg.) | TEMPERATURA (°C) | TIEMPO (seg.) | TEMPERATURA (°C) |
|---|---|---|---|
| 0 | 80 | | 24 |
| 30 | 78 | 330 | 24 |
| 60 | 59 | 360 | 23 |
| 90 | 44 | 390 | 22 |
| 120 | 34 | 420 | 22 |
| 150 | 32 | 450 | 22 |
| 180 | 29 | 480 | 22 |
| 210 | 28 | 510 | 21 |
| 240 | 27 | 540 | 21 |
| 270 | 26 | 570 | 21 |
| 300 | 25 | 600 | 21 |

Escarcha de hielo

| TIEMPO (seg.) | TEMPERATURA (°C) | TIEMPO (seg.) | TEMPERATURA (°C) |
|---|---|---|---|
| 0 | 74 | | |
| 30 | 64 | 330 | 25 |
| 60 | 59 | 360 | 23 |
| 90 | 53 | 390 | 21 |
| 120 | 48 | 420 | 20 |
| 150 | 43 | 450 | 19 |
| 180 | 43 | 480 | 19 |
| 210 | 39 | 510 | 18 |
| 240 | 36 | 540 | 18 |
| 270 | 32 | 570 | 17 |
| 300 | 28 | 600 | 17 |

Recipiente más grande

Dejarlo quieto

| TIEMPO (seg.) | TEMPERATURA (°C) | TIEMPO (seg.) | TEMPERATURA (°C) |
|---|---|---|---|
| 0 | 82 | | |
| 30 | 79 | 330 | 57 |
| 60 | 76 | 360 | 56 |
| 90 | 73 | 390 | 55 |
| 120 | 70 | 420 | 54 |
| 150 | 68 | 450 | 53 |
| 180 | 66 | 480 | 52 |
| 210 | 64 | 510 | 51 |
| 240 | 62 | 540 | 49 |
| 270 | 60 | 570 | 49 |
| 300 | 58 | 600 | 48 |

| TIEMPO (seg.) | TEMPERATURA (°C) | TIEMPO (seg.) | TEMPERATURA (°C) |
|---|---|---|---|
| 0 | 80 | | |
| 30 | ~~80~~ 79 | 330 | 70 |
| 60 | 79 | 360 | 69 |
| 90 | 77 | 390 | 68 |
| 120 | 76 | 420 | 67 |
| 150 | 75 | 450 | 66 |
| 180 | 74 | 480 | 66 |
| 210 | 73 | 510 | 65 |
| 240 | 72 | 540 | 64 |
| 270 | 71 | 570 | 64 |
| 300 | 70 | 600 | 63 |

**Tabla 7: : Toma de datos. Aluminio. Familiaridad**

RECIPIENTE PLÁSTICO

Baño María

| TIEMPO (seg.) | TEMPERATURA (°C) | TIEMPO (seg.) | TEMPERATURA (°C) |
|---|---|---|---|
| 0 | 68 | | X 34 |
| 30 | 58 | 330 | 34 |
| 60 | 53 | 360 | 34 |
| 90 | 50 | 390 | 33 |
| 120 | 47 | 420 | 33 |
| 150 | 44 | 450 | 33 |
| 180 | 42 | 480 | 33 |
| 210 | 40 | 510 | 33 |
| 240 | 37 | 540 | 33 |
| 270 | 35 | 570 | 33 |
| 300 | 34 | 600 | 33 |

Escarcha de hielo

| TIEMPO (seg.) | TEMPERATURA (°C) | TIEMPO (seg.) | TEMPERATURA (°C) |
|---|---|---|---|
| 0 | 75 | | 39 |
| 30 | 67 | 330 | 39 |
| 60 | 65 | 360 | 37 |
| 90 | 65 | 390 | 35 |
| 120 | 63 | 420 | 33 |
| 150 | 59 | 450 | 31 |
| 180 | 56 | 480 | 29 |
| 210 | 53 | 510 | 27 |
| 240 | 49 | 540 | 25 |
| 270 | 45 | 570 | 24 |
| 300 | 43 | 600 | 23 |

Recipiente más grande

Dejarlo quieto

82

| TIEMPO (seg.) | TEMPERATURA (°C) | TIEMPO (seg.) | TEMPERATURA (°C) |
|---|---|---|---|
| 0 | 68 | | |
| 30 | 65 | 330 | 51 |
| 60 | 64 | 360 | 50 |
| 90 | 62 | 390 | 49 |
| 120 | 60 | 420 | 48 |
| 150 | 59 | 450 | 47 |
| 180 | 57 | 480 | 46 |
| 210 | 55 | 510 | 45 |
| 240 | 54 | 540 | 44 |
| 270 | 53 | 570 | 43 |
| 300 | 52 | 600 | 43 |

| TIEMPO (seg.) | TEMPERATURA (°C) | TIEMPO (seg.) | TEMPERATURA (°C) |
|---|---|---|---|
| 0 | 78 | | 65 |
| 30 | 76 | 330 | 64 |
| 60 | 75 | 360 | 63 |
| 90 | 73 | 390 | 63 |
| 120 | 72 | 420 | 62 |
| 150 | 71 | 450 | 61 |
| 180 | 70 | 480 | 61 |
| 210 | 69 | 510 | 60 |
| 240 | 68 | 540 | 60 |
| 270 | 67 | 570 | 59 |
| 300 | 66 | 600 | 59 |

**Tabla 8: Toma de datos. Plástico. Familiaridad**

La toma o registro de datos realizado por los estudiantes del semillero Mathema Kids se contempla en esta categoría, dado que existe un ejercicio que implica una relación entre lo cotidiano y lo académico, puesto que la práctica, considerada en este caso como el desarrollo del laboratorio, tiene en cuenta conocimientos previos que poseen los niños acerca de modelación de funciones para fortalecer un modelo que se atribuye a las matemáticas, de esta manera la correlación establecida entre lo cotidiano y lo académico fortalece la correspondencia dada entre ambos términos, y así el laboratorio es el escenario apropiado para establecer la significación dada para un modelo exponencial.

**¿Qué diferencias existen entre las gráficas?**

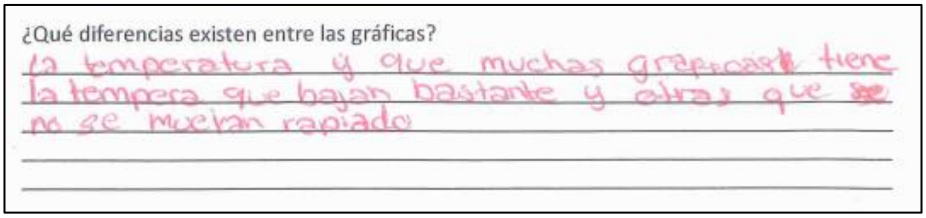

¿Qué diferencias existen entre las gráficas?
la temperatura y que muchas grapicas tiene
la tempera que bajan bastante y otras que
no se mueran rapiado

Ilustración 27: Respuesta 1. Pregunta 1. Familiaridad

Transcripción: “la temperatura y que muchas gráficas tiene la temperatura que bajan bastante y otros que no se mueven rápido”

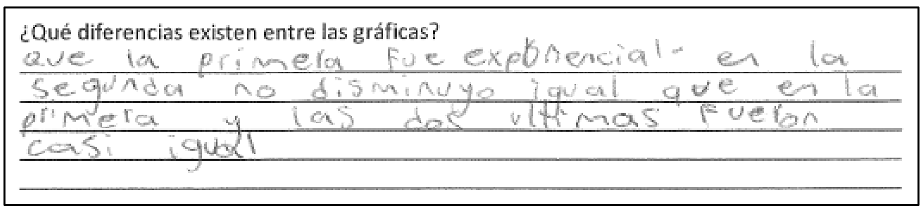

¿Qué diferencias existen entre las gráficas?
que la primera fue exponencial en la
segunda no disminuyo igual que en la
primera y las dos ultimas fueron
casi igual

Ilustración 28: Respuesta 2. Pregunta 1. Familiaridad

Transcripción:”que la primera fue exponencial en la segunda no disminuyó igual que en la primera y las dos últimas fueron casi igual”

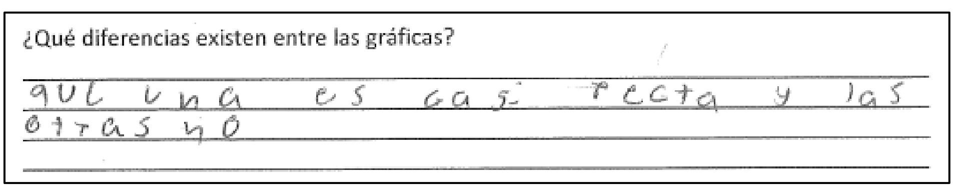

¿Qué diferencias existen entre las gráficas?
que una es casi recta y las
otras no

Ilustración 29: Respuesta 3. Pregunta 1. Familiaridad

Transcripción:”que una es casi recta y las otras no”

Continuando con el análisis de esta categoría, se asocia la pregunta **¿Qué diferencias existen entre las gráficas?** ya que los estudiantes establecen puntos de comparación claves dentro del análisis de resultados, pues ya han representado con anterioridad la función lineal, y de acuerdo al registro de datos realizan inferencias sobre lo que observan, por tanto términos proporcionados por los niños del semillero Mathema kids como "exponencial" o "es casi una recta" cuando ven la gráfica realizada, puede compactar la relación dada sobre los conocimientos previos otorgados por lo cotidiano y la conceptualización formal del concepto matemático, que por ende asocia el conocimiento que tiene el estudiante y da sentido a la situación propuesta.

**Según el laboratorio, ¿Qué considera que está variando de acuerdo a la experimentación hecha?**

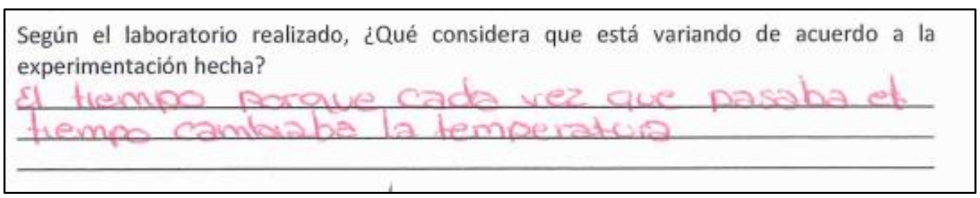

Según el laboratorio realizado, ¿Qué considera que está variando de acuerdo a la experimentación hecha?
El tiempo porque cada vez que pasaba el tiempo cambiaba la temperatura

**Ilustración 30: Respuesta 1. Pregunta 2. Familiaridad**

Transcripción:"el tiempo porque cada vez que pasaba el tiempo cambiaba la temperatura"

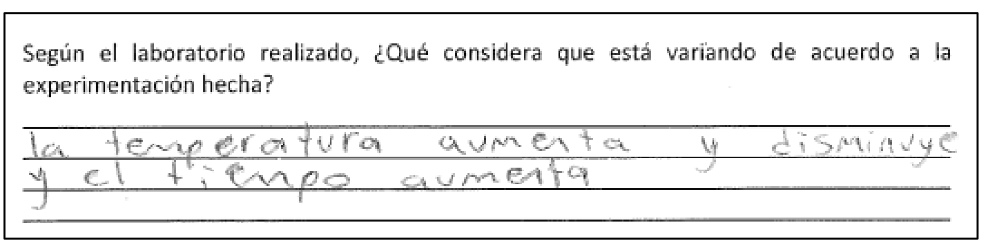

Según el laboratorio realizado, ¿Qué considera que está variando de acuerdo a la experimentación hecha?
la temperatura aumenta y disminuye y el tiempo aumenta

**Ilustración 31: Respuesta 2. Pregunta 2. Familiaridad**

Transcripción:"la temperatura aumenta y disminuye y el tiempo aumenta"

La familiaridad contempla a su vez factores que permitan la construcción conceptual de términos matemáticos que definan la situación involucrada en la práctica, que puede entenderse gracias al laboratorio desarrollado, es así como la adquisición de significados puede usarse reiteradamente permitiendo la percepción de aplicación, donde el puente entre lo cotidiano y lo académico dado en esta categoría, fundamenta la construcción de concepciones que explican el objetivo de vislumbrar las matemáticas en diversos escenarios de significación entendible, perceptible y aplicable. Entonces la delimitación de variables, como la temperatura y el tiempo apoyan los esfuerzos de categorización involucradas en la familiaridad.

**A partir de las gráficas ¿Cuál es la forma más rápida de enfriamiento? ¿Por qué?**

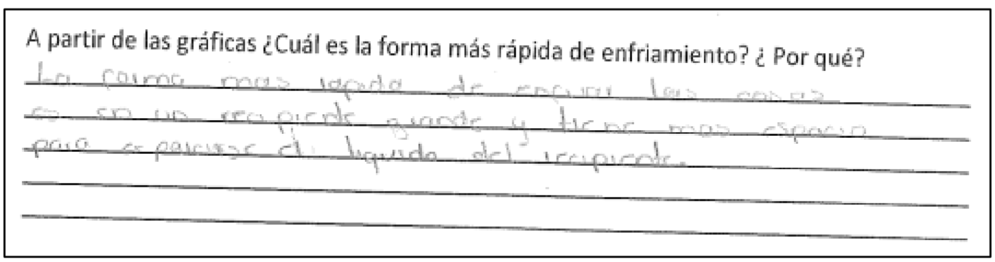

A partir de las gráficas ¿Cuál es la forma más rápida de enfriamiento? ¿ Por qué?
La forma más rápida de enfriar las cosas es en un recipiente grande y tiene más espacio para esparcirse el líquido del recipiente.

**Ilustración 32: Respuesta 1. Pregunta 3. Familiaridad**

Transcripción: “la forma más rápida de enfriar las cosas es un recipiente grande y tiene más espacio para esparcirse el líquido del recipiente”

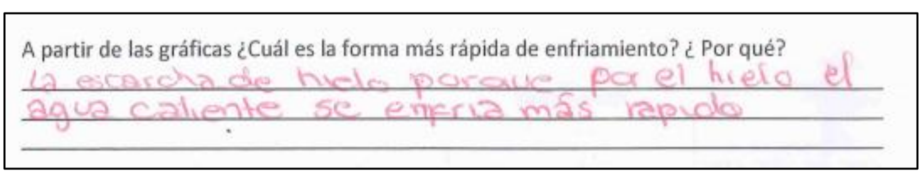

A partir de las gráficas ¿Cuál es la forma más rápida de enfriamiento? ¿ Por qué?
La escarcha de hielo porque por el hielo el agua caliente se enfria más rapido

**Ilustración 33: Respuesta 2. Pregunta 3. Familiaridad**

Transcripción:”la escarcha de hielo porque por el hielo el agua caliente se enfría más rápido

Teniendo en cuenta los aspectos frente al discurso del estudiante alimentado gracias al uso de conceptos matemáticos en determinadas situaciones, la pregunta **¿cuál es la forma más rápida de enfriamiento?** Fortalece esta categoría en la medida que los estudiantes establecen conclusiones de acuerdo al laboratorio ejecutado, puesto que condiciona sus conocimientos, percepciones y lleva estas posturas a una deducción lógica, la cual es interpretada según resultados obtenidos, es perceptible el hecho de argumentar el método considerado como efectivo al momento de enfriar un líquido debido a la complementación conferida a los conceptos matemáticos que abordan y enriquecen su aprendizaje.

**¿Conocía la forma que resultó al realizar la gráfica de los experimentos?**

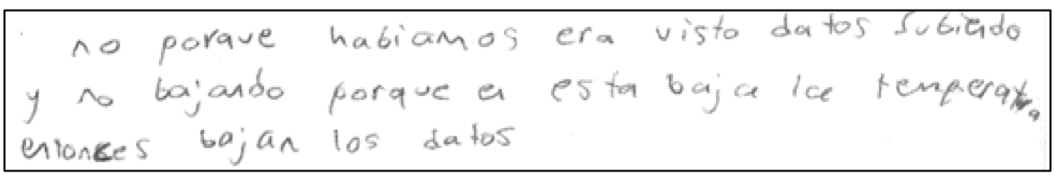

no porque habiamos era visto datos subiendo
y no bajando porque en esta baja la tempera
entonces bajan los datos

**Ilustración 34: Respuesta 1. Pregunta 4. Familiaridad**

Transcripción:"no porque habíamos era visto datos subiendo y no bajando porque en esta baja la temperatura entonces bajan los datos"

Finalmente la pregunta **¿Conocía la forma que resultó al realizar la gráfica de los experimentos?** Se inscribe frente a la influencia dada en el aprendizaje y comprensión de las matemáticas, ya que los estudiantes del semillero poseen unos conceptos previos, respecto a otros laboratorios realizados con anterioridad y así al convertir dichas prácticas como parte de su cotidianidad, fortalecen la conceptualización de acuerdo a las respuestas brindadas, por ejemplo asumir la diferencia en el registro de datos, que resulta innovador en cuanto baja la temperatura permite apoyar y estipular nociones matemáticas ambiguas frente al concepto real y caracterización de éste.

# 7. CONCLUSIONES – RECOMENDACIONES

En el desarrollo de la presente investigación se mostró los elementos que constituyen la llamada sociedad del conocimiento: *Saber o conocimiento en uso, aprendiz* (sujeto individual, colectivo o histórico) y escenarios socioculturales. El desarrollo del laboratorio de la ley de enfriamiento de Newton incluyó en su parte inicial, un cuestionario que tenía como objetivo indagar sobre una práctica cotidiana en la mayoría de familias: enfriar un líquido. Este cuestionario fue solucionado por madres de familia de estudiantes del semillero Mathema Kids. Dada sus características y el rol que cumplen en la sociedad, los padres o madres de familia (fundamentales en el proceso de aprendizaje, de bido a que en primera instancia son los directos responsables de la educación de sus hijos) pueden incluirse en esta triada como elementos constituyentes de los escenarios socioculturales; pero dada su influencia e importancia en el proceso de aprendizaje, evidenciado en el desarrollo del laboratorio al menos en su constitución, permitiría ajustarlo como un agente aislado, independiente de los otros tres, con acciones propias que fortalezcan su visión y misión como primeros educadores de sus hijos. Antes de la implementación de la Ley de Enfriamiento de Newton como escenario para la resignificación de lo exponencial a partir de prácticas cotidianas, la participación de los padres de familia en el semillero se restringía, exclusivamente, a ser acudientes de sus hijos, es decir eran agentes pasivos en el aprendizaje. Con la implementación de esta actividad se vinculan de forma directa en este proceso, debido a que aportan desde su experiencia, forjada en lo cotidiano: ideas, procedimientos y posibles soluciones a las actividades diseñadas en el presente trabajo, en especial las relacionadas con la temperatura y los métodos de enfriamiento de sustancias manipuladas en su diario vivir. Sin su participación no hubiese sido posible el diseño del laboratorio. Por ejemplo; los distintos montajes para observar como decrecía la temperatura del agua, fueron resultado de las sugerencias que las madres de familia hicieron cuando se les preguntó cómo realizaban esta acción al momento de enfriar una sustancia (bebida o alimento), que en el ámbito doméstico se realiza bajo presión, cuando su hijo(a) en contra del tiempo y su voluntad, se disponen a ir al colegio. Esto se evidenció en todas las preguntas que se realizaron. En la primera y tercera pregunta se aclararon los métodos conocidos para enfriar de líquidos. En el diseño de los montajes no se utilizaron todos los métodos mencionados, se tomaron aquellos que involucraran la menor cantidad de variables y que se ajustaban a las leyes de la termodinámica. Por ejemplo; el método donde se trasvasa de un recipiente a otro involucra variables como el rozamiento reiterado en ambos recipientes, la energía cinética al momento de trasladar el líquido, son variables que involucran el diseño de modelos sofisticados que relacionen estas magnitudes. Por lo tanto se eligió aquellos métodos donde el líquido permanecía estático, solo bajo la influencia del recipiente donde estaban contenidos.

Algo apremiante para un padre de familia, que en medio de los escenarios en los que esta inmerso, pueda sentirse incluido en el aprendizaje de su hijo, con aportes desde su experiencia como amas de casa o como empleados; aportes que pasan desapercibidos y que no se tienen en cuenta por prejuicios sociales. ¿Qué puede aportar un ama de casa o un empleado en el aprendizaje de su hijo? Puede pensarse que poco, pero en la implementación de esta propuesta el rol de los padres de familia es dinámico en cuanto a su experiencia y la forma como puede ser contenida en el proceso de aprendizaje.

En la metodología de la presente investigación se mostró como los elementos que hacían parte del mundo real permitían una contribución a las matemáticas desde su práctica, ya que estos despertaron el interés y atención de los estudiantes del semillero Mathema Kids y les brindaron elementos para el conocimiento de un nuevo modelo matemático, diferente al ya conocido (modelo lineal), teniendo en cuenta las categorías de análisis trabajadas, la **cotidianidad** permitió encontrar elementos que posibilitaron el diseño del laboratorio de la Ley de Enfriamiento de Newton y a su vez teniendo en cuenta la revisión disciplinar encontrar algunos de ellos que no permitían realizar un uso correcto de la teoría dado que se incluían nuevos conceptos que variaban los resultados con referencia a las leyes de termodinámica. La **matematización** estuvo presente en el desarrollo del laboratorio, cuando los estudiantes al verse enfrentados a la situación sugerían algunos métodos de enfriamiento o lograban predecir cuál sería el mecanismo más efectivo a la hora de enfriar un liquido, además en sus definiciones establecían categorías de análisis como el tiempo y la temperatura, que permitieron concretar conceptos matemáticos perceptibles en el desarrollo del laboratorio. La **familiaridad** se puede percibir en la conexión dada entre las situaciones cotidianas de su diario vivir y los conceptos académicos, teniendo en cuenta que el objetivo del taller se centra en el vínculo que los estudiantes pueden establecer frente al aprendizaje de nuevas definiciones y su cotidianidad producto de la experiencia, que enriquece el conocimiento para establecer con propiedad un discurso temático de acuerdo a la práctica obtenida al respecto.

**Sugerencias**

La necesidad de que los docentes de matemáticas tengan conocimiento acerca de física, ya que en el diseño del laboratorio evidenciamos que si los conceptos no están claros podemos entrar en inconsistencias a la hora de trabajar, un ejemplo se ve en el primer laboratorio planteado ya que se presentaron errores referentes a las leyes de la termodinámica. Es posible entender entonces como durante el desarrollo del presente escrito se comprendió la importancia de la termodinámica, la cual centra su interés en considerar la manera en que se transforman las distintas formas de energía y la relación existente entre estos procesos y la temperatura, definiciones establecidas gracias al abordar con profundidad dichos conceptos que permitieron la elaboración del taller y ejecución del laboratorio, por tanto comprender dicha teoría implica un estudio con mayor profundidad que permita tanto a docentes como estudiantes involucrar en su aprendizaje una conceptualización temática que complemente su formación académica.

Continuar con actividades de este tipo que involucren a los estudiantes del semillero Mathema Kids, ya que son pioneros del conocimiento aun sin tener las bases matemáticas, lo cual enriquece este proceso. Es importante resaltar como los espacios otorgados por la universidad, junto con el semillero ayuda a fortalecer las bases académicas presentes durante el periodo de formación universitaria, ya que en escenarios diferentes al aula de clases fortalece el aprendizaje y lleva a incrementar el espíritu investigativo mejorando las prácticas que definen a un docente inmerso en las prácticas pedagógicas que nutren la esencia de su formación, se puede percibir entonces mediante el enriquecimiento dada a las matemáticas fruto de alguna experiencia cotidiana.

# 8. BIBLIOGRAFÍA


Alonso, M., & Finn , E. (1976). *Fiscia: mecánica.* E.E. U.U.: Fondo educativo interamericano.

Arcavi, A. (2006). *Articulo01 Lo cotidiano y lo academico en Matemáticas.* Recuperado de Sociedad canaria de profesores de matematicas Isaac Newton: http://www.sinewton.org/numeros/numeros/63/Articulo01.pdf

Arrieta Vera, J. I., & Canul Perez, A. (2014). *ArrietaLaspracticasAlme2004.* Recuperado de Repositorio digital de documentos en educación matemática: http://funes.uniandes.edu.co/6293/1/ArrietaLaspracticasAlme2004.pdf

Arrieta, J. (2012). *Seminario Repensar las matemáticas ciclo 12*. Recuperado de resumen-jaime-arrieta: https://repensarlasmatematicas.files.wordpress.com/2012/09/resumen-jaime-arrieta.pdf

Blum, W., Galbraith, P., Mogens, N., & Hanns, H. (2007). *Modelling and Applications in Mathematics Education.* New York: Springer.

Bressan, A. (2011). *principios-de-educacion-matematica-realista*. Recuperado de lasmatesdeinma: https://lasmatesdeinma.files.wordpress.com/2011/11/principios-de-educacion-matematica-realista.pdf

Briceño, A., & Buendía, G. (2015). *Revista Virtual Universidad Católica del Norte*. Obtenido de Los experimentos de diseño y la práctica de modelación:: http://revistavirtual.ucn.edu.co/index.php/RevistaUCN/article/view/656//1189

Camacho, A. (2010). *Red de Revistas Científicas de América Latina y el Caribe, España y Portugal*. Obtenido de http://www.redalyc.org/pdf/405/40518106.pdf

Cantoral, R. (2013). *Teoría Socioepistemológica de la matemática educativa.* Mexico: Gedisa.

Cantoral, R., Reyes Gasperini, D., & Montiel, G. (03 de 10 de 2014). *Red de Revistas Científicas de América Latina y el Caribe, España y Portugal.* Recuperado el 20 de 03 de 2016, de 274032530006: http://www.redalyc.org/pdf/2740/274032530006.pdf

Cordero, F., & Flores, R. (03 de 2007). *24362007000100002*. Recuperado de Scielo Mexico: http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-24362007000100002

Córdoba, F. (Septiembre de 2011). *cordoba_2011.* Recuperado de Instituto Politecnico Nacional "La técnica al servicio de la patria": http://www.matedu.cicata.ipn.mx/tesis/maestria/cordoba_2011.pdf

Da Fonseca, V. (2004). *Dificultades de aprendizaje.* Barcelona: Trillas.

Gasperini, Daniela;. (2013). *ReyesElempoderamientoALME2013*. Recuperado de Repositorio digital de documentos en educación matemática: http://funes.uniandes.edu.co/4493/1/ReyesElempoderamientoALME2013.pdf

Hernán, F. (1988). Lo que he aprendido. *Suma*, 7-12.

Known, O. (02 de 2002). *Wiley online library*. Recuperado de The Effect of Calculator-Based Ranger Activities on Students' Graphing Ability: http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1111/j.1949-8594.2002.tb17895.x/abstract

Levenson, T. (2011). *Newton y el falsificador.* Barcelona: ALBA editorial.

Martinez Sierra, G. (2007). *2007_%20Martinez_%20Libro_%20UAG.* Recuperado de Instituto Politecnico Nacional "La técnica al servicio de la Patria": http://www.matedu.cicata.ipn.mx/archivos/Gustavo/2007_%20Martinez_%20Libro_%20UAG.pdf

MEN. (03 de 2008). *Al tablero, El periódico de un país que educa y que se educa*. Recuperado de article-162392: http://www.mineducacion.gov.co/1621/article-162392.html

Rodriguez Gomez, G. (1996). *Métodos de investigación interdisciplinaria*. Recuperado de INVESTIGACION_CUALITATIVA_Rodriguez_et_al.pdf: http://metodosdeinvestigacioninterdisciplinaria.bligoo.com.co/media/users/10/528344/files/53953/INVESTIGACION_CUALITATIVA_Rodriguez_et_al.pdf

Ruiz. (25 de 10 de 2008). *Organización de Estados Iberoamericanos*. Recuperadode Organización de Estados Iberoamericanos para la Educación, la Ciencia y la Cultura (OEI): http://rieoei.org/deloslectores/2359Socarras-Maq.pdf

Sierra, N. (2014). *Revista digital de educación y ciencias*. Recuperado de 05%20SIERRA%20NORMA.pdf:http://www.argonautas.unsl.edu.ar/files/05%20SIERRA%20NORMA.pdf

Singh, S. (1999). *El último teorema de Fermat.* Santa Fé de Bogotá: Norma S.A.

Suarez, L. (2014). *Modelación - graficación para la matemática escolar.* Mexico: Ediciones Diaz de Santos.

Tarazona, L., & Vega, E. (2007). *Repositorio Institucional Universidad Industrial de Santander*. Recuperadode 124118: http://repositorio.uis.edu.co/jspui/bitstream/123456789/7285/2/124118.pdf

Ulloa Ibarra, J. T. (08 de 10 de 2012). *ulloa_2013.* Recuperado de Instituto Politecnico Nacional "La Técnico al servicio de la Patria": http://www.matedu.cicata.ipn.mx/tesis/doctorado/ulloa_2013.pdf

Van Wylen, G., & Sonntag, R. (1980). *Fundamentos de termodinámica.* Nueva York: Limusa.

Vergnaud, G. (1990). *FundeSuperior*. Recuperadode Teoria_campos_conceptuales: http://fundesuperior.org/Articulos/Pedagogia/Teoria_campos_conceptuales.pdf

Villa, J. (05 de 2009). *Revista Virtual Universidad Católica del Norte*. Recuperado ede Repositorio digital de documentos en educación matemática: http://funes.uniandes.edu.co/892/1/Investigaci%C3%B3n._Modelaci%C3%B3n_en_educaci%C3%B3n_matem%C3%A1tica.pdf

Villa, J., Bustamante, C., & Berrio, M. (2009). *Alme23.* Recuperado de Repositorio digital de documentos en educación matemática: http://funes.uniandes.edu.co/905/1/alme23.pdf

Zill, D. G. (2014). *Ecuaciones diferenciales, con aplicaciones de modelado.* Mexico: CENGAGE learning.

# 9. ANEXOS

## 9.1 Anexo 1: Instrumento dado a los estudiantes para la recolección de datos

# TALLER N° 1

IMPLEMENTACIÓN DE INSTRUMENTO DE LA LEY DE ENFRIAMIENTO

## Ley de Enfriamiento

### INTRODUCCIÓN

Como el nombre de la práctica nos indica el objetivo de ésta es encontrar las relaciones que nos permitan conocer la constante de tiempo de un termómetro según la ley de enfriamiento de Newton.
La ventaja y grandeza que nos ofrece la física es que estamos rodeados de ella, creemos que la gente no puede andar por la vida aceptando los fenómenos que ocurren diariamente sin preguntarse el por qué suceden. Un claro ejemplo ocurre cuando tenemos un objeto caliente. Todos nos hemos dado cuenta que mientras más tiempo pase el cuerpo va perdiendo calor, pero es rara la vez que nos preguntamos el porqué de esto, éste es un punto que indica la importancia de esta práctica, pues permitirá tener una mayor comprensión de un fenómeno con el que nos relacionamos día con día.
Isaac Newton fue una de las muchas personas que se interesó por estos fenómenos e inclusive enunció una ley que es la que rige este experimento. La ley de enfriamiento de Newton nos dice que:
"La tasa de enfriamiento de un cuerpo es proporcional a la diferencia de temperatura entre el cuerpo y sus alrededores".

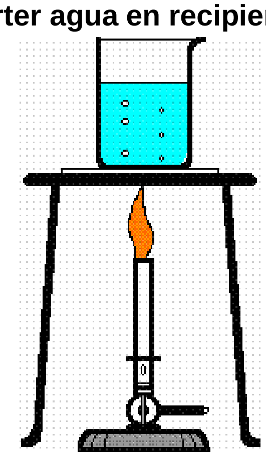
## Montaje Experimental

**Organización por grupos (máximo 4 personas)**

**MATERIALES**
**Por grupos:**

a. Termómetro de mercurio, multímetro o sensor de temperatura.
b. Recipiente plástico, aluminio, vidrio, icopor y porcelana con tapa.
c. Recipiente grande de plástico, aluminio, vidrio, icopor y porcelana.
d. Recipiente grande para baño de María.
e. Escarcha de hielo.
f. Cronómetro.
g. 1800 ml. de agua hervida.

**Calentar y verter agua en recipiente**



1. **Medir temperatura con ayuda del termómetro**


2. **Tomar datos**

# Preguntas Guía

Investiga cada una de las siguientes temperaturas: la superficie del sol, el interior de la tierra, la temperatura más alta y más baja sobre la superficie de la tierra.

______________________________________________________________________________

______________________________________________________________________________

______________________________________________________________________________

Nombre que formas de medir temperatura conoce.

______________________________________________________________________________

______________________________________________________________________________

______________________________________________________________________________

¿Cómo crees que se enfría más rápido un líquido?

______________________________________________________________________________

______________________________________________________________________________

______________________________________________________________________________

# Procedimiento Metodológico

**EXPERIMENTO 1 (Baño de María):**

**A.** RECIPIENTE PLÁSTICO

1. Verter agua fría en una vasija grande de plástico teniendo en cuenta la medida del recipiente pequeño.
2. Verter 200ml. de agua hirviendo en el recipiente de plástico.
3. Introduzca el instrumento de medida de temperatura dentro del agua hirviendo.
4. Tapar el recipiente con agua hirviendo de tal manera que el instrumento de temperatura quede visible
5. Introducir el recipiente de agua hirviendo en una vasija grande lleno de agua fría de tal manera que quede cubierto el recipiente que contiene el agua hervida.

6. Medir la temperatura, cada 30 segundos por cronómetro registrar el dato obtenido en la siguiente tabla.

| TIEMPO (seg.) | TEMPERA TURA (°C) | TIEMPO (seg.) | TEMPERA TURA (°C) |
|---|---|---|---|
| 0 | | | |
| 30 | | 330 | |
| 60 | | 360 | |
| 90 | | 390 | |
| 120 | | 420 | |
| 150 | | 450 | |
| 180 | | 480 | |
| 210 | | 510 | |
| 240 | | 540 | |
| 270 | | 570 | |
| 300 | | 600 | |

**B.** RECIPIENTE ALUMINIO

1. Verter agua fría en una vasija grande de Aluminio teniendo en cuenta la medida del recipiente pequeño.
2. Verter 200ml. de agua hirviendo en el recipiente de aluminio.
3. Introduzca el instrumento de medida de temperatura dentro del agua hirviendo.
4. Tapar el recipiente con agua hirviendo de tal manera que el instrumento de temperatura quede visible
5. Introducir el recipiente de agua hirviendo en una vasija grande lleno de agua fría de tal manera que quede cubierto el recipiente que contiene el agua hervida.
6. Medir la temperatura, cada 30 segundos por cronómetro registrar el dato obtenido en la siguiente tabla.

| TIEMPO (seg.) | TEMPERA TURA (°C) | TIEMPO (seg.) | TEMPERA TURA (°C) |
|---|---|---|---|
| 0 | | | |
| 30 | | 330 | |
| 60 | | 360 | |
| 90 | | 390 | |
| 120 | | 420 | |
| 150 | | 450 | |
| 180 | | 480 | |
| 210 | | 510 | |
| 240 | | 540 | |
| 270 | | 570 | |
| 300 | | 600 | |

**C.** RECIPIENTE PORCELANA

1. Verter agua fría en una vasija grande de Porcelana teniendo en cuenta la medida del recipiente pequeño.
2. Verter 200ml. de agua hirviendo en el recipiente de porcelana.
3. Introduzca el instrumento de medida de temperatura dentro del agua hirviendo.
4. Tapar el recipiente con agua hirviendo de tal manera que el instrumento de temperatura quede visible
5. Introducir el recipiente de agua hirviendo en una vasija grande lleno de agua fría de tal manera que quede cubierto el recipiente que contiene el agua hervida.
6. Medir la temperatura, cada 30 segundos por cronómetro registrar el dato obtenido en la siguiente tabla.

| TIEMPO (seg.) | TEMPERA TURA (°C) | TIEMPO (seg.) | TEMPERA TURA (°C) |
|---|---|---|---|
| 0 | | | |
| 30 | | 330 | |
| 60 | | 360 | |
| 90 | | 390 | |
| 120 | | 420 | |
| 150 | | 450 | |
| 180 | | 480 | |
| 210 | | 510 | |
| 240 | | 540 | |
| 270 | | 570 | |
| 300 | | 600 | |

**D.** RECIPIENTE VIDRIO

1. Verter agua fría en una vasija grande de Vidrio teniendo en cuenta la medida del recipiente pequeño.
2. Verter 200ml. de agua hirviendo en el recipiente de vidrio.
3. Introduzca el instrumento de medida de temperatura dentro del agua hirviendo.
4. Tapar el recipiente con agua hirviendo de tal manera que el instrumento de temperatura quede visible
5. Introducir el recipiente de agua hirviendo en una vasija grande lleno de agua fría de tal manera que quede cubierto el recipiente que contiene el agua hervida.
6. Medir la temperatura, cada 30 segundos por cronómetro registrar el dato obtenido en la siguiente tabla.

**E.** RECIPIENTE ICOPOR

| TIEMPO (seg.) | TEMPERA TURA (°C) | TIEMPO (seg.) | TEMPERA TURA (°C) |
|---|---|---|---|
| 0 | | | |
| 30 | | 330 | |
| 60 | | 360 | |
| 90 | | 390 | |
| 120 | | 420 | |
| 150 | | 450 | |
| 180 | | 480 | |
| 210 | | 510 | |
| 240 | | 540 | |
| 270 | | 570 | |
| 300 | | 600 | |

1. Verter agua fría en una vasija grande de Icopor teniendo en cuenta la medida del recipiente pequeño.
2. Verter 200ml. de agua hirviendo en el recipiente de icopor.
3. Introduzca el instrumento de medida de temperatura dentro del agua hirviendo.
4. Tapar el recipiente con agua hirviendo de tal manera que el instrumento de temperatura quede visible
5. Introducir el recipiente de agua hirviendo en una vasija grande lleno de agua fría de tal manera que quede cubierto el recipiente que contiene el agua hervida.
6. Medir la temperatura, cada 30 segundos por cronómetro registrar el dato obtenido en la siguiente tabla.

**EXPERIMENTO 2 (Escarcha de hielo):**
LA ESCARCHA DE HIELO ESTARÁ DISPUESTA DENTRO DE UNA NEVERA DE ICOPOR.

| TIEMPO (seg.) | TEMPERATURA (°C) | TIEMPO (seg.) | TEMPERATURA (°C) |
|---|---|---|---|
| 0 | | | |
| 30 | | 330 | |
| 60 | | 360 | |
| 90 | | 390 | |
| 120 | | 420 | |
| 150 | | 450 | |
| 180 | | 480 | |
| 210 | | 510 | |
| 240 | | 540 | |
| 270 | | 570 | |
| 300 | | 600 | |

**A.** RECIPIENTE PLÁSTICO

6. Verter 200ml. de agua hirviendo en el recipiente de plástico.
7. Introduzca el instrumento de medida de temperatura dentro del agua hirviendo.
8. Tapar el recipiente con agua hirviendo de tal manera que el instrumento de temperatura quede visible
9. Introducir el recipiente de agua hirviendo en nevera llena de escarcha de hielo de tal manera que quede cubierto el recipiente que contiene el agua hervida.
10. Medir la temperatura, cada 30 segundos por cronómetro registrar el dato obtenido en la siguiente tabla.

**B.** RECIPIENTE ALUMINIO

| TIEMPO (seg.) | TEMPERATURA (°C) | TIEMPO (seg.) | TEMPERATURA (°C) |
|---|---|---|---|
| 0 | | | |
| 30 | | 330 | |
| 60 | | 360 | |
| 90 | | 390 | |
| 120 | | 420 | |
| 150 | | 450 | |
| 180 | | 480 | |
| 210 | | 510 | |
| 240 | | 540 | |
| 270 | | 570 | |
| 300 | | 600 | |

1. Verter 200ml. de agua hirviendo en el recipiente de aluminio.
2. Introduzca el instrumento de medida de temperatura dentro del agua hirviendo.
3. Tapar el recipiente con agua hirviendo de tal manera que el instrumento de temperatura quede visible
4. Introducir el recipiente de agua hirviendo en la nevera llena de escarcha de hielo de tal manera que quede cubierto el recipiente que contiene el agua hervida.
5. Medir la temperatura, cada 30 segundos por cronómetro registrar el dato obtenido en la siguiente tabla.

| TIEMPO (seg.) | TEMPERA TURA (°C) | TIEMPO (seg.) | TEMPERA TURA (°C) |
|---|---|---|---|
| 0 | | | |
| 30 | | 330 | |
| 60 | | 360 | |
| 90 | | 390 | |
| 120 | | 420 | |
| 150 | | 450 | |
| 180 | | 480 | |
| 210 | | 510 | |
| 240 | | 540 | |
| 270 | | 570 | |
| 300 | | 600 | |

| TIEMPO (seg.) | TEMPERA TURA (°C) | TIEMPO (seg.) | TEMPERA TURA (°C) |
|---|---|---|---|
| 0 | | | |
| 30 | | 330 | |
| 60 | | 360 | |
| 90 | | 390 | |
| 120 | | 420 | |
| 150 | | 450 | |
| 180 | | 480 | |
| 210 | | 510 | |
| 240 | | 540 | |
| 270 | | 570 | |
| 300 | | 600 | |

**C.** RECIPIENTE PORCELANA

1. Verter 200ml. de agua hirviendo en el recipiente de porcelana.
2. Introduzca el instrumento de medida de temperatura dentro del agua hirviendo.
3. Tapar el recipiente con agua hirviendo de tal manera que el instrumento de temperatura quede visible
4. Introducir el recipiente de agua hirviendo en la nevera llena de escarcha de hielo de tal manera que quede cubierto el recipiente que contiene el agua hervida.
5. Medir la temperatura, cada 30 segundos por cronómetro registrar el dato obtenido en la siguiente tabla.

**D.** RECIPIENTE VIDRIO

1. Verter 200ml. de agua hirviendo en el recipiente de vidrio.
2. Introduzca el instrumento de medida de temperatura dentro del agua hirviendo.
3. Tapar el recipiente con agua hirviendo de tal manera que el instrumento de temperatura quede visible.
4. Introducir el recipiente de agua hirviendo en la nevera llena de escarcha de hielo de tal manera que quede cubierto el recipiente que contiene el agua hervida.
5. Medir la temperatura, cada 30 segundos por cronómetro registrar el dato obtenido en la siguiente tabla.

| TIEMPO (seg.) | TEMPERA TURA (°C) | TIEMPO (seg.) | TEMPERA TURA (°C) |
|---|---|---|---|
| 0 | | | |
| 30 | | 330 | |
| 60 | | 360 | |
| 90 | | 390 | |
| 120 | | 420 | |
| 150 | | 450 | |
| 180 | | 480 | |
| 210 | | 510 | |
| 240 | | 540 | |
| 270 | | 570 | |
| 300 | | 600 | |

**E.** <u>RECIPIENTE ICOPOR</u>

1. Verter 200ml. de agua hirviendo en el recipiente de icopor.
2. Introduzca el instrumento de medida de temperatura dentro del agua hirviendo.
3. Tapar el recipiente con agua hirviendo de tal manera que el instrumento de temperatura quede visible.
4. Introducir el recipiente de agua hirviendo en la nevera llena de escarcha de hielo de tal manera que quede cubierto el recipiente que contiene el agua hervida.
5. Medir la temperatura, cada 30 segundos por cronómetro registrar el dato obtenido en la siguiente tabla.

| TIEMPO (seg.) | TEMPERA TURA (°C) | TIEMPO (seg.) | TEMPERA TURA (°C) |
|---|---|---|---|
| 0 | | | |
| 30 | | 330 | |
| 60 | | 360 | |
| 90 | | 390 | |
| 120 | | 420 | |
| 150 | | 450 | |
| 180 | | 480 | |
| 210 | | 510 | |
| 240 | | 540 | |
| 270 | | 570 | |
| 300 | | 600 | |

**EXPERIMENTO 3**

**(Recipiente más grande):**

**A.** <u>RECIPIENTE PLÁSTICO</u>

6. Verter 200ml. de agua hirviendo en el recipiente de plástico.
7. Introduzca el instrumento de medida de temperatura dentro del agua hirviendo.
8. Tapar el recipiente con agua hirviendo de tal manera que el instrumento de temperatura quede visible.
9. Verter el agua hirviendo en una vasija grande de plástico y dejar quieta.
10. Medir la temperatura, cada 30 segundos por cronómetro registrar el dato obtenido en la siguiente tabla.

| TIEMPO (seg.) | TEMPERA TURA (°C) | TIEMPO (seg.) | TEMPERA TURA (°C) |
|---|---|---|---|
| 0 | | | |
| 30 | | 330 | |
| 60 | | 360 | |
| 90 | | 390 | |
| 120 | | 420 | |
| 150 | | 450 | |
| 180 | | 480 | |
| 210 | | 510 | |
| 240 | | 540 | |
| 270 | | 570 | |
| 300 | | 600 | |

## B. <u>RECIPIENTE ALUMINIO</u>

1. Verter 200ml. de agua hirviendo en el recipiente de aluminio.
2. Introduzca el instrumento de medida de temperatura dentro del agua hirviendo.
3. Tapar el recipiente con agua hirviendo de tal manera que el instrumento de temperatura quede visible.
4. Verter el agua hirviendo en una vasija grande de aluminio y dejar quieta.
5. Medir la temperatura, cada 30 segundos por cronómetro registrar el dato obtenido en la siguiente tabla.

| TIEMPO (seg.) | TEMPERA TURA (°C) | TIEMPO (seg.) | TEMPERA TURA (°C) |
|---|---|---|---|
| 0 | | | |
| 30 | | 330 | |
| 60 | | 360 | |
| 90 | | 390 | |
| 120 | | 420 | |
| 150 | | 450 | |
| 180 | | 480 | |
| 210 | | 510 | |
| 240 | | 540 | |
| 270 | | 570 | |
| 300 | | 600 | |

## C. <u>RECIPIENTE PORCELANA</u>

1. Verter 200ml. de agua hirviendo en el recipiente de porcelana.
2. Introduzca el instrumento de medida de temperatura dentro del agua hirviendo.
3. Tapar el recipiente con agua hirviendo de tal manera que el instrumento de temperatura quede visible.
4. Verter el agua hirviendo en una vasija grande de porcelana y dejar quieta.
5. Medir la temperatura, cada 30 segundos por cronómetro registrar el dato obtenido en la siguiente tabla.

| TIEMPO (seg.) | TEMPERA TURA (°C) | TIEMPO (seg.) | TEMPERA TURA (°C) |
|---|---|---|---|
| 0 | | | |
| 30 | | 330 | |
| 60 | | 360 | |
| 90 | | 390 | |
| 120 | | 420 | |
| 150 | | 450 | |
| 180 | | 480 | |
| 210 | | 510 | |
| 240 | | 540 | |
| 270 | | 570 | |
| 300 | | 600 | |

| TIEMPO (seg.) | TEMPERA TURA (°C) | TIEMPO (seg.) | TEMPERA TURA (°C) |
|---|---|---|---|
| 0 | | | |
| 30 | | 330 | |
| 60 | | 360 | |
| 90 | | 390 | |
| 120 | | 420 | |
| 150 | | 450 | |
| 180 | | 480 | |
| 210 | | 510 | |
| 240 | | 540 | |
| 270 | | 570 | |
| 300 | | 600 | |

**D.** RECIPIENTE VIDRIO

1. Verter 200ml. de agua hirviendo en el recipiente de vidrio.
2. Introduzca el instrumento de medida de temperatura dentro del agua hirviendo.
3. Tapar el recipiente con agua hirviendo de tal manera que el instrumento de temperatura quede visible.
4. Verter el agua hirviendo en una vasija grande de vidrio y dejar quieta.
5. Medir la temperatura, cada 30 segundos por cronómetro registrar el dato obtenido en la siguiente tabla.

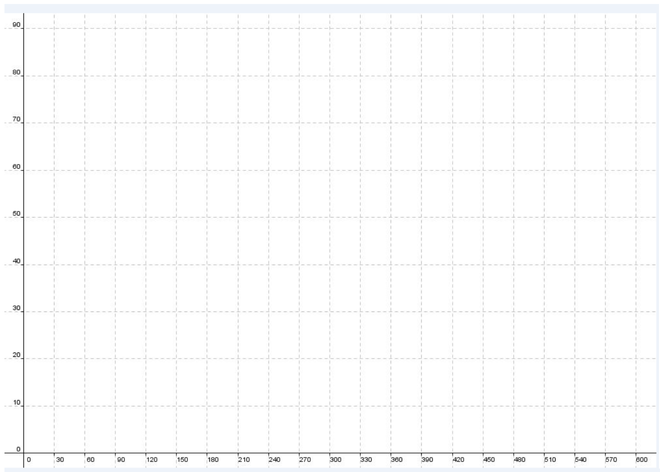
**E.** RECIPIENTE ICOPOR

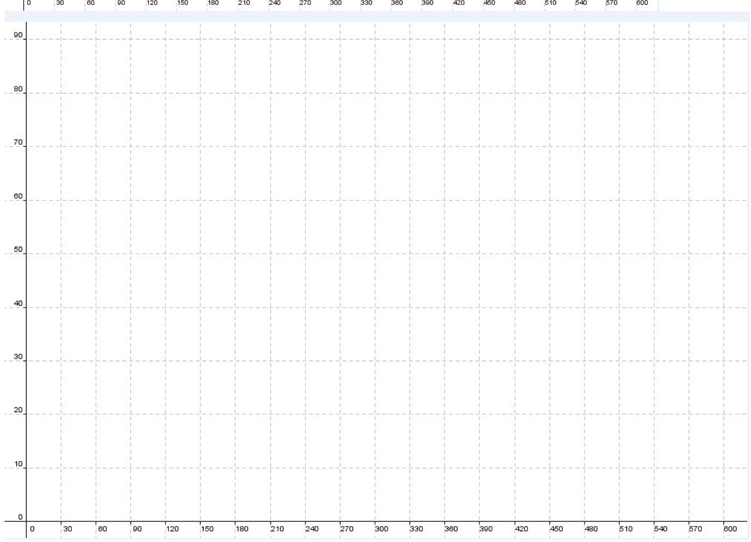
1. Verter 200ml. de agua hirviendo en el recipiente de icopor.
2. Introduzca el instrumento de medida de temperatura dentro del agua hirviendo.
3. Tapar el recipiente con agua hirviendo de tal manera que el instrumento de temperatura quede visible.
4. Verter el agua hirviendo en una vasija grande de icopor y dejar quieta.
5. Medir la temperatura, cada 30 segundos por cronómetro registrar el dato obtenido en la siguiente tabla.

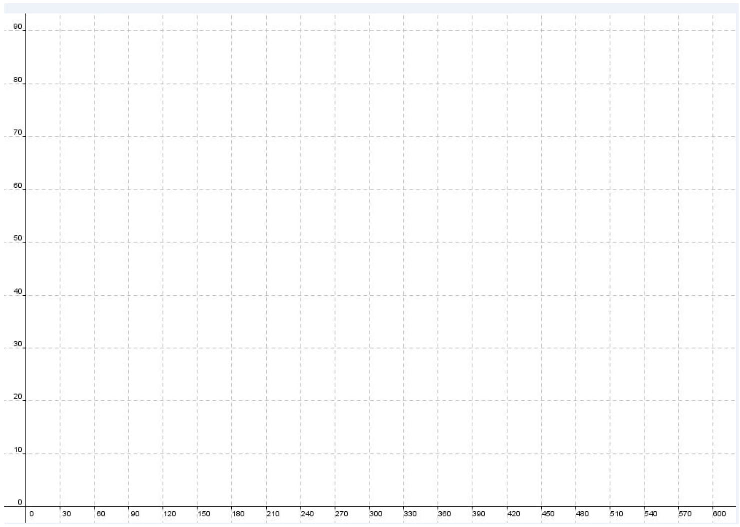
| TIEMPO (seg.) | TEMPERA TURA (°C) | TIEMPO (seg.) | TEMPERA TURA (°C) |
|---|---|---|---|
| 0 | | | |
| 30 | | 330 | |
| 60 | | 360 | |
| 90 | | 390 | |
| 120 | | 420 | |
| 150 | | 450 | |
| 180 | | 480 | |
| 210 | | 510 | |
| 240 | | 540 | |
| 270 | | 570 | |
| 300 | | 600 | |

# Análisis

1. Realizar las gráficas correspondientes a los datos registrados en cada una de las tablas: Baño María, escarcha de hielo, recipiente más grande.






2. Describir detalladamente qué puede percibir respecto al comportamiento de las gráficas, tenga en cuenta los diversos métodos (Baño María, escarcha de hielo, recipiente más grande) y recipientes (plástico, vidrio, icopor, porcelana y aluminio).

| | **Baño María** | **Escarcha Hielo** | **Recipiente más grande** |
|---|---|---|---|
| **Plástico** | | | |
| **Aluminio** | | | |
| **Porcelana** | | | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| **Vidrio** | | | |
| **Icopor** | | | |

3. ¿Qué diferencias existen entre las gráficas?

4. A partir de las gráficas ¿Cuál es la forma más rápida de enfriamiento? ¿ Por qué?

5. ¿Cuál es el líquido que consideran se demora más en enfriar y por qué?

6. Según el laboratorio realizado, ¿Qué considera que está variando de acuerdo a la experimentación hecha?

_______________________________________________________________
_______________________________________________________________
_______________________________________________________________
_______________________________________________________________
_______________________________________________________________

7. ¿Conocía la forma que resultó al realizar la gráfica de los experimentos?

# Bibliografía

Mancera, P. & Guiot, M. (22 Noviembre de 2011). Ley de enfriamiento de Newton. Lugar de publicación: http://physicsprojectsuv.blogspot.com.co/2011/11/practica-del-pendulo-simple.html.

Sells, R. & Weidner , (1979), Física elemental: clásica y moderna. México DF, México: Continental.

## 9.2 Anexo 2: Evidencias de implementación del laboratorio


## 9.3 Anexo 3: Ponencia Relme 30, 2016
## XXX Reunión Latinoamericana de matemática educativa