

**LA GAMIFICACIÓN COMO ESTRATEGIA DEL FORTALECIMIENTO EN LAS  
HABILIDADES DEL PENSAMIENTO VARIACIONAL, EN LOS ESTUDIANTES DE  
GRADO NOVENO DE LA INSTITUCIÓN AUGUSTO E. MEDINA DE COMFENALCO  
TOLIMA.**

Judy Stefanny Torres Lozano

Jordy Stevent Sandoval Londoño



UNIVERSIDAD  
La Gran Colombia

Vigilada MINEDUCACIÓN

Maestría en Educación, Facultad de Ciencias de la Educación

Universidad La Gran Colombia

Ibagué - Tolima

2023

La gamificación como estrategia del fortalecimiento en las habilidades del pensamiento variacional, en los estudiantes de grado noveno de la institución Augusto E. Medina de Comfenalco, Tolima.

Judy Stefanny Torres Lozano

Jordy Stevent Sandoval Londoño

Trabajo de Grado presentado para obtener el título de Magíster en educación

Director

John Álvaro Munar

Magister en docencia de la matemática



UNIVERSIDAD  
La Gran Colombia

Vigilada MINEDUCACIÓN

Maestría en Educación, Facultad de Ciencias de la Educación

Universidad La Gran Colombia

Ibagué - Tolima

2023

## AGRADECIMIENTOS

Agradecimiento primeramente a Dios por permitirnos llegar hasta donde una vez lo soñamos, donde, gracias a nuestra dedicación y perseverancia lo hemos logrado una vez más. A Él mismo por darnos la fortuna de contar con el apoyo de nuestros seres queridos, familiares y conocidos quienes han motivado en gran medida la realización de este trabajo de grado.

Expresamos nuestro más profundo agradecimiento a la colaboración del director de tesis, John Álvaro Munar, Magister en docencia de la matemática, quien, con su disposición y apoyo metodológico hizo posible esta investigación, haciendo que con su experiencia puesto al servicio de la presente tesis y sus conocimientos enmarcadas en su orientación y rigurosidad pudiéramos aumentar nuestras capacidades y consolidar los resultados buscados, aportando lo mejor para este importante proceso para culminar con éxito nuestro estudio de la maestría. Muchas gracias, Profesor, y esperamos encontrarnos en nuevos proyectos de formación.

***Título***

La gamificación como estrategia del fortalecimiento en las habilidades del pensamiento variacional, en los estudiantes de grado noveno de la institución Augusto E. Medina de Comfenalco Tolima.

***Línea de Investigación***

Dados los estándares que establece la universidad La Gran Colombia para la facultad de Ciencias de la Educación, esta investigación está enmarcada dentro de la línea de pedagogía y educación para la inclusión y la equidad social, buscando promover una cultura acorde a los cambios y tendencia trae consigo nuevas formas de enseñanza, y la forma como evolucionan los procesos pedagógicos que involucran un contexto social, económico y cultural.

**RAE (Resumen Analítico de la Investigación)**

1. Título

La gamificación como estrategia del fortalecimiento de las habilidades del pensamiento variacional, en los estudiantes de grado noveno de la institución Augusto E. Medina de Comfenalco Tolima.

2. Trabajo para optar al grado de

Magister en Educación.

3. Autores

Judy Stefanny Torres Lozano

Jordy Stevent Sandoval Londoño

4. Línea de investigación

Línea de investigación: Pedagogía y educación para la inclusión y la equidad social.

Sublínea de investigación: Sociedad del conocimiento y TIC, procesos educativos inclusivos.

5. Palabras claves

Gamificación, pensamiento variacional, modelación, estrategia didáctica, habilidades, hot potatoes.

## 6. Resumen

El desarrollo de esta investigación evidenciará el proceso de caracterización en habilidades matemáticas realizada a un grupo de estudiantes del grado noveno de la Institución Educativa Augusto E. Medina de Comfenalco Ibagué – Tolima. Donde, se inicia haciendo un análisis comparativo que da lugar a entender la decadencia de los resultados de pruebas externas ICFES como internas “Educate para el saber”, para pasar a reconocer las dificultades existentes en lo que corresponde a la transición del pensamiento numérico al variacional.

Siendo así, se atienden las habilidades del pensamiento variacional que promueven el fortalecimiento de la modelación como una competencia, para dar paso a la comprensión de la función cuadrática a partir de nuevas representaciones de razonamiento numérico que aporten una solución al contexto de aplicación del tema de estudio, entendiendo que la transformación de un concepto requiere de la estructuración de fenómenos de la vida real, pasando a tener su razón de ser la propuesta basada en una estrategia de gamificación con un sentido diferenciador entre el grupo control 902 y el grupo experimental 901, al estar dirigida exclusivamente a este último, con el fin de realizar un análisis de contraste de mejoramiento de habilidades matemáticas, mediante la aplicación de las actividades denominadas: Recordando, jugando y pensando variacionalmente, Pasando de las rectas a las curvas y Experiencias y juegos con las funciones, las cuales, atienden a una aplicación secuencial de la metodología que observa el desarrollo gradual del pensamiento variacional e involucra la teoría numérica con el diario vivir, para transferir este conocimiento a otros saberes que fundamenten la mejora de resultados y la comprensión en el aprendizaje de las matemáticas.

Para ello, se realiza una revisión literaria de estudiosos en el tema, como también, se hace uso de los documentos disponibles por las instancias ministeriales tales como los estándares básicos de competencias, derechos básicos del aprendizaje en el área de matemáticas, como de material institucional, lo cual, ayudó a orientar las intenciones del alcance correlacional propio del diseño de una metodología de investigación mixta que permite el análisis comparativo de los aspectos cuantitativos (promedio de resultados de desempeños de competencias matemáticas) con la profundidad y el contexto que aporta el análisis cualitativo (caracterización de habilidades del pensamiento variacional), brindando una solución a la

problemática de la investigación desde un aprendizaje que desarrolle un razonamiento reflexivo y flexible de la educación matemática.

#### 7. Abstract

The development of this research will evidence the process of characterization in mathematical skills made to a group of students of the ninth grade of the Augusto E. Medina Educational Institution of Comfenalco Ibagué - Tolima. Where, it begins with a comparative analysis that gives rise to understand the decline of the results of external ICFES tests as internal "Educate to know", to recognize the existing difficulties in what corresponds to the transition from numerical to variational thinking.

Thus, the skills of variational thinking that promote the strengthening of modeling as a competence are addressed, to give way to the understanding of the quadratic function from new representations of numerical reasoning that provide a solution to the context of application of the subject of study, understanding that the transformation of a concept requires the structuring of real-life phenomena, the proposal based on a gamification strategy with a differentiating sense between the control group 902 and the experimental group 901, being directed exclusively to the latter, in order to perform a contrast analysis of the improvement of mathematical skills, through the application of the activities called: Remembering, playing and thinking variationally, Moving from straight lines to curves and Experiences and games with functions, which, attend to a sequential application of the methodology that observes the gradual development of variational thinking and involves number theory with daily life, to transfer this knowledge to other knowledge that support the improvement of results and understanding in the learning of mathematics.

For this purpose, a literature review of scholars on the subject is carried out, as well as the use of documents available from ministerial instances such as the basic standards of competencies, basic learning rights in the area of mathematics, as well as institutional material, which helped to guide the intentions of the learning intentions in the area of mathematics, helped to guide the intentions of the correlational scope of the design of a mixed research methodology that allows the comparative analysis of the quantitative aspects (average results of mathematical competencies performance) with the depth and context provided by the qualitative analysis (characterization of variational thinking skills), providing a solution to the research problem from a learning that develops a reflective and flexible reasoning of mathematics education.



Tabla de contenido

Introducción .....	13
Capítulo I.....	15
1.    Aspectos generales de la investigación .....	15
1.1.  Objetivos.....	15
1.2.  Objetivo General .....	15
1.2.1.  Objetivos Específicos .....	15
1.3.  Problemática de la investigación .....	16
1.3.1.  Pregunta problema.....	25
1.4.  Justificación.....	25
Capitulo II .....	31
2.    Marco Referencial .....	31
2.1.  Antecedentes.....	31
2.2.  Marco Teórico .....	37
2.2.1.  Habilidades en el Pensamiento Variacional .....	37
2.2.2.  Gamificación como herramienta de enseñanza .....	39
2.2.3.  Modelación de Proceso Algebraicos .....	40
2.3.  Marco Conceptual .....	41
2.3.1.  Conceptos propios de los DBA, Estándares y aspectos de gamificación. 41	
2.4.  Marco legal o normativo .....	44
2.5.  Marco Contextual .....	45
Capitulo III.....	47
3.    Aspectos Metodológicos .....	47
3.1.  Tipo de investigación .....	47

3.2. Hipótesis .....	52
3.3. Variables o categorías.....	52
3.4. Población y muestra .....	53
3.4.1. Población .....	53
3.4.2. Muestra.....	54
3.5. Procedimiento y técnicas de recopilación de información .....	54
Capitulo IV.....	57
4. Aplicación y Resultados metodológicos .....	57
4.1. Identificación teórica de las habilidades del pensamiento variacional.....	57
4.2. Cuestionario pre test.....	58
4.3. Caracterización de las habilidades del pensamiento variacional desde la modelación, prueba pre test .....	61
4.4. Análisis con SPSS para la caracterización de los alumnos según análisis de modelación de función cuadrática. ....	63
4.5. Estrategia de gamificación a partir de la modelación.....	67
4.6. Prueba pos-test.....	69
5. Análisis y Discusión de Resultados .....	74
CAPITULO V.....	81
6. Conclusiones y Recomendaciones .....	81
6.1. Conclusiones.....	81
6.2. Recomendaciones.....	84

### Lista de Tablas

Tabla 1. <i>Informe de análisis de respuesta por índice de desempeño (%) área de matemáticas pruebas Educate para el saber 2022</i> .....	18
Tabla 2. <i>Promedios por áreas Institución Augusto E. Medina.</i> .....	19
Tabla 3. <i>Resultados Grado 11- matemáticas</i> .....	21
Tabla 4. <i>Resultado de promedios (%) Saber 3°-5°-9°. 2014-2017</i> .....	22
Tabla 5. <i>índice de desempeño e informe de análisis de respuestas de preguntas función cuadrática pruebas Educate para el saber 2022</i> .....	27
Tabla 6. <i>VARIABLES de la investigación y medios</i> .....	52
Tabla 7. <i>Procedimiento y técnicas</i> .....	56
Tabla 8. <i>Indicador de mejoramiento y desempeño de la función cuadrática</i> .....	57
Tabla 9. <i>Matriz de habilidades del pensamiento variacional</i> .....	60
Tabla 10. <i>Escalas de valoración</i> .....	61
Tabla 11. <i>Análisis grupo experimental – Control</i> .....	62
Tabla 12. <i>Resumen de datos ingresados a SPSS</i> .....	64
Tabla 13. <i>VARIABLES transformadas de correlaciones.</i> .....	65
Tabla 14. <i>Análisis de actividades.</i> .....	69
Tabla 15. <i>Modelo de formato de pos-test ejercicios 5 variacional.</i> .....	70
Tabla 16. <i>Resultados pos test del grupo pos test.</i> .....	70
Tabla 17. <i>Resultados Variables transformadas de correlaciones Pos test</i> .....	72
Tabla 18. <i>Resultados Pre test – pos test grupo control.</i> .....	73
Tabla 19. <i>Contrastación de resultado del grupo experimental</i> .....	77
Tabla 20. <i>Análisis de contraste entre el pre y post de los grupos experimental y control.</i> .....	79

**LISTA DE FIGURAS.**

Figura 1. <i>Informe resultados prueba PISA para Colombia 2018</i> .....	17
Figura 2. <i>Promedios SABER 11- promedio 2017-2020 Institución Augusto E. Medina ..</i>	20
Figura 3. <i>Esquema normativo para Colombia.</i> .....	44
Figura 4. <i>Pensamiento variacional y su integración normativa</i> .....	45
Figura 5. <i>Ubicación de la I.E Augusto E. Medina de Comfenalco</i> .....	46
Figura 6. <i>Procesos metodológico para la investigación</i> .....	47
Figura 7. <i>Procesos del diseño mixto concurrente</i> .....	50
Figura 8. <i>Preguntas 1 y 3, prueba pretest</i> .....	59
Figura 9. <i>Gráfico conjunto de puntos de categoría</i> .....	64
Figura 10. <i>Puntos de objeto etiquetados por número de caso.</i> .....	66
Figura 11. <i>Medida discriminantes de las habilidades de modelación.</i> .....	66
Figura 12. <i>Experiencias y juegos con las funciones durante las actividades.</i> .....	68
Figura 13. <i>Conjunto de puntos de categoría en el Pos test.</i> .....	71
Figura 14. <i>Medidas discriminantes de las habilidades de modelación</i> .....	73
Figura 15. <i>Conceptos del pensamiento variacional.</i> .....	77

## Introducción

Desde la antigüedad el hombre ha buscado la manera de simplificar las tareas, llevando a que su trabajo se haga de forma sencilla, evolucionando las técnicas, para lo cual, se ve como el desarrollo de esquemas numéricos juegan un papel primordial en este desafío de la humanidad, ya que se convirtió en un instrumento necesario en la solución de problemas, que permitió brindar nuevas formas de ver, pensar y hacer las cosas.

Abordando este tema se encuentran numerosos estudios como los realizados por Bravo (2006), Lozada & Fuentes (2018), Reyes (2017), entre otros; que muestran el desarrollo del pensamiento numérico del niño, resaltando el examen de situaciones que dan pie a la creación de esquemas basados en la intuición y el razonamiento, analizando factores que son la base en una buena transición del pensamiento numérico al variacional; al respecto es necesario precisar a Falk (1994) citado por Mariño (2021), en todo pensamiento matemático se deben tener claro los cuatro procesos fundamentales: especializar, conjeturar, generalizar y convencer, los cuales son necesarios para encontrar una salida a problemas en donde la teorización debe ser categorizada, indicando la relación y explicación del quién, qué, cuándo, dónde, por qué, cómo y con qué consecuencias ocurren los acontecimientos que deben ser vistos con razonamiento hacia las formas de entender y formas de pensar matemáticamente, Hare (2010), citado por Mariño (2021); lo anterior direcciona la enseñanza a la integración a los pensamientos matemáticos en el cual se articula la lógica matemática produciendo una respuesta positiva en el individuo.

Esta forma de abordar la temática hace ver al docente como el principal protagonista en la conducción de estos procesos, aportando factores que como integrador y observador directo del educando puedan lograr una continuidad en el proceso de cambio entre el pensamiento numérico

al variacional, ya que al tener las bases sólidas en conceptualización básica se le facilite el entendimiento de temas como la función cuadrática que a lo largo de este escrito resaltan autores como Forero (2022), Godoy, Abad y Torres (2020), Aguiar, & Rodríguez (2020), Posada (2006), Vergel (2015), entre otros; que permitieron presentar una síntesis importante del tema y el abordaje de los diferentes conceptos que dan luz a la exposición teórica durante el capítulo II

Durante el desarrollo de esta investigación se aborda una etapa experimental fundamental como parte del proceso metodológico, que se inicia el capítulo III a partir de una metodología de tipo mixto, con alcance correlacional autores como Gavilanes y Coello (2019), abordan la gamificación como método en el cual se permite integrar el juego con la tecnológica, logrando que los estudiantes realicen la modelación de los ejercicios basándose en estrategias planteadas por en autores como Posada et al, (2006), quienes muestran las funciones cuadráticas como un canal por el cual se pueden transferir a vivencias de la vida cotidiana el pensamiento numérico, con la intención de despertar en estos estudiantes la necesidad de construir una solución de los problemas a partir de la modelación; esta estrategia cuenta con tres actividades que integra la enseñanza con el uso de la tecnología, la construcción de juegos interactivos y la modelación de problemas que les permite evaluar y reconstruir esquemas que permiten el uso de ecuaciones cuadráticas en la vida cotidianas.

Finalmente, se presenta los resultados del pre test, las actividades y un post test, que muestra el progreso gradual que, mediante la gamificación y modelado de problemas cotidianos, puede ser expuesto a través de la triangulación concurrente entre las etapas en la investigación y los resultados obtenidos.

## **Estructura del Documento por Capítulos Diferenciados**

### **Capítulo I**

#### **1. Aspectos generales de la investigación**

##### **1.1.Objetivos**

##### **1.2.Objetivo General**

Fortalecer las habilidades del pensamiento variacional, con la modelación de la función cuadrática a través de una estrategia de gamificación en los estudiantes de grado noveno de la Institución Augusto E. Medina de Comfenalco Tolima

##### ***1.2.1. Objetivos Específicos***

- Identificar las habilidades que desarrollan el pensamiento variacional desde la modelación de la función cuadrática en los estudiantes de grado noveno de la institución agosto e. Medina de Comfenalco Tolima.
- Caracterizar las habilidades que permite el pensamiento variacional desde la modelación de función cuadrática en los estudiantes de grado noveno de la institución agosto e. Medina de Comfenalco Tolima.
- Diseñar una estrategia de gamificación a partir de la modelación que permita el fortalecimiento del pensamiento variacional en los estudiantes de grado noveno de la Institución Augusto e. Medina de Comfenalco Tolima.

### **1.3. Problemática de la investigación**

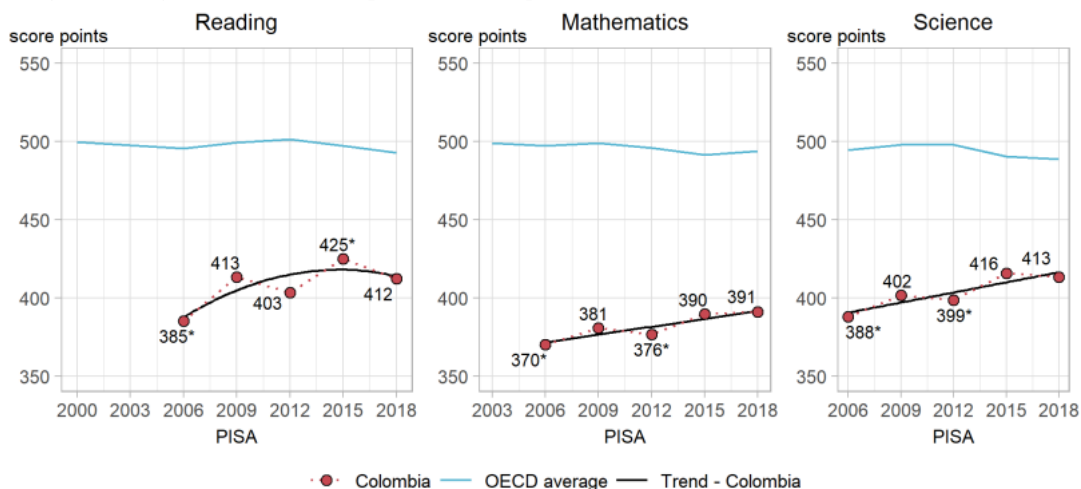
El pensamiento numérico es la base desde donde se abordan las matemáticas, la cual, está dada por la apropiación del conocimiento en el manejo de los números, operaciones, relaciones y técnicas de cálculo y estimación entre ellos; pero, para entender las matemáticas a un nivel más avanzado es necesario trascender en este concepto e incluir la conceptualización matemática, los distintos sistemas y expresiones ya sean icónicos, gráficos o algebraicos (MEN, 2006). De esta manera, para hacer trascender el pensamiento numérico a procesos abstractos se requiere de una estructuración sólida del pensamiento variacional, siendo, las bases numéricas un enfoque que apoya y da sentido a la contextualización y aplicación de las matemáticas (Vasco, 2002). Por tanto, la transición del pensamiento numérico al variacional debe de considerarse como un sistema matemático integrado que facilita la relación de las distintas representaciones matemáticas para luego, generar habilidades unificadas en el aprendizaje de los educandos.

Siendo así, surge la necesidad de abordar las causas que inciden en la falta de apropiación de habilidades del pensamiento variacional en los estudiantes sumado al escaso entendimiento hacia las matemáticas, haciéndose necesario comprender desde un aspecto nacional lo que ha venido sucediendo para así aterrizarlo a la situación institucional (Parada, 2018). Ahora bien, asumiendo como base el contexto nacional, es preciso mencionar que en Colombia, para obtener una medición del grado de aprendizaje de los estudiantes en distintas áreas como matemáticas, ciencia y lectura y con el esfuerzo para contribuir con el mejoramiento del nivel educativo, se realizan las pruebas PISA, de las cuales, si se tiene en cuenta que estas pruebas dan un parámetro desde el cual se adoptan medidas y se toman decisiones a nivel gubernamental sobre poniendo políticas de calidad educativa, se hace necesario verificar en qué áreas se puede lograr un mejoramiento para conseguir mayores resultados de estas pruebas y el conocimiento en general



de esta área; puesto que, según el informe de la última prueba realizada en el año 2018 el nivel colombiano no es el esperado.

**Figura 1.** Informe resultados prueba PISA para Colombia 2018



*Nota.* \* Indica estimados de rendimiento medio que son estadísticamente significativos por arriba o por debajo de los estimados PISA 2018 para Colombia. la línea azul señala el rendimiento promedio en todos los países de la OCDE con catos válidos en todas las evaluaciones de PISA. Tomado de “informe de la OCDE 2018” ([https://www.oecd.org/pisa/publications/PISA2018\\_CN\\_COL\\_ESP.pdf](https://www.oecd.org/pisa/publications/PISA2018_CN_COL_ESP.pdf)).

Si bien a diferencia del 2012 no se bajó de nivel, el resultado solo aumento en 1 punto a diferencia de la prueba entre el 2015 y el 2018, paso de 390 a 391, lo cual, no atiende a un avance significativo como resultado de la apropiación de estrategias y metodologías de las propuestas de mejoramiento y calidad establecidas por las dependencias gubernamentales, (ver Figura 1).

De esta manera, y dado que como educadores se plantea la búsqueda de la excelencia, se hace necesario proponer nuevas estrategias para mejorar este aspecto y buscar que los estudiantes optimicen su aprendizaje (Cedeño & Murillo,2019), abordándolo desde un tema neurálgico como lo es la transición numérica a la variacional. En vista de que esta última se convierte en la piedra angular del aprendizaje de las matemáticas, ya que, define en cierta

medida la manera en la que los estudiantes estructuran habilidades hacia procesos abstractos que fundamentan su comprensión hacia las matemáticas.

Como sugiere el Ministerio de Educación Nacional (2006), dispone en los estándares Básicos de Competencias Matemáticas, refiere que:

... las múltiples relaciones entre la producción de patrones de variación y el proceso de modelación –y particularmente el estudio de las nociones de variable y de función– sean las perspectivas más adecuadas para relacionar el pensamiento variacional con el cálculo algebraico en la Educación Básica Secundaria y con la geometría analítica y el cálculo diferencial e integral en la Educación Media (p.23).

Ahora bien, dentro de los procesos de la Institución Educativa Augusto E. Medina de Comfenalco se corrobora lo mencionado anteriormente y se logra evidenciar que pese a que las estrategias aplicadas en la enseñanza de las matemáticas son innovadoras, los resultados de pruebas internas arrojan que los alumnos presentan bajos desempeños en habilidades de las competencias del pensamiento matemático como se puede ver en la Tabla 1, atendiendo a la observación de la trazabilidad del pensamiento numérico al variacional enunciada en el documento para la educación básica del grado noveno, Ministerio de Educación Nacional (2006).

**Tabla 1.** Informe de análisis de respuesta por índice de desempeño (%) área de matemáticas pruebas Educate para el saber 2022

INDICADOR DE DESEMPEÑO	COMPETENCIA	COMPONENTE	DESEMPEÑO (%)
Clasifica los números reales en sus diferentes representaciones teniendo en cuenta las características de cada uno de los subgrupos	Comunicación, representación y modelación	Numérico - Variacional	18,2
Reconoce que las letras pueden representar números y cantidades, y que se pueden operar con ellas y sobre ellas.	Planteamiento, modelación y resolución de problemas	Numérico - Variacional	16,7

## GAMIFICACIÓN PARA EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO VARIACIONAL 19

Diseña planes para la solución de problemas que involucran información cuantitativa o esquemática	Formulación, ejecución, modelación		Numérico - Variacional	22,9
Determina y describe relaciones al comparar características de gráficas y expresiones algebraicas o funciones.	Formulación y modelación		Numérico - Variacional	11,5
Plantea afirmaciones que sustentan o refutan una interpretación dada la información disponible en el marco de la solución de un problema.	Argumentación, ejecución y modelación.		Numérico - Variacional	9,4

*Nota.* En la tabla se observa los desempeños en porcentajes de las competencias del pensamiento variacional, de las pruebas realizadas por Educate para el saber 2022, frente al tema de función cuadrática. Elaboración propia.

La tabla anterior, da cuenta que los bajos desempeños en matemáticas corresponden al pensamiento numérico y variacional, mostrando que las habilidades con mayor deficiencia se centran en las competencias de modelación y, por ende, los estudiantes no logran comprender conceptos matemáticos, realizar procesos algorítmicos y algebraicos, formular y resolver problemas, reconocer símbolos y en consecuencia, construir un modelo matemático para adquirir un aprendizaje contextualizado.

Como docentes de Matemáticas, del grado noveno de la Institución Augusto E. Medina de Comfenalco en Ibagué Tolima, y atendiendo al panorama de caracterización en habilidades que año tras año hace el operador interno “Educate para el saber”, y de acuerdo a los resultados institucionales que de primera mano se obtienen a través de la aplicación de pruebas estandarizadas, se ve con preocupación la problemática que respalda el presente estudio, en donde, se logra evidenciar como los promedios de desempeño de los estudiantes van en descenso, lo cual, se puede apreciar en la Tabla 2 denominada “Promedios por áreas Institución Augusto E. Medina.”.

**Tabla 2.** Promedios por áreas Institución Augusto E. Medina.

AÑO	MATEMÁTICAS	CIENCIAS	SOCIALES	LECTURA	INGLES	TOTAL
2015	64	61	57	56	58	59,2
2016	64	63	59	59	63	61,6

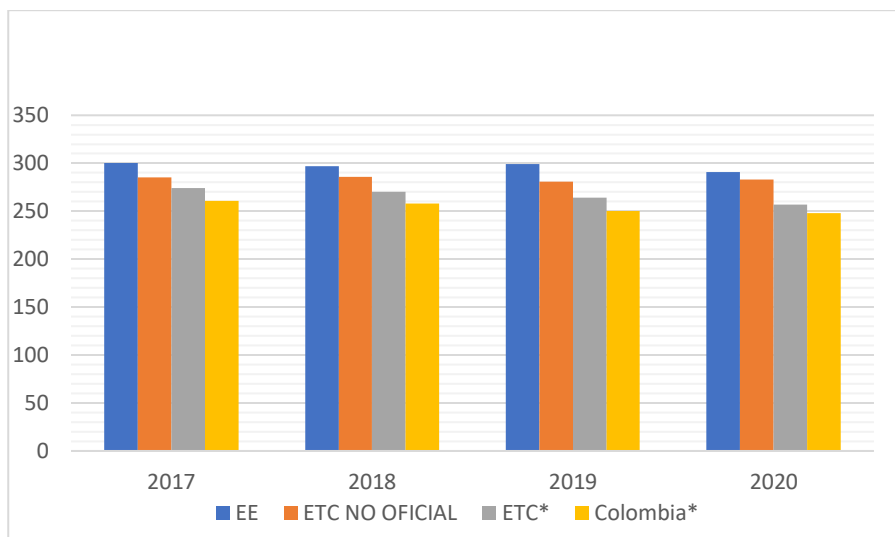
## GAMIFICACIÓN PARA EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO VARIACIONAL 20

2017	63	60	58	61	60	60,4
2018	62	59	57	59	61	59,6
2019	63	61	57	60	61	60,4
2020	61	57	57	59	57	58,2
2021	60,00	56,70	54,92	60,70	60,90	58,64

*Nota.* La tabla representa los promedios de las pruebas Saber 11 entre los años 2015-2021. Tomado de “archivo extraído de la Institución Augusto E. Medina, 2022”

Si se analiza el promedio de la institución por área, se observa cómo durante los últimos 6 años va descendiendo, coincidiendo esto con las pruebas saber a nivel nacional, tal como se ve reflejado en la Figura 2.

**Figura 2.** Promedios SABER 11- promedio 2017-2020 Institución Augusto E. Medina



*Nota.* \*Incluye sector oficial y no oficial, la figura representa los promedios de las pruebas Saber 11 entre los años 2017-2020, Tomado de “archivo extraído de la Institución Augusto E. Medina. 2022”

Por tanto, es de considerarse que si bien es cierto la Tabla 2 muestra los resultados de grado once, estos en sí ya están determinando que la trazabilidad conceptual con años anteriores no ha sido efectiva y por tanto, se hace necesario aterrizar el problema a la educación básica secundaria, por ende, para este estudio se toma como referente a grado noveno, en donde, más que dar razón sobre las causas que conducen a la desmejora de los procesos de aprendizaje hacia

las matemáticas se pretende reconocer las dificultades que presentan los estudiantes frente al desarrollo de habilidades, los cuales le impiden entender representaciones fundamentadas desde las competencias para grados superiores.

Ahora bien, si se realiza este ejercicio respecto a las matemáticas durante este rango de tiempo, se encuentra que a pesar de que la diferencia no es tan significativa, da una voz de alerta sobre su tendencia a desmejorar el nivel de los estudiantes.

**Tabla 3. Resultados Grado 11- matemáticas**

			2017	2018	2019	2020	Tendencia 2017 - 2020			
	<b>Promedio</b>	<b>63</b>	<b>62</b>		<b>63</b>		<b>61</b>			
<b>EE</b>	<b>Niveles</b>	1	0%	0%		1%		1%		
		2	7%	6%		5%		9%		
		3	70%	79%		71%		74%		
		4	23%	15%		23%		15%		
<b>ETC NO OFICIAL</b>	<b>Niveles</b>	<b>Promedio</b>	<b>57</b>	<b>58</b>		<b>58</b>		<b>59</b>		
		1	4%	4%		4%		3%		
		2	26%	23%		20%		16%		
		3	58%	60%		62%		66%		
<b>ETC*</b>	<b>Niveles</b>	4	13%	13%		14%		13%		
		<b>Promedio</b>	<b>54</b>	<b>54</b>		<b>54</b>		<b>53</b>		
		1	6%	4%		5%		6%		
		2	33%	33%		32%		32%		
<b>Colombia*</b>	<b>Niveles</b>	3	56%	57%		57%		56%		
		4	6%	6%		6%		6%		
		<b>Promedio</b>	<b>52</b>	<b>52</b>		<b>52</b>		<b>51</b>		
		1	9%	8%		9%		10%		
	<b>Niveles</b>	2	37%	37%		35%		36%		
		3	48%	49%		49%		49%		
		4	6%	6%		6%		5%		

*Nota.* En la tabla se observa los promedios del area de matematicas entre las instituciones Oficiales, privadas y el promedio Nacional. Tomado de “ Archivo extraido del ICFES.,2021”

En lo que respecta a los estudiantes de la institución educativa tienen un promedio aceptable en matemáticas (ver Tabla 3), se debe recordar que los resultados miden un porcentaje total, sin discriminar temáticas que ofrecen menor o mayor dificultad, que al ser observados de manera directa se detecta un descenso en las respuestas a las preguntas relacionadas con el cambio del pensamiento numérico al variacional, situación que da una alerta en lo que respecta a

la transición del pensamiento numérico al variacional, observándose que el menor desempeño en los estudiantes, se ve reflejado en una menor calificación en las pruebas tanto de la institución como las de estado.

En este orden de ideas y para el caso el estudio si se conservan los promedios básicos de matemáticas aportados por la institución, surge la necesidad de corroborar estos datos con los resultados de las pruebas de estado de los últimos años. Al hacerlo se encuentra que estos datos no están disponibles con posterioridad al 2017; aun así, se observa que los resultados de las pruebas saber 9° del 2014 al 2017 en el área de matemáticas partió de un 45% satisfactorio en el 2014 a un 36% en descenso en el 2016, con tendencia a descender en el 2017, ya que paso de 36% a 35%. ( Ver Tabla 4).

**Tabla 4.** Resultado de promedios (%) Saber 3°-5°-9°. 2014-2017

Grado	Área	2014	2015	2016	2017
3	Lenguaje	27	26	25	28
	Matemáticas	23	13	17	21
5	Lenguaje	31	32	25	34
	Matemáticas	43	43	57	59
	Ciencias Naturales	38	N/A	35	N/A
	Competencias Ciudadanas	N/A	50	N/A	N/A
9	Lenguaje	31	24	30	17
	Matemáticas	45	23	36	35
	Ciencias Naturales	36	N/A	30	N/A
	Competencias Ciudadanas	N/A	12	N/A	N/A

*Nota.* Como se observa en la tabla se exponen los resultados de las pruebas saber de los años 2014 a 2017 donde se presentan los promedios (%) de las áreas lenguaje, matemáticas, ciencias naturales, competencias Ciudadana.

Tomado de “ Archivo extraído del ICFES 2017”

Siendo estos datos de las pruebas saber 9° una antesala del descenso del promedio en matemáticas que se ve reflejado en las pruebas saber 11°, se hace necesario, reforzar las estrategias de enseñanza y fortalecer las habilidades del proceso aprendizaje de los estudiantes, en especial en el grado 9°.

Dada la problemática asociada a la decadencia en los resultados descritos a nivel nacional y centrando la atención de los resultados institucionales dados por la empresa interventora para el colegio de estudio, se pretende demostrar la dificultad que representa la transición de lo numérico a lo variacional en la asignatura de matemáticas para lo que respecta a la educación básica secundaria. Por tanto, se propone como solución apoyar las estrategias de enseñanza tomando como referente los efectos indirectos vivenciados durante la pandemia COVID-19 la cual, permitió que los procesos educativos dieran un paso adelante hacia la virtualización y adopción de estrategias innovadoras, como por ejemplo la gamificación, con la intención de demostrar como a partir del juego con una articulación con las nuevas herramientas tecnológicas basadas en TIC y la afición de los estudiantes al mundo gamer y el uso de herramientas e-learning, portales de conocimiento, redes sociales y plataformas colaborativas, se puede involucrar al estudiante con el conocimiento como oportunidad de aprendizaje ( Martínez Villalobos & Ríos Herrera, 2019).

Si bien, los jóvenes incursionan cada vez más en el mundo gammer, el aprovechar este “gusto” de los jóvenes se convierte en un reto para los educadores; sin embargo, dado que esta tendencia surge del mundo empresarial, es importante regular la introducción de esta en el ámbito educativo para poder hacer una aplicación ética de la misma, por lo que uno de los desafíos a los que se enfrenta la gamificación es la de establecer la forma idónea de integrar los elementos del juego dentro del aprendizaje y hacerlo de manera integral dentro de los planteamientos didácticos, e introducirla como un planteamiento tipo Edu-Game, de manera que se convierta en una herramienta de utilidad a la hora de diseñar propuestas didácticas gamificadas (Ramos,2021), y aprovechar el interés de los jóvenes y las facilidades de acceso que brindan las nuevas tecnologías.

En consecuencia, surge la necesidad de priorizar el mejoramiento de procesos propios del pensamiento variacional en los estudiantes del grado noveno, para lo cual, se espera que la estrategia basada en la gamificación sea el medio para que los estudiantes comprendan el concepto de función cuadrática y puedan así fortalecer las habilidades de modelación y en consecuencia se llegue a la mejora de los resultados de desempeño en el área de matemáticas. Sin embargo, es de cuestionarse que, a pesar de las ventajas ofrecidas por la educación virtual, los resultados internos muestran que quedaron en el limbo temas importantes como lo es función cuadrática que no reflejan el avance de competencias propias de la educación matemática, lo cual, le demanda un desafío al docente frente a la necesidad de replantear la forma como se trabajan las temáticas para implementar estrategias apoyadas con las nuevas herramientas que ofrece el mundo digital.

Es por ello, que pensar en la gamificación desde la adopción de tecnológicas, TIC's es ir más allá de la accesibilidad y funcionalidad de los recursos que se usan en el aula (televisor, computador, proyector, videos, audios, etc.), pues vista su pertinencia desde un campo temático, surge la necesidad realizar adaptaciones pedagógicas propias del quehacer formativo que permita dejar de lado las mentes estáticas de los alumnos y promueva su interés por involucrarse con el conocimiento a partir de la mediación de ambientes de aprendizaje idóneos y acordes a sus expectativas es por que como menciona Holguín et al. (2020), “la Gamificación se ha convertido en una alternativa atractiva ya que responde a los intereses de los estudiantes en el juego y brinda la posibilidad de aprender jugando” (como se cita en Werbach & Hunter, 2012).

Ahora bien, la pandemia en el ámbito educativo conllevó a los docentes a evolucionar, adaptarse y adoptar nuevos métodos y estrategias que diera solución a la situación actual de enseñanza. Por ejemplo, en pensar que las nuevas mediaciones tecnológicas priorizan el interés



del educador por diseñar y crear nuevos recursos de enseñanza, considerados en un trabajo independiente de evaluación continua, desde la promoción de aprendizaje colaborativo, cooperativo y autónomo (Oviedo & Pastrana, 2014, p.10).

### ***1.3.1. Pregunta problema***

¿Cómo fortalecer las habilidades del pensamiento variacional en los estudiantes de grado noveno la Institución Augusto E. Medina de Comfenalco?

### **1.4. Justificación**

La educación matemática es esencial para la formación de los educandos, ya que les proporciona habilidades y herramientas que pueden aplicar en su vida cotidiana y en su futuro académico y profesional. La matemática no sólo enseña a los estudiantes a resolver problemas numéricos, sino, que también, desarrolla su capacidad para razonar y pensar críticamente. Es importante que los estudiantes presten atención a los procesos de pensamiento matemático, que incluyen identificar patrones, formular conjeturas, generalizar resultados y justificar sus respuestas. Al hacerlo, los estudiantes pueden construir su conocimiento matemático de manera sólida y efectiva. Los estándares básicos de matemáticas (EBC) y los derechos básicos de aprendizaje (DBA) de las matemáticas proporcionan una guía para asegurar que los estudiantes reciban una educación matemática de calidad, por lo que los estudiantes deben comprometerse con estos estándares y derechos para maximizar su aprendizaje y éxito en el futuro (MEN, 2016).

La trazabilidad de competencias en los pensamientos matemáticos son un proceso complejo que compromete dificultades de comprensión en los estudiantes. Tal es el caso, del desarrollo de las habilidades de modelación propias del pensamiento variacional, lo cual, representa uno de los mayores desafíos, al sostener una relación directa con el pensamiento numérico. De hecho,

Molina (2006), para resolver problemas abstractos y llegar a construir un modelo, se requiere de la ejecución de representaciones numéricas como de procesos algorítmicos y reconocimiento de símbolos, los cuales, al no ser entendidos desde la aplicación pueden generar obstáculos conceptuales que impiden que se dé sentido a la solución efectiva del problema.

De este modo, para abordar estas dificultades, es importante que los docentes utilicen metodologías efectivas que ayuden a los estudiantes a desarrollar las habilidades necesarias para la trazabilidad de competencias, por lo tanto, los docentes deben centrarse en la comprensión de los conceptos básicos y su aplicación en diferentes situaciones, utilizando ejemplos prácticos y actividades que permitan a los estudiantes ejercitar y aplicar sus habilidades en situaciones reales, y así lograr, la construcción de aprendizajes significativos.

De la misma forma, el docente es quien conoce la importancia del pensamiento numérico y su transición al pensamiento variacional, por lo que es la persona encargada de velar por el proceso aprendizaje de los estudiantes y quien determinar la necesidad de desarrollar con destreza las operaciones numéricas, para luego establecer relaciones mediante modelos que permitan entender de manera practica el manejo de competencias y/o habilidades, generando un nivel matemático acorde a las necesidades y disposiciones de los alumnos. Y todo ello, se ve justificado mediante la implementación de distintas metodologías innovadoras que puedan apoyar las dificultades asociadas al entendimiento de lo que para este estudio corresponde al modelado de situaciones reales de la función cuadrática y que favorezcan de manera positiva la adquisición de conocimientos.

Si bien la pedagogía utilizada para la enseñanza de estos conceptos, sin carecer de avances significativos aún está al método de enseñanza tradicional, lo que se convierte en un reto para

quienes están encargados de impartir esta área en las aulas y obliga a plantear una perspectiva más actualizada de la forma como se trasmite el conocimiento, partiendo de los conceptos ya planteados por diferentes estudiosos y adaptar estos a el contexto actual, Coronel et al. (2020), los cuales pueden brindar una abanico de posibilidades.

Por otro lado, es de considerarse que todo plantel educativo como agente regulador de la enseñanza-aprendizaje determina el avance o retroceso académico a partir de la autoevaluación de los resultados tanto internos como externos, y es allí, donde se verifican los planes de mejoramiento para atender a las dificultades evidenciadas (MEN, 2008). Y que forman parte de la estructura misma de los programas educativos; ahora bien, atendiendo a la decadencia en resultados y al reporte de desempeño entregado por la empresa interventora “Educate para el saber” para la Institución Educativa Augusto E. Medina de Comfenalco, se evidencia el escaso fortalecimiento de habilidades de modelación del pensamiento variacional previsto por los estudiantes de grado 9°, dejando ver un panorama de dificultad para la conceptualización y modelación de las funciones cuadráticas como herramienta esencial para abordar el tema en cuestión, lo cual, determina que este tema pasaría a ser uno de los más trascendentes en matemáticas, y también uno de los más difíciles de comprender desde una perspectiva teórica, ( Ver Tabla 5).

**Tabla 5.** *índice de desempeño e informe de análisis de respuestas de preguntas función cuadrática pruebas Educate para el saber 2022*

Nivel de Desempeño	Indicador de desempeño	Descriptor de mejoramiento
Insuficiente	Da cuenta de las características básicas de la información presentada en diferentes formatos como series, graficas, tablas y esquemas.	Actividad dirigida a reconocer el modelo de función.
Insuficiente	Diseña planes para la solución de problemas que involucran información cuantitativa o esquemática.	Actividad dirigida a reconocer el modelo de función cuadrática en situaciones reales.

## GAMIFICACIÓN PARA EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO VARIACIONAL 28

Insuficiente	Plantea afirmaciones que sustentan o refutan una interpretación dada a la información disponible en el marco de la solución de un problema.	
Mínimo	Transforma la representación de una o más piezas de información.	Actividad dirigida a reconocer el modelo de función cuadrática en situaciones reales.
Insuficiente	Determina y describe relaciones al comparar características de gráficas y expresiones algebraicas o funciones.	Actividades orientadas a comprender el concepto de función cuadrática. Recuérdeles que una función cuadrática es una función polinómica con una o más variables en la que el término de grado más alto es de segundo grado.
Insuficiente	Determina y describe relaciones al comparar características de gráficas y expresiones algebraicas o funciones.	Actividades orientadas a interpretar la gráfica de una función.

*Nota.* En la tabla se observa los niveles de desempeño del área de matemáticas frente al tema de función cuadrática pruebas Educate para el saber 2022. Elaboración propia.

Como se puede apreciar las funciones son el medio que unifica los preconceptos de propiedades numéricas con la aplicación y reflexión teórica, y son a su vez, un tema esencial que no puede desligar las estructuras numéricas vistas en años anteriores y que dan lugar a que el estudiante alcance los aprendizajes esperados. Siendo así, se ve una oportunidad de realizar este aporte investigativo; ya que, se cuenta con acceso directo y de primera mano con los temas, resultados y metodologías propuestos para la investigación. Además, permiten fijar la mirada en el área más problemática, en lo que respecta al tema puntual de la función cuadrática, reforzando su aprendizaje con el fin de mejorar los procesos cognitivos que lleva de manera tacita al grado octavo y la trazabilidad que puede hacerse de esto en el grado noveno.

El desarrollo de esta investigación consistirá en realizar un aporte académico en los estudiantes, aplicando en los procesos de modelado una metodología que promueva el desarrollo de competencias aplicables a su contexto social, económico y cultural de manera educativa, Sociocrítico, epistemológica y realística como señala Mesa (2013, p. 27). Entonces, la modelación de las actividades a proponer permitirá reconocer los componentes del proceso, involucrando acciones que llevan a la identificación de estructuras ya existentes, apoyados en la

construcción de esquemas novedosos que ofrezcan una nueva perspectiva aplicable a la transmisión de conocimientos.

Adicionalmente, se presenta el constante problema de la aversión a esta área del conocimiento por un gran número de estudiantes, para quienes todo lo que tenga que ver con esta área, es el “coco”, por lo que aterrizar esta temática a algo cotidiano como los juegos, en donde , “(...) en el proceso de aprendizaje se logra que la transmisión de contenidos sea participativa, interactiva y centrada en los intereses de los estudiantes” (Vargas, 2015, párr.10) para hacer que un tema complejo se convierta en algo de fácil comprensión y sirva de base a el desarrollo de estrategias válidas para hacer que los estudiantes pierdan esa predisposición y entiendan que es útil para la vida cotidiana, y que mejor manera de aprender que con algo que les gusta como son los juegos mediados por las TIC´s.

Es por ello, según Ortegón (2016), el aprendizaje y la gamificación:

... tiene puntos clave de encuentro, es así como el aprendizaje busca la adquisición de nuevos conceptos a través de vivencias, desarrollo de habilidades, y es significativo cuando el material aprendido es útil e influye en las conductas de los aprendices, la gamificación tiene los elementos para alcanzar los mismos propósitos a través de técnicas y métodos lúdicos, empleando el juego como un medio (p. 15).

Por lo que, esta investigación se convierte en un refuerzo necesario para que los estudiantes del grado 9° mediante una secuencia didáctica basada en la gamificación, logren mejorar el pensamiento variacional, lo que hace importante este trabajo no solo para los estudiantes sino

también para los docentes que de manera interactiva desean incursionar en el mundo de la tecnología.

Esta investigación ofrecerá a la institución una nueva perspectiva de enseñanza matemática, al enfrentar al docente a cambios que contribuyan a la construcción y mejora de aprendizajes para fortalecer el desarrollo de competencias que den respuesta a los intereses de los estudiantes. Y así mismo, dirigir la propuesta al mejoramiento de resultados en pruebas que midan los niveles de aprendizaje. De igual forma, motiva a la implementación de prácticas pedagógicas innovadoras adoptando un cambio de las metodologías tradicionales al hacer uso de otros sistemas de representación, que permitan que los docentes empiecen a reconocer la tecnología como un medio más confiable para que el alumno desarrolle trabajo autónomo al tener otra fuente de orientación de procesos matemáticos.

En consecuencia, la estrategia de gamificación nace como algo recreativo entre los jóvenes, que involucra el juego y la transmisión de conocimientos en los procesos educativos, para crear un vínculo eficaz entre el docente, el estudiante, sus gustos y habilidades de aprendizaje, haciendo que los estudiantes se interesen por temáticas que no son propias del entorno del juego (Deterding, 2011; Teixes, 2014; Fernández et al., 2014; Gallego-Durán, Molina-Carmona, y Llorens, 2014; Bicen y Kocavun, 2018), creando a partir de su interés un camino más fácil para la enseñanza, (Jaume et al., 2016, p. 36). Además, de llevarlo a la vida real de manera experimental y exploratoria y así lograr aprendizajes más rigurosos, profundos y significativos.

## Capítulo II

### 2. Marco Referencial

#### 2.1. Antecedentes

Durante este apartado, se realiza un análisis general sobre los estudios elaborados en el contexto nacional (Colombia) e internacional, que comprometen tres variables importantes como son las habilidades del pensamiento variacional, la gamificación como estrategia de enseñanza y por último la modelación de la función cuadrática.

Dando lugar a los resultados encontrados con los estudiantes al desarrollar un pensamiento variacional, los investigadores venezolanos, Otaya, & Mosquera, (2017), en su trabajo denominado “situación didáctica y enseñanza del pensamiento variacional” mediante el método de investigación cualitativo usado con los grupos control y experimental, a través de un diseño de tipo cualitativo-cuasiexperimental, dan cuenta de las dificultades que se generan en los estudiantes de básica secundaria y media en la construcción de Pensamiento variacional, por lo cual, toman como base las didácticas de Guy Brousseau para reconocer que todo conocimiento matemático nuevo requiere de que se potencialice y fortalezcan los saberes previos como una forma directa para fortalecer el desarrollo de su pensamiento variacional.

En Cúcuta también se presenta el trabajo “Fortalecimiento del pensamiento variacional a través de una intervención mediada con TIC en estudiantes de grado noveno” con una investigación-acción de enfoque cualitativo que a partir del diseño de una secuencia didáctica permite mostrar la intervención realizada en un grupo de estudiantes donde, a partir del análisis de las situaciones de variación y cambio se logra orientar el fenómeno de estudio desde sus

características más sobresalientes y así lograr la mejora de la calidad en el proceso de aprendizaje; Martínez & Gualdrón (2018).

Otro de los trabajos que sobresale es el de Galeano & Jaramillo (2021) “aprendizaje basado en proyectos (ABPy) como alternativa para fortalecer el proceso de generalización matemáticas en estudiantes de tercer grado” que con el ánimo de diversificar los métodos de enseñanza vinculan otros tipos de pensamiento matemático, evidenciando la falta de comprensión de estos a pesar de haber sido aprobadas con los estudiantes.

En Colombia se observa como un número de docentes y estudiosos presentaron sus trabajos buscando las mejores formas de enseñar áreas tan importantes como las matemáticas, como Acosta & Pineda (2020) quienes mediante su investigación “Fortalecimiento del pensamiento variacional mediante la gamificación como estrategia pedagógica en estudiantes de grado noveno del colegio Don Bosco de Villavicencio año 2020” usan la metodología cualitativa con enfoque descriptivo para justificar el diagnóstico en la identificación de dificultades de concepto matemáticos propios del pensamiento variacional, mostrando un cambio de paradigma donde, los estudiantes alcanzaron un rol más activo, protagónico y dinámico con la integración de juegos provenientes del uso de la gamificación logrando una retroalimentación positiva mediante un refuerzo positivo.

Ahora bien, es visto que motivar a los estudiantes se convierte en un reto diario de los docentes frente a la búsqueda de aprendizajes significativos y duraderos, por tanto, se hace reconocimiento de la gamificación la cual, es entendida como proceso en el cual, los estudiantes aprenden por medio del juego, siendo una herramienta usada para fines educativos que permiten que el estudiante se motive a participar de los temas que se estén tratando.



De esta manera Forero, (2022), en su estudio “La gamificación como propuesta didáctica en el aprendizaje de las matemáticas en la transición de básica a media” busca la manera de unir la gamificación con el uso de las redes sociales, las cuales sabemos que hoy en día son tendencia y muy usadas por los jóvenes, evaluando así su eficacia para los fines educativos para enfocar su esfuerzo desde los grados noveno a once al usar una metodología cualitativa, siendo esta de orden explicativo y propositivo en donde, pudo identificar algunas de tantas plataformas que se pueden encontrar en internet, que ayudan por medio de juego al aprendizaje de las matemáticas: Kahoot- Quizizz – Lumosity, permitiendo crear y generar herramientas que incentiven al estudiante a ser parte de cada proceso de enseñanza-aprendizaje.

Es de recordar que, el periodo de la pandemia del Covid-19 en el contexto educativo tuvo su lugar y apoyo de un instrumento tan indispensable como es la tecnología donde, la implementación de la virtualización sirvió de preámbulo a la enseñanza a través del uso de herramientas digitales y redes sociales dándose una mirada más sensible hacia los nuevos métodos que para algunos docentes eran distantes y poco accesibles lo que abrió una ventana a las nuevas formas de encontrar la didáctica del juego a través de la gamificación.

Por lo que otro trabajo que sobresale es el realizado por Barrera, Vega, & Morales (2020), quienes estudian este fenómeno a partir de una metodología con enfoque mixto, de tipo cuasiexperimental basada en Moodle, página web y app inventor, concluyendo la necesidad de continuar implementando las TIC como estrategia pedagógica. De igual forma, autores como Palacios & García (2018), en Honduras, quienes a partir de un trabajo descriptivo “Demanda Cognitiva de Estándares Educativos y Libros de Texto para la Enseñanza del Álgebra en Honduras” demuestran que al utilizar métodos y técnicas de enseñanza a través de la web, se logra determinar la importancia del estudio del álgebra para poder trabajar sobre su exigencia

cognitiva y así promover el trabajo entre los pares, viendo la necesidad de que el docente se involucre acorde al conocimiento que se está impartiendo, por lo tanto, debe tener un aprendizaje previo del método a realizar.

Siendo así, ver la importancia que tiene esta área en los procesos pedagógicos, resulta algo novedoso e impactante, puesto que estructurar estrategias que logren aclarar de una manera clara y sencilla, algunos temas que por mucho tiempo fueron enseñados de manera tradicional y no producir los resultados que se esperaban, se convirtió en una constancia en los estudiantes y un drama por el poco entendimiento sobre los nuevos conocimientos a partir de signos y figuras; este abordaje aporta la forma como los docentes deben buscar la mejor manera de introducir a los estudiantes a los esquemas de enseñanza-aprendizaje de nuevos métodos; en este sentido sobresalen autores como Acosta & Pineda (2020); Galeano & Jaramillo (2021); Martínez & Gualdrón (2018); Otaya & Mosquera (2017), quienes con sus investigaciones demostraron que expresiones algebraicas, secuencias, regularidades o pasar de concreto a lo abstracto permite al tiempo desarrollar habilidades sociales que les lleva a interesarse por un proceso de investigación continuo, lo que deja ver el desarrollo de la capacidad de codificar expresiones algebraicas o matemáticas.

En este orden de ideas y reconociendo que para entender la estructuración metodológica del docente, la aceptación de los estudiantes por las matemáticas y en consecuencia su aprendizaje, se requiere de enfatizar en un tema problemático y fundamental como lo es función cuadrática en donde, para este caso sobresale el trabajo realizado en Perú por el maestrante Espinoza (2020) “modelación de la función cuadrática mediada por tracker en estudiantes de quinto grado de secundaria” quien a partir de un estudio cualitativo usa un método denominado Blum y Leiß, en el cual, logra describir siete fases para la transición de la modelación, apoyándose de las

mediaciones tecnológicas para finalmente, reconocer la importancia de interactuar con una situación problema para luego traducirla a las matemáticas o viceversa y así, realizar un análisis crítico del fenómeno de estudio.

En cuanto a la modelación sobre el tema función cuadrática autores como Posso, (2020), en su trabajo denominado “Aspectos característicos del pensamiento variacional en la modelación de fenómenos a través de la función cuadrática” atiende a la transferencia de situaciones de la vida cotidiana desde el pensamiento variacional, utilizando la actividad deportiva, económica y proyectos productivos escolares para caracterizar la modelación de fenómenos a través de la función cuadrática. Igualmente, Ortiz, Vergel & Villamizar, (2020), a partir de la física realizó una metodología donde aplican un tipo de modelización experimental para luego entrar a resaltar el trabajo de modelización de Avilés, (2018), el cual, da uso a una metodología que guía el trabajo de solución de problemas planteados mediante la función cuadrática, deduciendo que, el uso de métodos matemáticos contribuyen a la solución de problemas y que la modelación puede ser mejor vista desde el uso de las tecnologías informáticas.

De esta manera, el uso de la estrategia de gamificación conlleva a que el docente presente un proceso de modelación que a través de estudiosos como Espinoza (2020), Posso (2020); Pérez (2020), Ortiz, Vergel & Villamizar (2020), Avilés (2018), quienes dan luz sobre la forma como se puede abordar esta temática a partir de una metodología que debe ser apoyada en factores como el reconocimiento del problema y su vinculación a la realidad, mirando alternativas de solución que permitan presentar suposiciones o experimentar con nuevas formas de llegar a los resultados proponiendo alternativas viables a los estudiantes y accesibles a los docentes en pro de la mejora del aprendizaje de las matemáticas. Por cuanto a dicha estrategia sobresale en México los estudiosos Aguiar, & Rodríguez, (2020) con su trabajo denominado Metuiga “metodología

para el diseño de sistemas basados en interfaces tangibles de usuario y estrategias de gamificación” en la enseñanza de porciones matemáticas para niños con problemas de visión, publicadas en Recibe, “Revista electrónica de Computación, Informática, Biomédica y Electrónica” en la cual, durante su desarrollo no solo presentaron su propuesta sino que realizaron pruebas de usabilidad obteniendo resultados satisfactorios.

Con esto se demuestra que utilizando la técnica de gamificación se pueden diseñar métodos con características que sirven para usar y producir software de forma flexible como apoyo a las estrategias pedagógicas que fundamentan en este caso el modelado de funciones cuadráticas para luego, cruzarla con una línea metodológica que le permita al estudiante identificar el tema de forma simbólica, analítica y sencilla mediante acciones apoyadas por el juego y la tecnología para llamar su atención e impactar positivamente en la manera en concebir sus aprendizajes.

Por tanto, para lograr una gama de habilidades frente al desarrollo de la modelación de la función cuadrática se requiere que el docente seleccione y construya la estrategia necesaria para lograr que el estudiante consiga su objetivo de aprendizaje, siendo una de estas estrategias la gamificación, que fue investigada y abordada por numerosos investigadores como Forero (2022), Godoy, Abad y Torres (2020), Aguiar & Rodríguez (2020), entre otros, donde, a partir de sus estudios demuestran la necesidad de apoyar el proceso en herramientas tecnológicas, ya que mediante la gamificación es posible llevar a los jóvenes a tener una motivación especial, puesto que ayuda a promover la participación, competitividad y permite una óptima retroalimentación, si se hace un adecuado manejo a través de los videojuegos e integración en línea, se pueden abordar diferentes temas como algebra, trigonometría, geometría y precálculo entre otros.

Finalmente, es visto como todas estas investigaciones y estudios analizados tanto nacionales como internacionales permiten valorar la importancia que tiene presentar una metodología idónea que establezca parámetros fáciles y sencillos, donde, el docente tenga el control de los resultados y los estudiantes logren involucrar sus experiencias y conocimientos anteriores a su vida cotidiana. De igual forma, se da sustento de la escogencia de la estrategia de aplicación como una herramienta didáctica que ha sido estudiada por académicos, utilizada y al mismo tiempo por los docentes frente al fortalecimiento de las habilidades del pensamiento variacional y por tanto merece la realización de una investigación más profunda a partir de las experiencias obtenidas.

### **2.2.Marco Teórico**

La conexión entre las habilidades necesarias para desarrollar el cambio del pensamiento matemático al variacional y las estrategias a utilizar por los docentes, debe plantearse desde los estudios realizados para definir los componentes que integran esta transición del pensamiento.

#### ***2.2.1. Habilidades en el Pensamiento Variacional***

Anidar en el pensamiento del niño la manera más sencilla y dinámica a medida que transcurren los distintos procesos y de forma paulatina ir reconociendo los patrones matemáticos, permitiendo crear nuevos modelos mentales, ejecutando resultados, como lo describe muy puntualmente (Posada et al, 2006, p.16), este tipo de pensamiento propone el análisis de la variación dependiendo el contexto, ya que muchos de ellos son aplicados a la vida cotidiana matemáticas avanzadas y procesos experimentales, permitiendo observar estos patrones desde distintos puntos de vista .

Presentado de esta manera muestra la importancia de observar que la parte cognitiva se prioriza al resolver cualquier problema con éxito, permite de alguna manera valorarlo clasificándolo de acuerdo con cierto modelo; esta perspectiva conlleva a observar como las matemáticas de forma cognitiva establecen un razonar, donde intervienen pensamiento como el memorístico, procesamiento, estratégico y extendido, lo que quiere decir que se debe recordar o reconocer hechos, definiciones o términos, lo que permite dar varias alternativas de solución de un problema o contextualizarlo en otras situaciones. (Webb, 1997).

Lo anterior permite ver al estudiante en un nivel donde los EBC apuntan al desarrollo de las competencias o habilidades como “conjunto de conocimientos, habilidades, actitudes, comprensiones y disposiciones cognitivas, socio afectivas y psicomotoras apropiadamente relacionadas entre sí para facilitar el desempeño flexible, eficaz y con sentido de una actividad en contextos relativamente nuevos y retadores” (MEN, 2006, p. 49). Teniendo esto en mente desarrollar en el niño un pensamiento variacional implica permitir que el mismo matemáticamente formular y resolver problemas, modelando procesos y fenómenos cotidianos.

Según lo anterior es importante resaltar tres fases enunciadas por Vergel (2015), quien de forma concreta considera una primera fase denominada factual, en la que el niño a partir de gestos, movimientos, ritmos, actividades perceptuales y palabras, con las cuales comprende nuevos temas seguidas de un conocimiento algebraico contextual, donde los gestos y palabras son cambiadas por signos o frases “claves”; por último la tercera fase es la simbólica donde se recurre al uso de frases representadas por símbolos alfanuméricos del álgebra.

### ***2.2.2. Gamificación como herramienta de enseñanza***

Es visto que en los últimos tiempos el docente se está alineándose no solo a la globalización que entre tantas formas ha ido cambiando los sistemas de pedagógicos, sino a la búsqueda de nuevas maneras de enseñar utiliza una herramienta tan importante que paso a ocupar un lugar preponderante durante este periodo de aislamiento a causa de la pandemia del COVID-19, como es la tecnología.

De aquí que nace una nueva técnica que hace su entrada triunfal como es la gamificación, que según Gavilanes y Coello (2019), son un conjunto de técnicas de aprendizaje en las que por medio del juego se pueden avanzar en procesos educativos; la gamificación es un método en el cual los estudiantes pueden llegar a apropiarse de los diversos temas que se exponen en el aula de clase, temas que serán impartidos por el docente por medio del juego.

A partir de observar que los aparatos electrónicos de comunicación estaban ocupando gran parte del tiempo de las personas desplazando la comunicación verbal, el aislamiento obligatorio llevo a un plano más primordial este sistema y la educación dio un vuelco total al manera de enseñanza, haciendo que la gamificación como herramienta educativa, se diseña para aumentar algunos comportamientos en lugar de centrar en experiencias de juego emergentes, dando un paso al frente y viviéndose resultados positivos con lo cual abre una invitación a escudriñar cuáles son las mejores o más usadas aplicaciones gamificadoras, que ya están diseñados, son gratuitos y además son herramientas que cumplen el objetivo de motivar e incentivar al estudiante en su proceso de aprendizaje, observados en la tabla presentada en el anexo A.

De esta manera se da la importancia a la gamificación en la enseñanza de las matemáticas, presentándola como un instrumento útil con el que a través de él se consigue mejorar los resultados, generando en los estudiantes una experiencia de motivación positiva debido al carácter lúdico, lo cual aumenta la participación de los estudiantes, la cooperación y el interés, factores que se buscan con mayor frecuencia. Zapata (2019), Incentivando a los estudiantes a involucrarse de manera espontánea en el nuevo camino de la adquisición de conocimientos, experimentando en ellos nuevos logros que cada uno va adquiriendo y el puesto que van ocupando en el videojuego, a partir de lo cual los estudiantes serán capaces de resolver de manera activa la mecánica del juego, lo cual es factor de motivación de aprendizaje al resolver problemas matemáticos. El Aplicativo a realizar durante esta investigación es el Hot potatoes, al igual algunos videos presentados en youtube y para evaluar se realiza la plataforma de superprof material didáctico, Symbolab.

### ***2.2.3. Modelación de Proceso Algebraicos***

En Colombia se creó a partir de los estándares pedagógicos y disciplinarios, la Formación Inicial Docente (MINEDUC, 2017), en el cual se plantean los diez estándares propuestos para desarrollarlos en los menores, estándares pedagógicos de modelación se observan en el anexo B.

Basados en la propuesta de Burkhardt (2006), se ha incluido en el análisis de las funciones cuadráticas su modelación, estableciéndolo como elementos de análisis en el desarrollo de cada uno de los aspectos y el conjunto que ellos encierran, con el objetivo de discutirlos a partir de los aspectos variacionales y los fenómenos físicos presentados en la secuencias, buscando que sean vistas mediante procesos experimentales (Posada et al, 2006, p.17).



## **2.3.Marco Conceptual**

### ***2.3.1. Conceptos propios de los DBA, Estándares y aspectos de gamificación.***

La educación en su búsqueda de la excelencia se esfuerza en encontrar la manera de crear una herramienta que soporte los rápidos niveles de evolución de la sociedad, sin dejar a un lado la necesidad del mejoramiento de la calidad en la misma, en donde puedan involucrar los Lineamientos Curriculares y los Estándares Básicos; de esta manera nace este puente que permite construir rutas de enseñanza como son los Derechos básicos de aprendizaje (DBA), (Rico, 1997).

Se convierte en un logro para la educación encontrar el hilo conductor que promueve la consecución de los aprendizajes, que en otras palabras es el encargado de entretejer la maya curricular, siendo la herramienta más utilizada por el docente en función de su labor pedagógica, pero presenta diferencias en sus elementos constitutivos que se adaptan a cualquier área, respaldándose en elementos de normatividad y políticas como la Ley 115, los DBA y EBC, pero no está clara la parte de los Lineamientos curriculares. Esta discrepancia obliga a dirigir la mirada a la construcción y tratamiento que se le ha dado a los DBA en el área de matemática, lo que conlleva a presentar un proceso diseñado a partir de una realidad según Gómez, Bulla, Pinzón, Castro & Mora (2016), que tiene en cuenta aspectos como una expectativa básica de aprendizaje, su descripción cognitiva, una tarea de evaluación contextualizada y el alcance de la tarea de evaluación.

Se ha visto que la matemática cobra un interés frente a la cultura y la sociedad por ser de uso cotidiano, igualmente toma su puesto principal como un protagonista ante el desarrollo de la nueva globalización; de manera particular porque a ese nivel se involucran siempre las

matemáticas, escalando poco a poco el nivel de dificultad, porque cada saber que representa un grado mayor ahí se encuentran incorporados los números; pero, este aspecto se desarrolla a un ritmo distinto al de la sociedad, al tiempo que se observa como la evolución que no puede dejar de lado a las matemáticas en el desarrollo, puesto que son base de la ciencia y la tecnología, Vélez White (2006) publicación MEN.

En este sentido para este estudio se tienen en cuenta los procesos generales presentes en los lineamientos curriculares de matemáticas como son:

**Formular y resolver problemas:** por medio de este lineamiento se espera condicionar al individuo a resolver interrogantes y problemas, buscando que aprenda a encontrar resultados, lo mismo que verificar e interpretar lo razonable de ellos, desarrollando la capacidad de modificar condiciones en los cuales se desarrollan y originar otros problemas.

**Modelar procesos y fenómenos de la realidad:** es la manera de experimentar con un conjunto de situaciones reales o plantear un sinnúmero de situaciones hipotéticas, para apoyar la formulación de conjeturas, razonamientos que son un paso para avanzar en procesos demostrativos.

**La comunicación:** la exposición de los diferentes lenguajes crea barreras en un mundo globalizado; este fenómeno no ocurre con las matemáticas, ya que este posibilita y fomenta la discusión frecuente y explícita, captando situaciones, conceptos y simbolizaciones, ayudando a tomar conciencia de las conexiones y el trabajo en equipo.

**El razonamiento:** en este sentido es necesario que todo aprendizaje propicie en el niño la abstracción matemática que incluye la visualización de un espacio, un razonamiento numérico y

en particular el razonamiento que lo lleve a manejar proporciones y por medio de su razonamiento inducirlo a formular hipótesis o conjeturas.

**La formulación, comparación y ejercitación de procedimientos:** este lineamiento implica para todos los involucrados en el proceso de enseñanza aprendizaje la creación de esquemas que ayuden a establecer los parámetros básicos que se aplicaran en el resto de su formación, lo que les ayudara a relacionas situaciones abstractas con la vida diaria.

Los anteriores lineamentos curriculares son imprescindibles al momento de desarrollar un pensamiento matemático cualquiera que sea; en el presente trabajo se ve la importancia de que el niño tenga un pensamiento numérico claro, en el sentido de llegar a entender no solo las operaciones, sino también las relaciones entre números y desarrollar conocimientos que ayuden a entender el pensamiento variacional a partir de los conocimientos adquiridos con anterioridad.

Este proceso debe llevar al estudiante a un contexto real, en donde las diferentes situaciones vividas llevan a esquematizar problemas con un lenguaje matemático dentro de otro contexto. (Schmidt, 2006).

Sumergir al educando en este mundo de conceptos y procesos a nivel abstracto, en el que se alcanza el saber y el saber hacer, permite que estos estudiantes logren enfrentar los cambios ocasionados por los sistemas que preparan un nuevo mundo de plataformas digitales con aprendizajes a velocidad nunca vista, son un reto para el sistema educativo y un desafío para estos jóvenes que se ven envueltos en un sin número de metodologías y estrategias, una de ellas la gamificación, que más allá de facilitar una enseñanza matemática, permite la interacción entre el docente, el estudiante y los pares, adentrándose en un mundo desconocido que persigue a través del juego fomentando su uso para potencializar la destreza de plantear, resolver

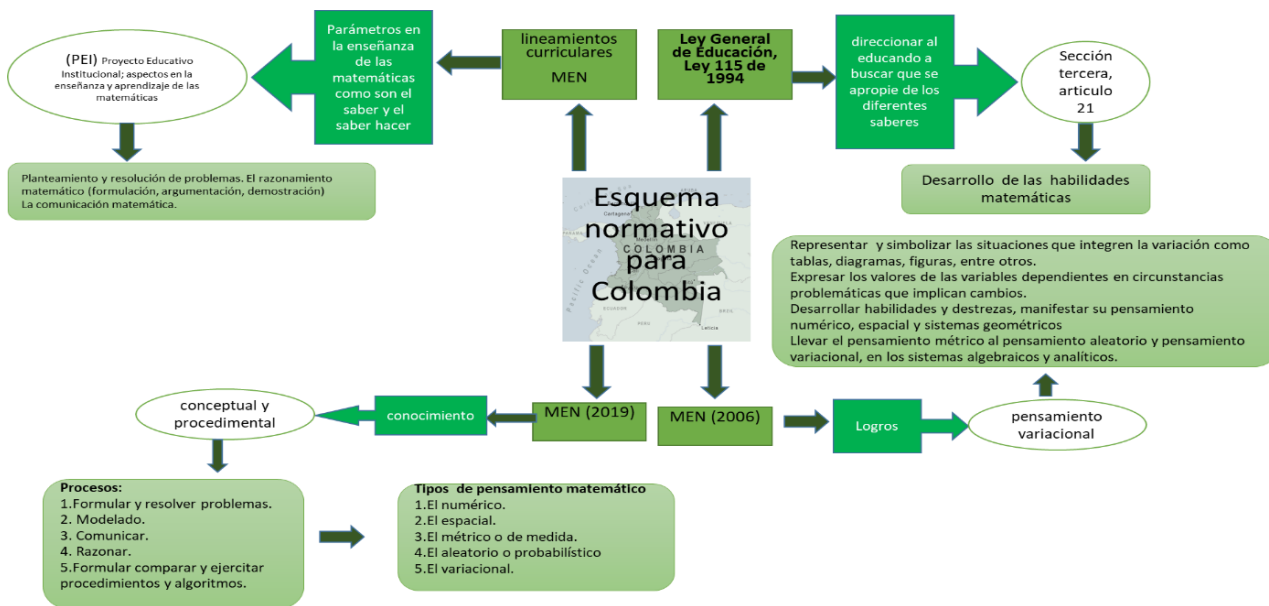
problemas y mejorar el cálculo mental, ya que forman parte del desarrollo mental del individuo.

Gallego, Molina y Llorents (2014).

### 2.4.Marco legal o normativo

Es importante destacar, que la educación en Colombia está regida por la Ley 115 de 1994 mejor conocida como ley general de educación y los lineamientos curriculares del MEN, que coloca al educando como el principal protagonista de este proceso, garantizándole una educación integral, participativa, activa, direccionándolo a que se apropie de los diferentes saberes, proceso que involucra parámetros, habilidades, logros y conocimientos que se ven plasmados en el siguiente esquema, Ver Figura 3.

**Figura 3. Esquema normativo para Colombia.**

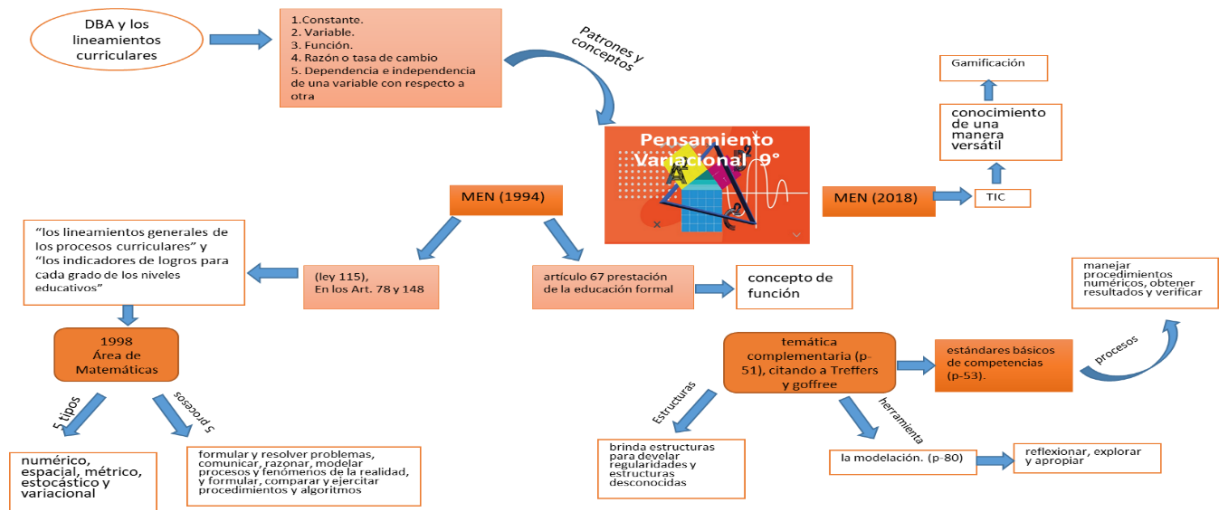


*Nota.* En la figura presenta el esquema normativo que regula en Colombia donde se resaltan los lineamientos curriculares MEN, la Ley General de Educación, Ley 115 de 1994, MEN (2019), (2006) para el pensamiento variacional. Elaboración propia.

Lo anterior resume un compendio de normas y leyes (Ver anexo C esquema de leyes) que resaltan en este estudio del pensamiento variacional que el estudiante debe integrar de

manera activa, constante y teórica a partir del grado 9°, haciendo uso de los diferentes conceptos básicos del DBA, los lineamientos curriculares y tecnológicos como se observa en la Figura 4.

**Figura 4.** *Pensamiento variacional y su integración normativa*



*Nota.* Durante esta figura se exponen los reglamentos que regulan el pensamiento variacional para el grado 9°, tales como MEN (1994) y MinTIC (2018). Elaboración propia.

## 2.5. Marco Contextual

La Institución Augusto E. Medina, nace para suplir una necesidad de los afiliados a la caja de compensación Comfenalco, como es la de brindar educación a sus hijos y lleva el nombre de su fundador; siendo una institución privada y de carácter mixto es creada en 1972 por el señor Augusto E. Medina, quien funda el Colegio de Bachillerato, que tuvo como primera sede la Cra 3. # 8-14. En el año 2004 el colegio cambió de razón social y pasó a llamarse según resolución 1093 de noviembre 26 de 2003 de la secretaria de Educación Municipal, Institución Educativa Augusto E. Medina de Comfenalco. En el año 2008 en el sector de Picalaña inicia actividades en su nueva sede ubicada en la Ciudadela Comfenalco, aumentando los cupos a 1.668 y en la actualidad ofrece cubrimiento académico en Preescolar (Transición), Educación Básica (Desde el primer hasta noveno grado) y Educación Media (Décimo y Once), con intensificación en

Ciencias Naturales, Matemáticas y Formación Artística, con carácter técnico centrado en Administración en Software y Hardware de Computadores, también hace su oferta académica a estudiantes del programa de inclusión.

**Figura 5.** Ubicación de la I.E Augusto E. Medina de Comfenalco



*Nota.* En la figura se observa la ubicación geográfica de la institución al igual que la fachada de la I.E Augusto E. Medina de Comfenalco, con su escudo. Tomada de imágenes de google maps.

Como característica especial a manera de contexto, es una población de estrato dos donde sus acudientes son comerciantes y la gran mayoría independientes.

## **Capítulo III**

### **3. Aspectos Metodológicos**

Durante el desarrollo de este capítulo y con base en el estudio teórico que se realizó en el capítulo anterior, se da paso a presentar la metodología que debe ser desarrollada en este trabajo, unificando los criterios con los cuales se define el procedimiento que se realizará para cumplir los objetivos.

#### **3.1. Tipo de investigación**

Para el desarrollo de esta investigación se propone que sea de tipo mixto, por la necesidad de estudiar datos numéricos o cualitativos obtenidos para fijar unos parámetros de medición tanto inicial como final, y unos datos cualitativos nacidos de la observación directa del tema a estudiar, además que se sustenta en la conveniencia del uso de métodos mixtos en las investigaciones de las ciencias sociales y humanistas, que incluyen de manera óptima a las ciencias de la educación (Martínez, 2005); además, se aprovechan las ventajas de cada una de las metodologías de análisis ya que en el de manera simultánea se analizan datos cuantitativos y cualitativos comparándolos entre sí, lo que se adapta a las características de esta investigación.

Para la comparación de los datos obtenidos se propone un diseño de triangulación concurrente (DITRIAC), ya que es el más utilizado cuando el investigador pretende confirmar resultados y efectuar validación cruzada entre datos cuantitativos y cualitativos, porque permite la verificación de resultados a partir de una validación cruzada, siendo de tipo concurrente, puesto que permiten recolectar datos presentando unos resultados cuantificables pero con un análisis de tipo cualitativo que se adapta al contexto de la población investigada; este método según autores como Hernández, Fernández & Baptista (2016), Hernández-Sampieri y Mendoza

(2008) coinciden en que este método adopta de manera simultánea el esquema inductivo y el deductivo e implica recolección, análisis e integración de los datos, lo que se adapta a la propuesta presentada.

La integración de los datos teóricos y prácticos logra mejorar la discusión del tema en estudio; según Hernández Sampieri y Mendoza (2008), el planteamiento de la metodología en una investigación, tiene fundamento en el pragmatismo, ya que las bases de una investigación reúnen diferentes puntos de vista, distintas mediciones y diferentes métodos de observación, que permiten compilar datos nacidos no solamente de distintas mediciones sino también de deducciones directas del observador; en esta investigación el planteamiento del problema que se investiga, incluye múltiples perspectivas, lo que obliga a plantear un diseño para la investigación que genere procesos de continuidad y secuencialidad, ya que la finalidad es presentar un trabajo de reflexión, práctica y evaluación, que durante esta investigación llevan a solucionar la problemática mediante la identificación, caracterización y creación de una metodología basada en una secuencia didáctica que ayude a fortalecer las habilidades del pensamiento variacional, con el modelado de la función cuadrática a través de la gamificación. (Ver Figura 6). **Figura 6.**

*Procesos metodológico para la investigación*





*Nota.* La gráfica ilustra el procesos metodológico que marca la presente investigación. Elaboración propia.

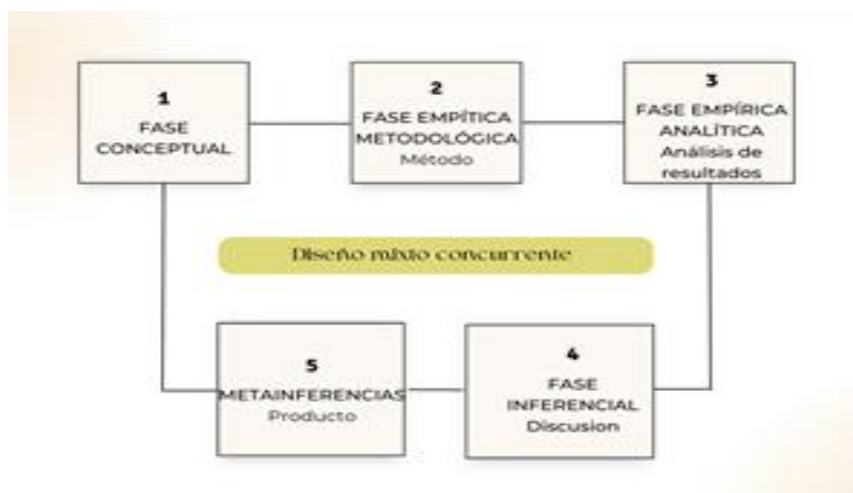
Una de las ventajas del uso del método mixto, presente en esta investigación, es el permitir desarrollar nuevas habilidades en el tema estudiado, o bien reforzar estos conocimientos desde distintos ángulos (Brannen, 2008), que se logra mediante un esquema ordenado y sistematizado, empírico y crítico, complementándolo con una triangulación, que permite verificar por medio de la contrastación datos cuantitativos y cualitativos, en aras de una mayor validez interna y externa del estudio.

Al incluir una estrategia que incluya la gamificación como parte del proceso de estudio, con un tema que presenta dificultad en los estudiantes como es la función cuadrática, mediante la aplicación de sistemas que ayuden a lograr el modelado de problemas propuestos en aplicativos OVA como Hot potatoes que permite estructurar un contenido de acuerdo a la necesidad de una clase, plataformas de apoyo escolar como Superprof , aplicaciones como Symbolab que resuelve

cualquier problema de matemáticas, y otros, al respecto Ossandón y Castillo (2006). Citando a Kolb (1984) mencionan la necesidad de integrar estas herramientas a las estrategias pedagógicas a nivel digital, mejoran la generación de conceptos y permiten el desarrollo de estructuras de pensamiento sobre un área específica de fácil acceso en las diferentes plataformas interactivas. Medina, Medina & Rojas (2016). Dando paso a que en un futuro mediante el método de MESOVA se pueda desarrollar Software para objetivos virtuales de aprendizaje con espacios de trabajo como XP (Extreme Programming) RUP (Rational Unified Process) y UP (Unified Process) con modelos que capten la dimensión, incremento y evolución con la construcción ágil de prototipos, Castrillón (2011).

Finalmente se presenta la contrastación y reconocimiento de las variables estudiadas entre un pre y un post de la estrategia propuesta para esta investigación, para finalmente presentar una triangulación concurrente que permite sintetizar los resultados obtenidos y su sustento teórico, como lo muestra Hernández, & Torres (2018). Quien muestra el Diseño de triangulación concurrente (DITRIAC) , Ver Figura 7 y esquema en el anexo D.

**Figura 7.** *Procesos del diseño mixto concurrente*



Nota: la gráfica describe las fases que contribuyen en la construcción de una investigación mixta de diseño concurrente. tomado de “Metodología de la investigación. Sampieri. 2014. <https://www.uca.ac.cr/wp-content/uploads/2017/10/Investigacion.pdf> .

Lo que permite dar mayor entendimiento de la problemática, demostrando unos resultados que integren los datos teóricos y prácticos para lograr un entendimiento y discusión sobre el estudio según Hernández Sampieri y Mendoza (2008).

Dentro de la investigación es necesario pensar que los datos no se pueden desligar de su origen al aspecto cualitativo y cuantitativo. Es por ello, que se hace primordial considerar que el concepto de triangulación se define como la posibilidad que bajo un modelo de procesos los datos del problema se puedan trabajar de forma consecutiva con una validación cruzada, y así lograr la confrontación de datos mediante la relación de las variables de estudio establecidas, como también, entre las categorías establecidas, los respectivos indicadores, instrumentos de recolección de datos y afinidad del estudio estadístico (Game, 2017).

Igualmente, atendiendo a la concurrencia del diseño metodológico DITRIAC se centrará en darle la importancia a los datos de manera individual, al contrastar los resultados mediante un análisis estadístico descriptivo del nivel de desempeño de las habilidades que desarrollan pensamiento variacional. De manera conjunta, desde el software de análisis estadístico SPSS se logrará realizar un estudio de los datos para establecer el nivel de categorización de la correlación de habilidades que fundamentan la modelación de la función cuadrática, esperando encontrar una comparación y acercamiento entre la caracterización de las relaciones, semejanzas, diferencias y vinculaciones entre datos, categorías, subcategorías, desempeños e ITEMS. Por lo que, el análisis cualitativo soportado teórica y descriptivamente le otorga rigurosidad a los resultados cuantitativos para darle confiabilidad a las iteraciones que se logren generar antes y después la propuesta metodológica.

### 3.2. Hipótesis

Dado que los métodos mixtos incluyen su hipótesis “en y para” mostrando datos cuantitativos probatorios pudiéndose expresar mediante la fase cualitativa de esta manera se puede proponer una hipótesis así sea que más adelante se cambie según estos resultados.

Mediante la aplicación de un OVA desde la gamificación se logra el fortalecimiento del pensamiento variacional desde el proceso general basado en la modelación de la función cuadrática, en los estudiantes de noveno grado de la I.E Augusto E. Medina de Comfenalco.

### 3.3. Variables o categorías

Teniendo en cuenta que para esta investigación se debe utilizar una metodología mixta y esta no solo tiene la función de presentar resultados cuantitativos y análisis cualitativos, sino que también debe integrarlos analíticamente, brindando un panorama más amplio de los datos, (Bryman, 2007). Basado en lo anterior esta metodología permite presentar unas recomendaciones y conclusiones sobre los dos enfoques y que estas sean entrelazadas para demostrar de manera clara un análisis mayor de la investigación, desde diferentes aspectos (Hesse-Biber, 2010 y Creswell y Tashakkori, 2007).

Es importante recordar lo señalado por Pino (2010), quien explica que una variable independiente es aquella que el investigador altera a voluntad para averiguar si sus cambios provocados en las otras variables, siendo las Variables Dependientes las que crean coerción a partir de su desarrollo; cabe precisar que están designadas por otros factores que pueden ser descritos como medio de adaptación y condicionamiento que evidencia busco que puntualmente para este proyecto se establecen dos variables discriminadas así, (ver Tabla 6).

**Tabla 6.** *Variables de la investigación y medios*

Nombre de la variable o medio.	Tipo de variable	Dimensiones	Indicadores
Modelación Procesos Algebraicos	Independiente	Manejo de símbolos y dimensiones matemáticas.	Reconoce las formas de expresar y comunicar lo comprendido no solo en el aula sino también en la praxis cotidiana.
		interacción de los conceptos matemáticos con la realidad	Relaciona en formatos espaciales e interactúa de diversas maneras con los objetos situados en el espacio, desarrollando variadas representaciones dando resultados y explicaciones.
		Interacción entre los estudiantes	Discute los problemas planteados con sus compañeros.
Pensamiento variacional	Dependiente	comparar y ejercitar procedimientos y algoritmos	Relaciona símbolos alfanuméricos algebraicos con objetos de la cotidianidad, construye y ejecuta de forma segura y rápida procedimientos mecánicos o de rutina
		modelar procesos y aplicarlos	Hace acercamientos conceptuales que favorezcan la creación y manipulación de nuevas representaciones mentales.
		formular y resolver problemas	Aplica lo aprendido a casos cotidianos, al traducir el problema al lenguaje algebraico, resolver un problema similar al primero, determina la cantidad de soluciones que tiene una ecuación cuadrática.
Uso de elementos interactivos en la educación.	Independiente	Cuadernillo	Lista de test
		Edúcate para el saber	Desarrollar – competencias, métodos y ejercicios, Plataforma. <a href="https://drive.google.com/drive/folders/1o_7KnFXupMsw4MuB9p5L7tgLdeh_sRc5?usp=share_link">https://drive.google.com/drive/folders/1o_7KnFXupMsw4MuB9p5L7tgLdeh_sRc5?usp=share_link</a>

*Nota.* En la presente tabla se exponen las variables que intervienen en la investigación como es el Modelación de Procesos Algebraicos, pensamiento variacional y el Uso de elementos interactivos, esta tabla se realiza mediante investigación y análisis de los autores. Elaboración propia.

### 3.4. Población y muestra

#### 3.4.1. Población

La población elegida para esta investigación fue la totalidad de estudiantes de la I.E Augusto E. Medina de Comfenalco, conformada por 1874 escolares, donde la sede de bachillerato se compone por 980 estudiantes, mientras que la primaria cuenta con una población estudiantil de 894 menores; en cuanto a los grados NOVENO, concentran gran cantidad de estudiantes, puesto que se ofertan cinco cursos 9° (1, 2, 3, 4 y 5), cada uno compuesto por 40, 42, 39, 41 y 40 estudiantes respectivamente. En tal sentido la población con a que se realizó esta investigación son los 202 menores de los cinco grupos de la Institución, puesto que es en esta etapa de su

formación en donde los estudiantes comienzan a hacer el cambio del pensamiento numérico al pensamiento variacional, situación en la que está concentrado el presente trabajo investigativo.

### **3.4.2. Muestra**

La muestra seleccionada son 40 estudiantes del grado 9-1 o experimental, en los cuales se aplicará la metodología de gamificación diseñada para esta investigación; se denomina así por ser el que se expondrá a las condiciones planteadas en esta investigación, para obtener unos resultados que se contrastarán con los obtenidos por el grupo de 42 estudiantes del grado 9-2 o control, quienes verán el mismo tema mediado por una enseñanza tradicional; ambos grupos pertenecientes a la I.E Augusto E. Medina de Comfenalco, son una muestra significativa, toda vez que equivale al 40.59% de la población descrita. La escogencia del grupo 901 como grupo experimental, obedeció al acceso privilegiado que se tiene como educador y director de grupo de uno de los docentes investigadores, más teniendo en cuenta que el tiempo destinado para el desarrollo de la presente investigación es considerablemente mayor, comparado con otro curso.

### **3.5. Procedimiento y técnicas de recopilación de información**

Teniendo claros los objetivos, se da paso a realizar un barrido teórico donde se vislumbra una serie de autores que han intervenido de forma didáctica con sus investigaciones, en este tema específico. Por lo tanto, han servido de base para definir los parámetros y procesos, teniendo claro que se persigue dar unos resultados tanto cualitativos como cuantitativos, lo que obliga a un diseño concurrente que demanda seguir unos parámetros.

En el desarrollo de este diseño se utiliza uno de tipo experimental, que incluye evaluaciones tipo test, de preguntas cerradas con única respuesta y desarrollo de ejercicios para medir la

capacidad de modelado. Además, se realizó una medición y contrastación de manera simultánea de tipo pre-prueba (pretest) y post-prueba (postest) intergrupala.

A partir de una evaluación de conocimientos específicos, sobre las funciones y la capacidad de desarrollar matematización de problemas o modelado, se realiza la pre-prueba a manera de medición inicial, seguidamente se diseña la estrategia que cuenta con tres actividades denominadas: Recordando, jugando y pensando variacionalmente, Pasando de las rectas a las curvas y Experiencias y juegos con las funciones, en el que se aplica una estrategia que tiene como núcleo central la gamificación y una vez aplicada la estrategia se realizara una prueba postest mediante el cual se mide el nivel de avance en cuanto al pensamiento variacional, en el modelado de ejercicios de la función cuadrática en la resolución de problemas y los niveles de motivación hacia el desarrollo del conocimiento con el uso de las plataformas escogidas, resaltando que para la presentación de los resultados se utiliza el método de triangulación, con el cual se busca confirmar, correlacionar o corroborar los resultados.

De esta manera a continuación se presenta el siguiente esquema que integran las fases y técnicas de la presenta investigación. Según Onwuegbuzie y Johnson (2008) como son, (ver Tabla 7):

**Tabla 7. Procedimiento y técnicas**

DISEÑO CONCURRENTES			Instrumentos de recolección de información:	
			Técnicas	Instrumentos
Fase 1:	Recolección de datos (Cuan/cual)	Muestra del grupo experimental grado 9-1 grupo control 9-2	Prets: • prueba de conocimientos – cuestionario individual al inicio de la investigación, atendiendo a la identificación de habilidades que desarrollan pensamiento variacional desde la modelación de función cuadrática.	Test de conocimientos o cuestionario a aplicada a los grados 9-1 y 9-2 preguntas de selección múltiple con única respuesta
Fase 2;	Análisis de datos (Cuan/cual)	Muestra seleccionada en la fase 1	Análisis se lleva a cabo por medio de las variables numéricas discretas que obtienes como resultados, para la organización de matriz de habilidades de modelación para el pensamiento variacional y así lograr categorizar las habilidades que desarrollan pensamiento variacional desde la modelación de función cuadrática y a su vez, diseñar una estrategia de gamificación.	Reporte de resultados con tablas, gráficas, análisis correlacional con el aplicativo estadístico SPSS y análisis narrativos
Fase 3:	Interpretación (Cuan/cual) Experiencias y resultados – inferencias – explicación		Pruebas de actividades  Finalmente, el post test que se aplicara al terminar la implementación de la estrategia con la prueba de conocimientos –cuestionario individual para realizar una comparación de resultados obtenidos en la fase 1.	Reporte de resultados con tablas, gráficas, análisis correlacional con el aplicativo estadístico SPSS y análisis narrativos

*Nota.* En la tabla se muestran las tres fases que intervienen en la investigación igualmente las técnicas e instrumentos. Elaboración propia.



## Capítulo IV.

### 4. Aplicación y Resultados metodológicos

En respuesta y dando coherencia con lo enunciado durante la fundamentación metodológica este proyecto se divide en tres fases que dan curso a presentar la recolección, análisis y la interpretación de los resultados de cada uno de los objetivos dando respuesta a la pregunta problema de la investigación.

#### 4.1. Identificación teórica de las habilidades del pensamiento variacional

Para la identificación de las habilidades que un estudiante debe manejar del pensamiento variacional se deben tener en cuenta una visión directa de los elementos disponibles y los resultados de observaciones planteadas en esta investigación; si bien estas habilidades del pensamiento variacional deben ser en vistas desde la modelación de la función cuadrática en los estudiantes de grado noveno, es necesario plantear desde las mismas bases curriculares por lo cual se parte de los DBA presentados por el MEN (2015), el marco legal, para el área de matemáticas y seleccionar los que para esta investigación dan mención con el tema de funciones cuadráticas, para lo cual se tiene en cuenta los siguientes puntos para reforzar su aprendizaje,

Ver tabla 8 : **Tabla 8.** *Indicador de mejoramiento y desempeño de la función cuadrática*

<i>Indicadores</i>	
1	Desarrollo de expresiones algebraicas utilizando las propiedades y relacionar dichas expresiones.
2	Manejo de los números reales para la solución de problemas.
3	Relación de volúmenes con capacidad, de acuerdo con la forma, aplicándola en situaciones cotidianas.
4	Uso de teoremas, propiedades y relaciones para proponer y justificar estrategias de medición y cálculo de longitudes.
5	Formulación de relaciones a partir de inferencias que incluyen criterios de semejanza, congruencia y teoremas básicos.
6	Análisis de relaciones geométricas para establecer trayectorias y desplazamientos.
7	Uso de lenguaje matemático para relacionar expresiones numéricas, algebraicas o gráficas tomando como base su interpretación.
8	Uso de lenguaje matemático para formular, proponer y resolver problemas numéricos, geométricos o métricos.

9	Consecución de respuestas a preguntas por intermedio de diseños estadísticos, indagando y por la comparando los datos y su forma de lograr resultados.
10	Comprensión de probables respuestas a partir de variaciones en de resultados de tipo experimental, utilizando técnicas de tabulación y argumentación de acuerdo con el contexto de la situación abordada. Encuentra la probabilidad de eventos aleatorios compuestos.

*Nota.* En la tabla se observa los indicadores de desempeño del pensamiento variacional, tema función cuadrática.

Tomados de DBA de matemáticas.

La finalidad de este documento es presentar una metodología que ayude a mejorar las habilidades del pensamiento variacional en estos estudiantes, por lo cual se hizo necesario realizar un análisis de los elementos aportados por un ente encargado de dar estos parámetros a nivel institucional como las pruebas realizadas por EDÚCATE PARA EL SABER, realizados para la institución como estrategia de fortalecimiento académico de competencias que evalúa el ICFES en pruebas externas.

Mediante este formato de tres Editores, que es diseñado, estructurado y adquirido por la institución para ser estudiado por los docentes, que con el propósito de avanzar en el proceso y formación de los jóvenes, presenta unas pruebas denominadas SAI - PUNTO – 1° a 9° (evaluaciones periódicas) que permitieron seleccionar de ella los puntos principales que sirven de base para realizar la prueba pre test utilizada en esta investigación buscando analizar los déficits que tenían los estudiantes en los temas a saber para el grado noveno permitiendo seleccionar las preguntas, además de permitir identificar las habilidades necesarias para desarrollar en los estudiantes (Educate para el Saber S.A. 2019) a partir de Cartillas sugeridas por la institución. Ver anexo E esquema que identifica los estándares MEN y habilidades DBA para fortalecer el pensamiento variacional en los estudiantes de grado 9°, que desemboca en el formato para realizar dicha prueba.

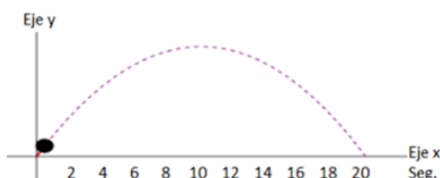
#### **4.2. Cuestionario pre test**

Fue diseñado a partir del formato de edúcate para el saber, el cual permite hacer un diagnóstico que permita medir el nivel que tienen los estudiantes sobre los temas que causaban mayores inconvenientes en su formación académica, por su poco entendimiento en el que se incluye el modelado de función cuadrática, este cuestionario de respuesta a seleccionar permite observar las dificultades en el aprendizaje de esto estudiantes del grado noveno , denominado grupo experimental y noveno 2 grupo control donde se resalta el tema de función cuadrática. Esta pre - prueba está compuesta de (5) preguntas de selección múltiple con única respuesta; igualmente se puede observar que cada respuesta, evaluada según su estructura y respuesta a partir de los DBA propuestos; de esta manera en pregunta 1 se evalúa según el concepto 1-2-8 (ver figura 8); La pregunta se valorará bajo los estándares de los DBA 2; la pregunta 3 de acuerdo con los DBA 2-7-8-9(ver figura 8); la pregunta 4 estándares 8-9; la pregunta 5 con el estándar 2-3. Ver anexo F preguntas y graficas de respuestas del cuestionario.

**Figura 8.** Preguntas 1 y 3, prueba pretest

1. Que valores deben tener los coeficientes de la ecuación en x, para considerarla una función cuadrática  $(a-1)x^2 + (b+3)x + c = 0$ 
  - a)  $a = 1$ ;  $b = 3$  y  $c = 0$
  - b)  $a = 1$ ;  $b$  y  $c$  cualquier real
  - c)  $a \neq 1$ ,  $b$  y  $c$  cualquier real
  - d)  $a \geq 1$ ,  $b \neq 3$  y  $c$  cualquier real

3. La trayectoria de un proyectil está dada por la ecuación  $f(x) = -5x^2 + 100x$ , donde x se mide en segundos (eje x, tiempo transcurrido mientras el proyectil está en el aire) y la altura  $f(x)$  se mide en metros (eje y), entonces ¿en cuál(es) de los siguientes valores de x estará el proyectil a 420 metros de altura sobre el nivel del suelo en 6 segundos?



Elaboración propia.

## GAMIFICACIÓN PARA EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO VARIACIONAL 60

Este proceso permitió establecer un barrido de las habilidades del pensamiento variacional en la que los estudiantes estaban presentando un índice bajo de comprensión impidiendo un acercamiento verdadero a la objetividad del pensamiento variacional desde los DBA 2,8 y 9 propuestos por el ministerio de educación nacional dentro de sus lineamientos curriculares tanto nacionales como institucionales. Para ello se construyó la siguiente matriz de habilidades puntuales a fortalecer dentro de la estrategia de gamificación, (ver Tabla 9).

**Tabla 9.** *Matriz de habilidades del pensamiento variacional*

Categoría	ITEM	Correspondencia	Descripción	Habilidad de Modelación
Modelación matemática	Procesos algebraicos y reconocimiento de símbolos matemáticos. <b>(Pregunta 2)</b>	Representación gráfica: tabulación, plano cartesiano, variables dependiente e independiente, par ordenado, operaciones básicas. Variables, exponentes, coeficientes.	Reconoce las formas de expresar y comunicar lo comprendido en la praxis cotidiana, por medio de un lenguaje técnico "lenguaje Matemático"	Identifica elementos del problema: cantidades y variables. Construye o reconoce representaciones del problema junto con sus elementos (pares ordenados - coordenadas, grafica, raíces o soluciones, intercepto).
	Relevancia de los conceptos matemáticos con la realidad. <b>(Pregunta 3)</b>	Parametrización de variables (independiente y dependiente). Generalización y resolución de problemas.	Relaciona en formatos especiales e interactúa de diversas maneras con los objetos situados en el espacio, desarrollando variadas representaciones dando resultados y explicaciones desde las matemáticas.	Resuelve planteamientos de problemas matemáticos.
Categoría	ITEM	Correspondencia	Descripción	Habilidad de Modelación
Pensamiento variacional	Procesos algorítmicos <b>(Pregunta 1)</b>	Ecuación de función cuadrática y formas de representación.	Relaciona símbolos alfanuméricos y algebraicos con objetos de la cotidianidad. Además, construye y ejecuta de forma segura y rápida procedimientos	Maneja un lenguaje algebraico en diferentes representaciones.
		Resolución de ecuaciones cuadráticas, factorización, fórmula cuadrática, gráfica (intercepto eje x).		Domina la generalización de variables, formulas.
		Gráfica la función cuadrática a partir de la ecuación y viceversa.		
		Condiciones y elementos de parametrización de la gráfica de la función cuadrática, coeficientes, signos y eje de simetría.		

		Correspondencia de valores y variables.	mecánicos o de rutina.	
	Modelar procesos y conceptos <b>(Pregunta 4)</b>	Variables, exponentes, coeficientes.	Hace acercamientos conceptuales que favorezcan la creación y manipulación de nuevas representaciones mentales.	Establece procesos y estructuras para un modelo matemático.
	Formular y resolver problemas <b>(Pregunta 5)</b>	Transferir el problema de la vida real a un problema matemático.	Construye y ejecuta planteamientos de situaciones problema que codifican habilidades de fortalecimiento de la competencia (pensamiento variacional).	Interpreta y analiza los datos obtenidos en la resolución de problemas para fortalecer habilidades de modelación matemática.

*Nota.* En la tabla se observa las habilidades del pensamiento variacional. Elaboración propia.

### 4.3. Caracterización de las habilidades del pensamiento variacional desde la modelación, prueba pre test.

Una vez aplicada la prueba pre-test como primera parte de la metodología, se analizaron los resultados obtenidos por los estudiantes que la efectuaron, obteniendo de ellos una visión general del grado de conocimiento de los Estándares Básicos de Competencia en Matemáticas para este grado (DBA 2,8 y 9); a partir de estos datos se elabora una matriz categorizada, que permite clasificar el grupo experimental de acuerdo a sus indicadores de evaluación, interpretándolos con la metodología propuesta de manera cuantitativa y cualitativa, siendo necesario el uso de las escalas que se relacionan en la Tabla 10 para la parte cuantitativa y la parte cualitativa se trabaja según una escala valorativa con referencia en la matriz de categorías denominada matriz de habilidades de pensamiento variacional.

**Tabla 10.** Escalas de valoración

<b>SUPERIOR</b>	4.7-5.0
<b>ALTO</b>	4.0-4.6

## GAMIFICACIÓN PARA EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO VARIACIONAL 62

<b>BÁSICO</b>	3.5-3.9
<b>BAJO</b>	1.0-3.4

*Nota.* Se presenta las escalas de valoración de desempeño. Tomado del I.E Auguste e Median de Comfenalco

Para el desarrollo de esta caracterización se hace necesario presentar: un análisis de respuestas del cuestionario y el comparativo de las mismas del grupo control y experimental y así lograr establecer si existe una similitud de deficiencia en las habilidades de modelación, para luego darle formalidad a la determinación de estrategias de gamificación.

**Tabla 11.** *Análisis grupo experimental – Control*

Enunciad o	Análisis	
	Experimental – 901	Control – 902
<b>1.</b>	Respecto a los coeficientes de la función cuadrática solo respondieron correctamente un 32.5%. Al reconocer los factores que intervienen en el proceso de aprendizaje del estudiante, con esta pregunta se planteó el dominio y generalización de variables de la fórmula de la función cuadrática.	Respecto a los coeficientes de la función cuadrática solo respondieron correctamente un 42.8%. Reconocer los factores que intervienen en el proceso de aprendizaje del estudiante, con esta pregunta se planteó el dominio y generalización de variables de la fórmula de la función cuadrática. Situación similar al otro grupo en estudio
<b>2</b>	Con respecto a la Graficación de elementos solamente el 45% respondieron correctamente, lo que indica poco manejo de raíces, intercepto y solución de la función cuadrática.	Con respecto a la Graficación de elementos solamente el 30.9% respondieron correctamente, lo que indica poco manejo de raíces, intercepto y solución de la función cuadrática. Situación idéntica al otro grupo en estudio
<b>3</b>	Respecto a la comprensión de un problema y solución confrontándolo con la realidad el 67.5% de los estudiantes hizo la relación de manera correcta, dando una respuesta acertada. En esta pregunta se realizaba un sondeo respecto al manejo de la parametrización de variables (independiente y dependiente), respecto al eje de simetría.	Al momento de abordar la comprensión de un problema y solución confrontándolo con la realidad el 38% de los estudiantes hizo la relación de manera correcta, dando una respuesta acertada respecto al manejo de la parametrización de variables (independiente y dependiente), respecto al eje de simetría
<b>4</b>	Al momento de relacionar una fórmula de una parábola con una gráfica solamente el 50% de los estudiantes lo relaciono de manera correcta lo que infiere una falencia con relación a la relación de la variable que se puede mejorar a partir de la modelación. En esta pregunta se realizaba un sondeo del conocimiento y manejo del concepto de función.	Al momento de relacionar una fórmula de una parábola con una gráfica lo que permite medir el manejo del concepto de función, solamente el 54.8% de los estudiantes lo relaciono de manera correcta lo que infiere una falencia con relación a la relación de la variable que se puede mejorar a partir de la modelación

5.	Con relación al análisis de una situación problema y su codificación solamente el 50% lo hicieron correctamente. Lo que indica que tienen dificultades al momento de transferir el problema de tipo cotidiano a un problema matemático.	Al momento de realizar un análisis de los datos de una situación problema y su codificación solamente el 52.3% lo hicieron correctamente. Lo que indica que tienen dificultades al momento de transferir el problema de la cotidianidad a un problema matemático.									
<b>Promedios</b>											
	Demuestra que en promedio solamente el 42.5% de los estudiantes entienden y manejan la función cuadrática. En el grupo experimental	En el grupo control demuestra un 38.1% de estos estudiantes dominan este tema de función cuadrática en este test previo									
<b>Comparativo</b>											
Si se realiza un análisis de las respuestas correctas en el grupo experimental y de control, se encuentra que ambos grupos presentan la misma problemática respecto a la función cuadrática y el pensamiento variacional; en este punto la modelación presenta una oportunidad de replantear los contenidos de cada unidad didáctica adaptándolos para ampliar o variar para tratar la diversidad de errores y dificultades que pueden presentar los alumnos (Abrate, Pochulu y Vargas, 2016); situación que ayudaría a mejorar el nivel de comprensión del pensamiento variacional	<p style="text-align: center;">Comparativo Porcentual</p> <table border="1" style="display: none;"> <caption>Data for Comparativo Porcentual</caption> <thead> <tr> <th>Categoría</th> <th>Grupo Experimental 901 (%)</th> <th>Grupo Control 902 (%)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Correcto</td> <td>50</td> <td>65</td> </tr> <tr> <td>Incorrecto</td> <td>50</td> <td>65</td> </tr> </tbody> </table>		Categoría	Grupo Experimental 901 (%)	Grupo Control 902 (%)	Correcto	50	65	Incorrecto	50	65
Categoría	Grupo Experimental 901 (%)	Grupo Control 902 (%)									
Correcto	50	65									
Incorrecto	50	65									

*Nota.* Se presentan los resultados del pre test de los grupos control y experimental. Elaborada propia.

#### 4.4. Análisis con SPSS para la caracterización de los alumnos según análisis de modelación de función cuadrática.

El siguiente paso de la investigación es el análisis de los datos obtenidos en la prueba pretest del grupo experimental a partir del aplicativo SPSS para lograr encontrar una correlación del comportamiento de las habilidades y así poder darle una significancia a la construcción de las estrategias OVA para el fortalecimiento del pensamiento variacional. En este primer momento (Pretest grupo experimental) se identifica que los 40 estudiantes entran en el objetivo de estudio sin descartar ninguno de ellos, de la misma manera se encuentran aproximadamente 100 iteraciones entre las habilidades, permitiendo establecer una cercanía entre las habilidades que puedan encontrarse con mayor o menor favorabilidad para la investigación, siendo así se identifica el análisis en las dos dimensiones que contribuyen aproximadamente el 79% del aporte de la varianza, siendo un porcentaje significativo, (ver Tabla 12).

**Tabla 12.** Resumen de datos ingresados a SPSS

Resumen de procesamiento de casos		Historial de iteraciones		
Casos activos válidos	40	Varianza contabilizada para		Pérdidas
Casos activos con valores perdidos	0	Número de iteración	Total	
Casos complementarios	0	100 <sup>a</sup>	9,457129	,000111
Total	40			
Casos utilizados en análisis	40			

a. El proceso de iteración se ha detenido porque se ha alcanzado el número máximo de iteraciones.

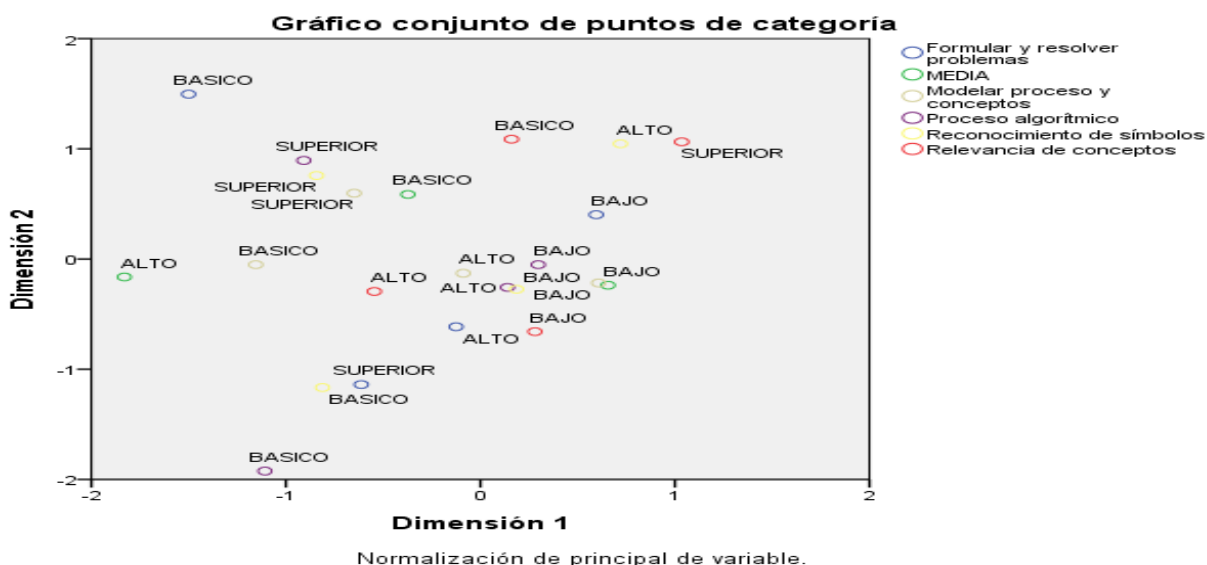
Dimensión	Alfa de Cronbach	Varianza contabilizada para		
		Total (autovalor)	Inercia	% de varianza
1	,939	10,018	,417	41,741
2	,926	8,896	,371	37,068
Total		18,914	,788	
Media	,933 <sup>a</sup>	9,457	,394	39,405

a. La media de alfa de Cronbach se basa en la media de autovalor.

Elaboracion propia software estadístico SPSS.

Ahora bien, se puede observar mediante la figura 9 que los desempeños bajos de las distintas habilidades están fuertemente correlacionados al igual que el desempeño Superior en las habilidades “Modelar proceso y conceptos” y “Reconocimientos de símbolos” que tienen una alta correlación, lo que indica que algunos estudiantes son fuertes en estas habilidades. Sin embargo, esta muestra diagnóstica es la esperada, ya que, mediante el proceso de Gamificación se espera que este grupo mejore las habilidades descritas en el estudio, donde muestren un nivel de bajo desempeño.

**Figura 9.** Gráfico conjunto de puntos de categoría





Elaboracion propia software estadístico SPSS.

La distribución de porcentajes de correlación frente a las habilidades del grupo experimental conformado por 40 estudiantes evaluadas en el pre-test indica que tienen las habilidades que le aportan de mayor a menor porcentaje en el proceso, son en manejo de conceptos de tipo logarítmico (10.01%), Reconocimiento de símbolos (4.09%), seguido de Modelar proceso y conceptos (3.27%) y Relevancia de conceptos (3.12%) entre las más significativas. En último lugar se encuentra Formular y resolver problemas y la Media que aportan el 3.5% aproximadamente, (ver Tabla 13), estas cifras establecen una oportunidad de mejorarla dentro de la aplicación de OVAs propuestas en la gamificación.

**Tabla 13.** Variables transformadas de correlaciones.

**Variables transformadas de correlaciones**

Dimensión: 1

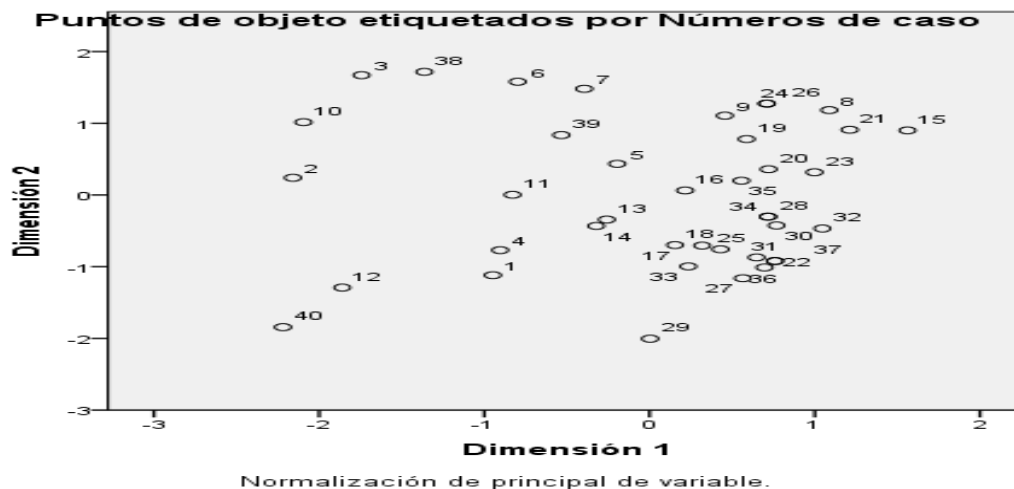
	Proceso algorítmico	Reconocimiento de símbolos	Modelar proceso y conceptos	Relevancia de conceptos	Formular y resolver problemas	MEDIA
Proceso algorítmico	1,000	,084	,165	,020	,282	,469
Reconocimiento de símbolos	,084	1,000	,247	,173	,289	,374
Modelar proceso y conceptos	,165	,247	1,000	,228	,246	,572
Relevancia de conceptos	,020	,173	,228	1,000	,249	,316
Formular y resolver problemas	,282	,289	,246	,249	1,000	,515
MEDIA	,469	,374	,572	,316	,515	1,000
Dimensión	1	2	3	4	5	6
Autovalor <sup>a</sup>	10,018	4,092	3,271	3,122	2,388	1,109

a. Los autovalores de la matriz de correlaciones se han ponderado con ponderaciones de variable.

Elaboracion propia software estadístico SPSS.

Analizando el comportamiento del grupo experimental en esta prueba, se puede concluir que son muy dispersos en cuanto a las habilidades evaluadas en este instrumento (pretest); es decir, que gran porcentaje de los estudiantes no logran desarrollar las habilidades que le permitan lograr un proceso dentro del pensamiento variacional (modelación), sin embargo, el 32% de ellos representado por 13 estudiantes forman un grupo muy representativo (ver Figura 10).

**Figura 10.** Puntos de objeto etiquetados por número de caso.

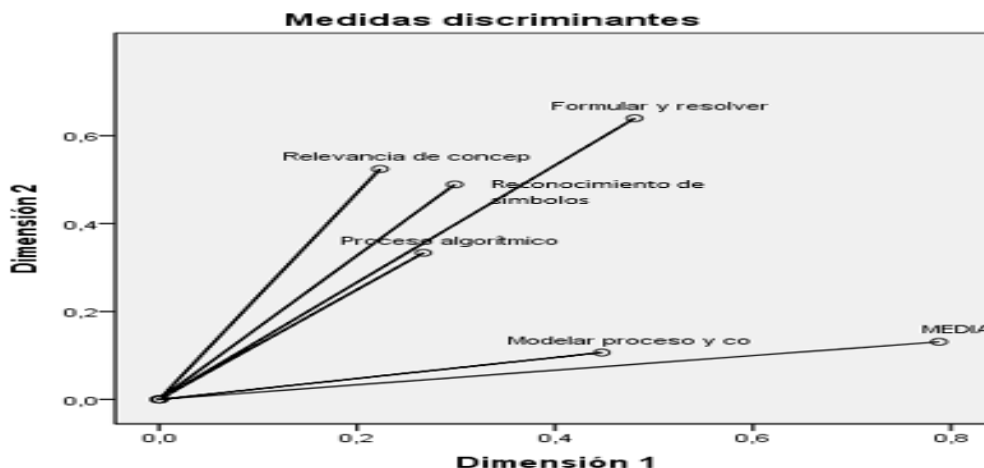


Elaboracion propia software estadistico SPSS.

Finalmente, se puede verificar en la Figura 11 que el análisis muestra como la habilidad de Proceso algorítmico está rodeada de las demás habilidades siendo esta la más fuerte en esta medición inicial, lo cual se pensaría tomar como eje principal para construir actividades que puedan potencializarse y así mejorar procesos de las habilidades de modelación que presentan con bajo desempeño, como: formular y resolver problemas, relevancia de conceptos, reconocimiento de símbolos y modelar proceso y conceptos que son aquellas que presentan mayor dispersión en el análisis de datos.

Siendo este proceso una cadena de secuencias, se plantea desde el manejo inicial distintos aspectos que permiten el mejoramiento paulatino del proceso a partir de los temas ya manejados, planteandose el mejoramiento a partir de los que se demostro un mejor desempeño.

**Figura 11.** Medida discriminantes de las habilidades de modelación.



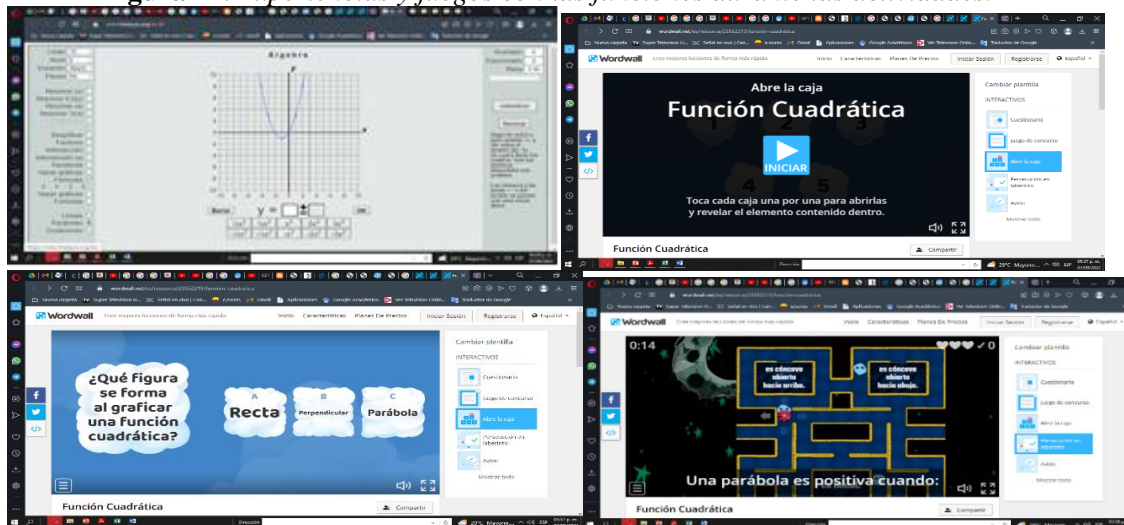
Elaboración propia software estadístico SPSS.

#### 4.5. Estrategia de gamificación a partir de la modelación

Con los datos obtenidos de manera inicial se propone como punto de partida la gamificación como estrategia, utilizando la modelación de los ejercicios propuestos, como parte del proceso para el mejoramiento, el cual consta de tres actividades a realizarse una semanalmente.

Esta estrategia centra su eje principal en la gamificación que mediante el uso de los recursos tecnológicos puestos a disposición del pedagogo a través de plataformas digitales, sirve de herramienta para el diseño y aplicación de esta estrategia, que parte de hacer un refuerzo en los temas necesarios para una mejor comprensión de las funciones cuadráticas en los estudiantes del grado noveno (9-1), en el afianzamiento de conocimientos matemáticos que intervienen en el tránsito que tiene el pensamiento numérico al variacional (Ver Figura 13), con el ánimo de generar un aprendizaje significativo en estos estudiantes de la institución Augusto E. Medina de Comfenalco Tolima.; una vez evaluados mediante un diagnóstico pre-test, se pudo identificar los conocimientos previos que tienen sobre las funciones y su capacidad de aplicar soluciones matemáticas en problemas de la vida cotidiana.

**Figura 12.** Experiencias y juegos con las funciones durante las actividades.



*Nota.* Se presentan los pantallazos de los diferentes aplicativos que los estudiantes del grado 901 experimentaran en las actividades de gamificación. Elaboracion propia.

En este sentido con el objetivo de fortalecer las habilidades del pensamiento variacional, con el modelado de la función cuadrática a través de una estrategia de gamificación en el grupo experimental. En este proceso se espera aumentar la motivación durante las clases, generando trabajo en equipo, competitividad, agilidad computacional, contextualización de los aprendizajes, desarrollo de la creatividad y un número de ventajas considerables frente al modelo tradicional que se viene empleando.

Se distribuyó así:

**Actividad 1.** Recordando, jugando y pensando variacionalmente.

**Actividad 2.** Pasando de las rectas a las curvas.

**Actividad 3.** Experiencias y juegos con las funciones, (ver anexo G) .

Por otro lado, a continuación, en la Tabla 14, se puede observar el análisis de las actividades que fueron diseñadas y aplicadas a los estudiantes 901.

**Tabla 14.** *Análisis de actividades.*

<b>Análisis</b>	
Actividad 1	<p>Teniendo en cuenta que los estudiantes del grado 901 se les aplicó la estrategia didáctica se obtuvo a nivel de conceptos, procedimientos y actitudes.</p> <p>Conceptual: los estudiantes recordaron y reconocieron los diferentes conceptos a saber: álgebra - ecuación – función - variación – modelación, al igual como: Reconocer expresiones algebraicas, las partes de la ecuación, que es una función y las diferencias entre función y ecuación.</p> <p>Procedimental: resolvieron actividades propuestas con un nivel básico, pero con atención en cada proceso a través de la gamificación a través del OVA (hot potatoes) que mediante el juego y despejar las variables en forma didáctica sencilla y entendible.</p> <p>Actitudinal: estuvieron atentos y en con compromiso trabajaron en equipo, además de demostrar habilidades computacionales, demostraron preocupación y destreza para realizar los ejercicios de modelado lo cual les ayudó a trabajar de manera colaborativa.</p>
Actividad 2	<p>Conceptual: una vez realizado el refuerzo de recordación de los temas iniciales se logró un mejor entendimiento y claridad en los temas, permitiendo iniciar los nuevos como: Distinguir la diferencia entre la función lineal o de primer grado, entender los conceptos de La función cuadrática o de segundo grado y el concepto de la parábola. La mayoría logra entender la diferencia entre función cuadrática lineal y de segundo grado, presentándose el fenómeno que algunos se apropiaron de los conceptos de manera muy básica y avanzan en los temas lentamente mientras que otros entendieron fácilmente la diferencia.</p> <p>Procedimental: una vez el grupo resuelve los ejercicios propuestos, se demuestra un mejoramiento, ya que la mayoría lograron un nivel alto, mientras los que tuvieron nivel básico se le reforzó los temas con nuevos ejercicios que hicieron entre grupos</p> <p>Actitudinal: se observa un alto nivel de compromiso de los estudiantes, resaltándose el trabajo en grupo mejorando resultados de manera autónoma; en conjunto hubo un cambio de actitud respecto a los temas propuestos, una vez entendieron mejor los conceptos.</p>

*Nota.* en la tabla se observa el análisis de las actividades diseñadas y aplicadas al grupo experimental presentadas por habilidades del pensamiento variacional. Elaboración propia.

#### **4.6. Prueba pos-test.**

Esta última prueba se realiza una vez cada grupo hayan estudiado y reconocido los temas propuestos con anterioridad y que sirven para el desarrollo de esta temática en los estudiantes del grupo experimental; a este grupo se les aplicaron ejercicios con el tema propuesto con el fin de mejorar su manejo de las funciones cuadráticas con una estrategia de gamificación. Al grupo 902 (grupo control) estudiaron el mismo tema, pero con la enseñanza tradicional.; una vez los dos grupos tuvieron conocimiento del tema se realiza una prueba con fin de conocer el manejo del tema planteado en esta investigación, pasando a los dos grupos en la aplicación de una prueba pos-test la cual tiene la misma característica del pre test, ya que la finalidad es darle correspondencia a las preguntas desde los DBA del grado 9° por lo tanto, se

estructuraron con el fin de verificar si hubo mejora en las habilidades de modelación propias del pensamiento variacional en estos estudiantes.

Dentro de la construcción del Pos test se hizo necesario adaptar preguntas que integraban el análisis de las habilidades más importantes de la modelación matemática tomando como concepto a la función cuadrática, como se puede evidenciar en la Tabla 15, la cual se tomó como referencia el DBA 8 y 9, en donde la habilidad de modelación se centra en analizar e interpretar los datos obtenidos en la resolución de problemas, realizando representaciones mentales como un modelo matemático. Por tanto, se logrará identificar si los datos obtenidos permiten identificar si los alumnos construyen y ejecutan planteamiento de situaciones problema que codifican habilidades de fortalecimiento de las competencias del pensamiento variacional., (Ver anexo H) batería de preguntas Pos test.

**Tabla 15.** Modelo de formato de pos-test ejercicios 5 variacional.

5. en un cuestionario, los empleados se ganan un número de bonos de regalo según el número de ventas cada mes: Uno de los empleados realizó la siguiente tabla basado en el número de bonos que se ganaron algunos empleados del primer mes:

Unidades vendidas	Número de bonos
1	2
2	6
3	11
4	17

la expresión matemática que modela el número de bonos obtenidos respecto a las unidades vendidas:

- A.  $f(x) = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$
- B.  $x^3 + 1$
- C.  $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x + \frac{1}{2}$
- D.  $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + \frac{5}{2}x - 1$

Elaboración Propia.

A continuación se presentan los resultados Pos test, grupo experimental y Control en la Tabla 16, lo cual permite observar el progreso en el manejo de esta temática.

**Tabla 16.** Resultados pos test del grupo .

Resumen de procesamiento de casos		Historial de iteraciones			
Casos activos válidos	40	Número de iteración	Varianza contabilizada para		Pérdidas
Casos activos con valores perdidos	0		Total	Aumentar	
Casos complementarios	0	26 <sup>a</sup>	8,566513	,000009	14,433487
Total	40	a. El proceso de iteración se ha detenido porque se ha alcanzado el valor de prueba de convergencia.			
Casos utilizados en análisis	40				

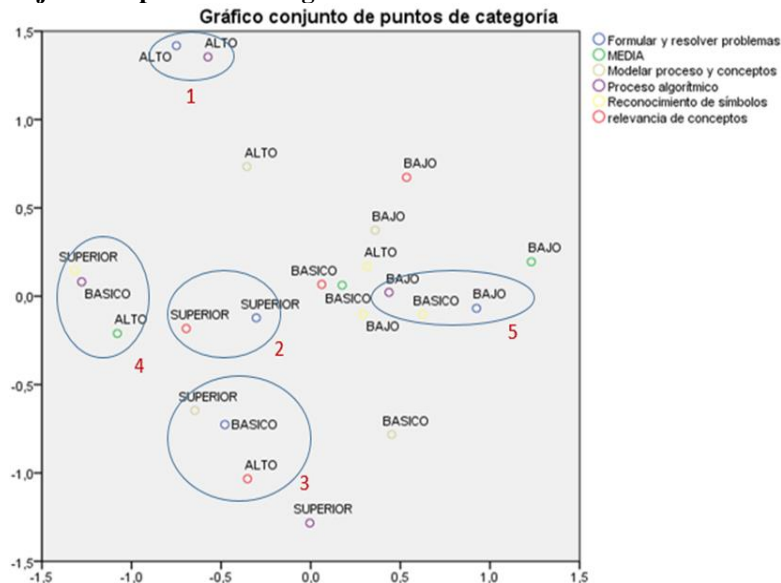
Resumen del modelo				
Dimensión	Alfa de Cronbach	Varianza contabilizada para		
		Total (autovalor)	Inercia	% de varianza
1	,933	9,300	,404	40,436
2	,912	7,833	,341	34,056
Total		17,133	,745	
Media	,923 <sup>a</sup>	8,567	,372	37,246

a. La media de alfa de Cronbach se basa en la media de autovalor.

Elaboracion propia software estadístico SPSS.

Durante este diagnóstico se puede resumir que la sistematización analógica se observa con la participación de 40 estudiantes en donde se alcanzan a realizar 26 iteraciones. Igualmente se ve que el porcentaje analizado de la varianza en las dos dimensiones es de 74% por lo que se determina un porcentaje bueno al medir la correlación entre las variables de estudio.

Figura 13. Conjunto de puntos de categoría en el Pos test.



Elaboracion propia software estadístico SPSS.

Se observan varias agrupaciones entre las habilidades de las cuales se destacan 5 grupos:

- Grupo 1: Los estudiantes después de aplicarle la Gamificación, el desempeño ALTO en las Habilidades de “Proceso algorítmico” y “Formular y resolver problemas tienen una fuerte correlación”.
- Grupo 2: Este grupo obtiene un desempeño SUPERIOR en las Habilidades “Formular y resolver problemas” y “Relevancia de conceptos”.
- Grupo 3: Aunque los estudiantes presentan desempeño BÁSICO en la Habilidad de “Formular y resolver problemas”, tienen fortalezas en las Habilidades de “Modelar proceso y conceptos” y “Relevancia de conceptos” obteniendo desempeños SUPERIOR y ALTO respectivamente.
- Grupo 4. El desempeño BÁSICO de la habilidad del “Proceso algorítmico” está muy correlacionada con el desempeño SUPERIOR de la habilidad “Reconocimiento de símbolos”, tiene una incidencia en el desempeño de las habilidades Medias de los estudiantes que no permite obtener un desempeño SUPERIOR de esta última.
- Grupo 5: se identifica que teniendo en cuenta el análisis estadístico del progreso de las habilidades del Pretest al Postest en el grupo experimental después de aplicarse la Gamificación, se debe aplicar fortalecer.

**Tabla 17.** Resultados Variables transformadas de correlaciones Pos test

**Variables transformadas de correlaciones**

Dimensión: 1

	Proceso algorítmico	relevancia de conceptos	Modelar proceso y conceptos	Formular y resolver problemas	MEDIA	Reconocimiento de símbolos
Proceso algorítmico	1,000	-,045	,265	,349	,465	,137
relevancia de conceptos	-,045	1,000	,025	,110	,459	,316
Modelar proceso y conceptos	,265	,025	1,000	,064	,408	,165
Formular y resolver problemas	,349	,110	,064	1,000	,510	,415
MEDIA	,465	,459	,408	,510	1,000	,555
Reconocimiento de símbolos	,137	,316	,165	,415	,555	1,000
Dimensión	1	2	3	4	5	6
Autovalor <sup>a</sup>	9,300	4,725	3,737	2,657	1,858	,723

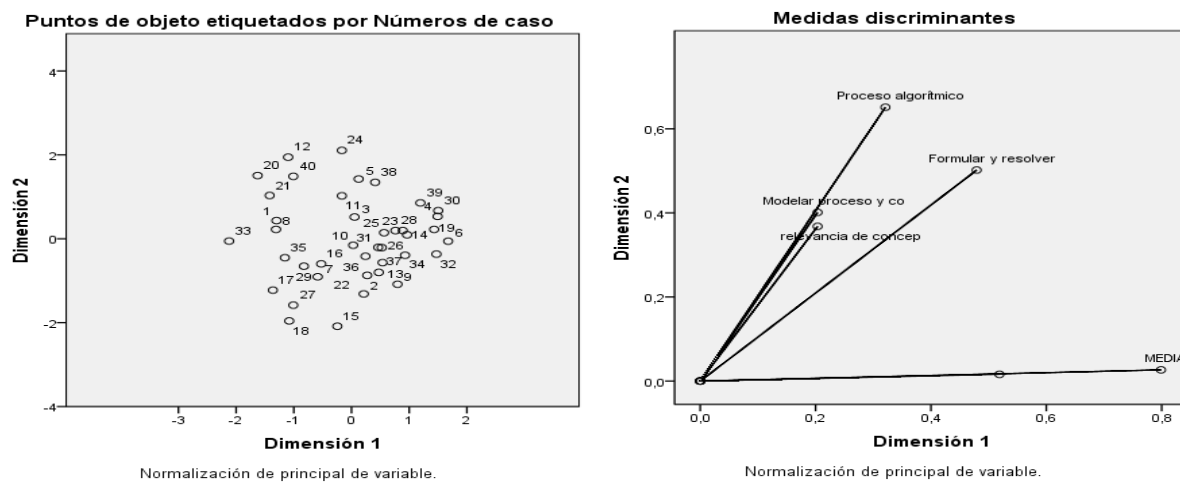
a. Los autovalores de la matriz de correlaciones se han ponderado con ponderaciones de variable.

Elaboracion propia software estadístico SPSS.



Finalmente, se puede verificar en la Figura 17 que el resultado resalta como la habilidad a presentado un grado de superacion en el Proceso algorítmico al igual se observa el progreso psitivo durante el desarrollo de las habilidades siendo este la clave fuerte desde el punto principal que van focalizadas en potencializar y así mejorar procesos de las habilidades de modelación a traves de la gamificacion en temas tan importantes que sirven de base para la continuidada algorimica y matematica mediante un pensamiento variacional desarrollando procesos de: formulacion y resolución problemas, dando reflexividad en los conceptos, mediante el apropiamiento de símbolos y el modelado y procesos de ejercicios y casos vistos desde la vida coditiana.

**Figura 14.** Medidas discriminantes de las habilidades de modelación



Elaboracion propia software estadístico SPSS.

Es importante presenta Análogamente el estudio que se realizó con el grupo Control (42 estudiantes), en donde se le aplican las mismas dos pruebas PRETEST y POSTEST, pero sin proceso de implementación de Gamificación, los resultados son los siguientes:

**Tabla 18.** Resultados Pre test – pos test grupo control.

**Variables transformadas de correlaciones**

Dimensión: 1

	Proceso algorítmico	Reconocimiento de símbolos	Relevancia de conceptos	Modelar proceso y conceptos	Formular y resolver problemas	MEDIA
Proceso algorítmico	1,000	,148	,224	,074	,210	,278
Reconocimiento de símbolos	,148	1,000	,203	,062	,262	,281
Relevancia de conceptos	,224	,203	1,000	,295	,112	,589
Modelar proceso y conceptos	,074	,062	,295	1,000	,235	,472
Formular y resolver problemas	,210	,262	,112	,235	1,000	,490
MEDIA	,278	,281	,589	,472	,490	1,000
Dimensión	1	2	3	4	5	6
Autovalor <sup>a</sup>	8,397	3,954	3,395	2,468	,930	,855

a. Los autovalores de la matriz de correlaciones se han ponderado con ponderaciones de variable.

**Variables transformadas de correlaciones**

Dimensión: 1

	Proceso algorítmico	Reconocimiento de símbolos	Relevancia de conceptos	Modelar proceso y conceptos	Formular y resolver problemas	MEDIA
Proceso algorítmico	1,000	,504	,243	,200	,275	,588
Reconocimiento de símbolos	,504	1,000	,318	,285	,165	,453
Relevancia de conceptos	,243	,318	1,000	,152	,247	,518
Modelar proceso y conceptos	,200	,285	,152	1,000	,091	,344
Formular y resolver problemas	,275	,165	,247	,091	1,000	,492
MEDIA	,588	,453	,518	,344	,492	1,000
Dimensión	1	2	3	4	5	6
Autovalor <sup>a</sup>	10,090	3,863	3,193	3,048	1,914	,892

a. Los autovalores de la matriz de correlaciones se han ponderado con ponderaciones de variable.

Elaboracion propia software estadístico SPSS.

En la anterior Tabla 18, se permite observar que los temas no presentaron mayor progreso por lo tanto el avance variacional del grupo de Control en el Pretest y Postest permanecen estáticas, teniendo en cuenta el aporte que les brinda al modelo de estudio jerárquicamente. De la siguiente manera: 1. Proceso algorítmico, 2. Reconocimiento de símbolos, 3.Relevancia de conceptos, 4. Modelar procesos y conceptos, 5.Formular y resolver problemas y 6.MEDIA.

## 5. Análisis y Discusión de Resultados

Es indiscutible que el trabajo de modelado con las funciones cuadráticas reforzado con la gamificación ayuda a desarrollar en el estudiante el pensamiento variacional, dado que a partir de este desarrollo se potencializan habilidades; por lo tanto, al ser estos los conceptos básicos que debe manejar el estudiantes de noveno grado según los DBA y los lineamientos curriculares.

Atendiendo al primer objetivo de la investigación se logró encontrar que los alumnos en su trayectoria escolar han adquirido muchas habilidades dentro de los procesos matemáticos. Sin embargo, atendiendo al pensamiento variacional desde la modelación de la función cuadrática se logró encontrar los siguientes: desarrollo de expresiones algebraicas utilizando las propiedades y relacionar dichas expresiones, manejo de los números reales para la solución de problemas, uso de lenguaje matemático para relacionar expresiones numéricas, algebraicas o gráficas tomando como base su interpretación, uso de lenguaje matemático para formular, proponer y resolver problemas numéricos, geométricos o métricos y todos estos según Posada (2006), “ofrecen herramientas para modelar matemáticamente situaciones a través de las funciones como resultado de la cuantificación de la variación” (p.17).

Dichas habilidades mencionadas anteriormente, tuvieron una construcción teórica sustentada en las competencias e indicadores desempeño de las pruebas internas Edúcate para el saber y los Derechos Básicos de Aprendizaje de matemáticas para grado 9°. Como se esperaba atender las habilidades en los alumnos la aplicación del pretest sintetizó con mayor puntualidad las habilidades que permitían fortalecer el pensamiento variacional, describiendo dos categorías y cinco subcategorías, que correlacionan entre las mismas los procesos de formación y matematización que realizan los alumnos para resolver situaciones problemas (modelación matemática y pensamiento variacional).

Ahora bien, considerando los lineamientos curriculares respecto a la vinculación de lo mencionado anteriormente establece que:

(...) Un primer acercamiento en la búsqueda de las interrelaciones permite identificar algunos de los núcleos conceptuales matemáticos en los que está involucrada la variación (...).

(...) En los contextos de la vida práctica y en los científicos, la variación se encuentra en contextos de dependencia entre variables o en contextos donde una misma cantidad varía (conocida como medición de la variación absoluta o relativa). Estos conceptos promueven en el estudiante actitudes de observación, registro y utilización del lenguaje matemático (MEN, 1998, p.72).

En la modelación matemática se logró establecer: procesos algebraicos y reconocimiento de símbolos matemáticos, relevancia de los conceptos matemáticos con la realidad, Formular y resolver problemas, y dentro del pensamiento variacional: Procesos algorítmicos, Modelar procesos y conceptos. Esta categorización establece la relación teórica de importancia de Vergel (2015) en centrarse en la adaptación de la matemática y el pensamiento variacional en la modelación de la fase factual como lo es el reconocimiento de comprender la estructura simbólica matemática, fase contextual de la comprensión y relación de la significancia del símbolo para el planteamiento de la situación problema y finalmente, la simbólica como aquella que construye la acción de procesos de análisis, comparación e interpretación hacia el pensamiento variacional.

Considerando la categorización de las habilidades del pensamiento variacional en los estudiantes se logró establecer que frente a los resultados de los promedios de nivel de desempeño del análisis estadístico descriptivo presentan homogeneidad de los procesos matemáticos que apropian modelación de la función cuadrática y, por ende, pensamiento variacional. lo cual indica la existencia de las iteraciones entre las mismas y por ende una correlación de datos.

Pensar en transformar la educación matemática refiere que la estructuración de habilidades debe reforzar la construcción de aprendizajes como parte del proceso formativo, es por lo que, se debe definir la trazabilidad del pensamiento numérico al variacional por lo que, para la investigación se encontró como parte de los resultados, lo cual, se puede apreciar en la que en la Tabla 19.

**Tabla 19. Contrastación de resultado del grupo experimental**

**Variables transformadas de correlaciones**

Dimensión: 1

	Proceso algorítmico	Reconocimiento de símbolos	Modelar proceso y conceptos	Relevancia de conceptos	Formular y resolver problemas	MEDIA
Proceso algorítmico	1,000	,084	,165	,020	,282	,469
Reconocimiento de símbolos	,084	1,000	,247	,173	,289	,374
Modelar proceso y conceptos	,165	,247	1,000	,228	,246	,572
Relevancia de conceptos	,020	,173	,228	1,000	,249	,316
Formular y resolver problemas	,282	,289	,246	,249	1,000	,515
MEDIA	,469	,374	,572	,316	,515	1,000
Dimensión	1	2	3	4	5	6
Autovalor <sup>a</sup>	10,018	4,092	3,271	3,122	2,388	1,109

a. Los autovalores de la matriz de correlaciones se han ponderado con ponderaciones de variable.

**Variables transformadas de correlaciones**

Dimensión: 1

	Proceso algorítmico	relevancia de conceptos	Modelar proceso y conceptos	Formular y resolver problemas	MEDIA	Reconocimiento de símbolos
Proceso algorítmico	1,000	-,045	,265	,349	,465	,137
relevancia de conceptos	-,045	1,000	,025	,110	,459	,316
Modelar proceso y conceptos	,265	,025	1,000	,064	,408	,165
Formular y resolver problemas	,349	,110	,064	1,000	,510	,415
MEDIA	,465	,459	,408	,510	1,000	,555
Reconocimiento de símbolos	,137	,316	,165	,415	,555	1,000
Dimensión	1	2	3	4	5	6
Autovalor <sup>a</sup>	9,300	4,725	3,737	2,657	1,858	,723

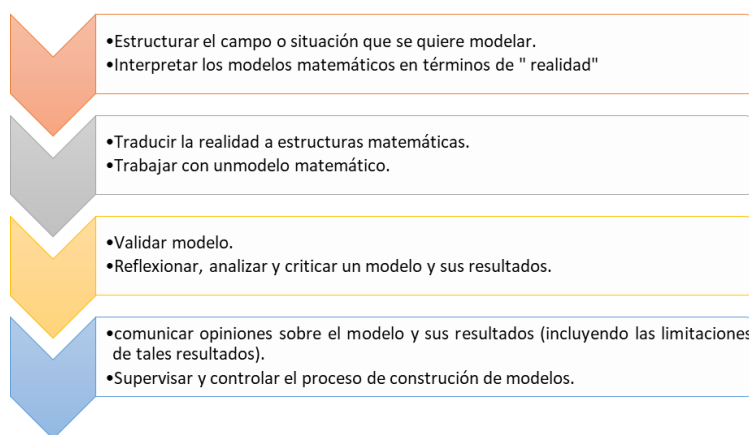
a. Los autovalores de la matriz de correlaciones se han ponderado con ponderaciones de variable.

Elaboración propia software estadístico SPSS.

Atendiendo a las habilidades de modelación del pensamiento variacional la correlación entre las subcategorías muestran que no es posible separar los procesos matemáticos y desligarlos de las estructuras que construyen los mismos, pues, se debe optimizar el uso de las habilidades que los alumnos han adquirido del pensamiento numérico y hacer trazabilidad hacia el pensamiento variacional.

Por tanto, es un reto asumir la importancia de los aprendizajes ya construidos para orientarlos en el fortalecimiento con los otros, no obstante, para el caso de la investigación se considera de importancia que al tener un buen manejo de los conceptos del pensamiento variacional y la correlación entre los procesos se pueden plantear modelos matemáticos, lo cual considera que “construir un modelo matemático de cierta situación, se entenderá, como un proceso que parte de un fenómeno expresado en lenguaje natural para llegar a la construcción de sofisticados sistemas simbólicos matemáticos” (Posada et al, 2006, p.130), y con ello se debe considerar los conceptos del pensamiento variacional que se presenta la Figura 15.

**Figura 15.** *Conceptos del pensamiento variacional.*



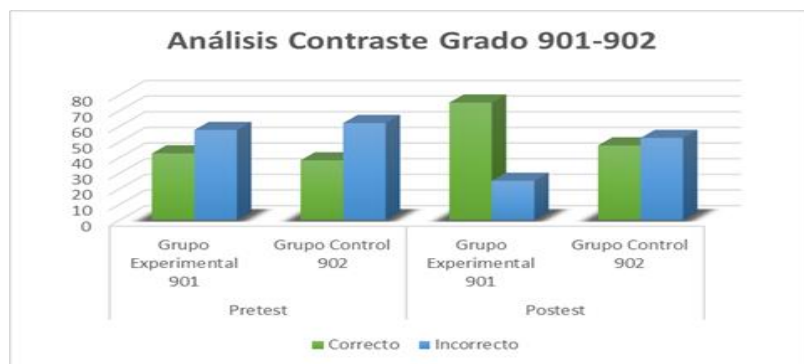
Elaboración propia.

En consecuencia, no se puede hacer educación matemática si no se piensa en la manera de cómo hacerlo; es decir, construir una conceptualización de la matemática desde la educación debe disponer de toda la acción metodológica que le pueda otorgar el ejercicio formativo que el docente le confiere en el aspecto curricular de los procesos y subproceso de la enseñanza – aprendizaje. Si se tiene en cuenta que el currículo para el área de matemáticas direcciona sus procesos en desarrollar los parámetros de pensamiento matemático que inician por el más básico y confluyen a partir del numérico, terminando en el variacional, este proceso permite conocer los conceptos básicos que

disponen hacer la matematización apropiada para saber aspectos conceptuales. Sin olvidar, que también, recae en la manera como lo hace, un claro ejemplo utilizar la estrategia de gamificación, considerando como un estrategia que permite promover un grado de competencia, interactividad y participación dentro del salón de clases , para luego construir aprendizajes y por tanto una mejora en su rendimiento académico (Gavilanes y Coello, 2019).

Teniendo claro lo anterior, al realizar un contraste entre los diagnósticos de los grupos que representaron la muestra se logró establecer una vez se ejecutó la secuencia didáctica mediada por la estrategia de gamificación los siguientes resultados, Ver en la Tabla 20.

**Tabla 20.** *Análisis de contraste entre el pre y post de los grupos experimental y control.*



Elaboracion propia.

Si se observa en la gráfica comparativa, los diagnósticos, el número de respuestas correctas del grupo experimental fue mayor que el del grupo de control, siendo 42.5% y 38.1 % respectivamente, diferencia significativa de 4.4 puntos porcentuales. Al aplicarse al grupo experimental (901) la estrategia metodológica basada en la gamificación se observó que la diferencia con el grupo control se amplió, respondiendo el post-test de manera correcta en un 75% en promedio ante un 47.6% del grupo de control.

Estos resultados demuestran que a pesar de tener un buen nivel en general respecto al área de matemáticas, al pasar del pensamiento numérico al variacional es necesario reforzar la metodología de enseñanza y de esta manera lograr una mejora significativa del nivel de esta área.



## CAPITULO V

### 6. Conclusiones y Recomendaciones

#### 6.1. Conclusiones

Una vez realizada la investigación con los estudiantes de grado noveno de la I.E Augusto E. Medina de Comfenalco y dando respuesta al primer objetivo el cual, enuncia la identificación de las habilidades en el pensamiento variacional y verificando su existencia desde los DBA, se procede a analizar los resultados arrojados por el operador interno Edúcate para el saber en donde, se logra reconocer:

- La importancia de la modelación de la función cuadrática como conocimiento matemático que soporta la complejidad del pensamiento numérico al variacional y la trazabilidad de saberes de básica secundaria y media.
- La tendencia a la decadencia en los resultados que estructuran los conocimientos propios del pensamiento variacional tanto en las pruebas internos como externas.
- La correlación entre las habilidades de modelación que presentaron mayor dificultad o que, por el contrario, estaban mejor fortalecidas.

Así mismo, viéndose identificadas hubo la necesidad de verificar el acercamiento entre habilidades para entender la homogeneidad entre los grupos control y experimental, para pasar así a darle rigurosidad al segundo objetivo de caracterizar las habilidades que fortalecen el pensamiento variacional desde la modelación de función cuadrática en donde, se logró evidenciar:

- La jerarquía en el desarrollo de habilidades de modelación de la función cuadrática para direccionar al fortalecimiento del pensamiento variacional.
- La dificultad existente en los estudiantes de grado noveno para modelar funciones cuadráticas.

De esta manera, se reconoce que el diseño de la estrategia de gamificación a partir de la modelación permitió el fortalecimiento del pensamiento variacional en los estudiantes de grado noveno de la Institución Augusto e. Medina de Comfenalco Tolima, en donde, una vez realizado el pretest y categorizadas las habilidades se procedería a adecuar la implementación de la estrategia con el grupo experimental, logrando concluir que:

- La secuencia didáctica le concedió un sentido riguroso al objeto de estudio al presentarlo desde sus distintas formas de representación, facilitando el progreso en las habilidades de modelación.
- La efectividad en la transición del pensamiento numérico al variacional requiere del desligue de la enseñanza tradicional, en el que la construcción de saberes se contextualice a partir de las mediaciones tecnológicas y los juegos para que el estudiante sea capaz de presentar soluciones a la reflexión constructiva sobre la realidad vivida.
- La inclusión de juegos y ejercicios interactivos prácticos propios de la gamificación lograron fortalecer la comunicación, el razonamiento, la mejor forma de formular, comparar, ejercitar procedimientos y plantear algoritmos o secuencias en las matemáticas al tiempo que ellos encontraban la relación de las matemáticas y la vida cotidiana.

Finalmente, obtenidos los resultados del contraste y realizadas las actividades al grupo experimental con lo cual, se buscaba fortalecer las habilidades del pensamiento variacional con la práctica de modelación de la función cuadrática y buscando la comprensión de esta temática, por medio de una estrategia de gamificación en estos estudiantes, se observó que:

- La estrategia demostró tener efectividad dado que, los resultados fueron los esperados en el grupo experimental donde fue aplicado mientras que, en el grupo control su comportamiento fue constante entre el pretest y postest.
- En el pretest se evidenció que los dos grupos eran homogéneos en donde, los temas no presentaron mayor progreso, por lo que, teniendo en cuenta el avance variacional que brinda al modelo de estudio jerárquico en el grupo de Control tanto el Pretest como Postest permaneció estático lo cual, refleja la dificultad asociada en la solución o identificación de las problemáticas en las matemáticas aplicadas en el contexto.
- Los resultados evidenciados en la base de medición en la prueba final o post-test, se encontró que grado 901 o grupo experimental paso de un 58% de respuestas correctas en promedio a un 85%, mientras que, en la misma prueba realizada a estudiantes que continuaron con el sistema tradicional de enseñanza se pasó de un 62 % a un 52% esta disminución a pesar de no ser significativa dado el aumento de dificultad en la temática, demostró que el manejo del tema propuesto en la metodología en el grupo experimental fue mejor.
- Respecto a la hipótesis planteada, se confirmó que mediante la aplicación de un OVA desde la gamificación se logra el fortalecimiento del pensamiento

variacional, planteando ejercicios a partir de la gamificación teniendo como base la modelación de la función cuadrática.

Los anteriores puntos muestran la importancia de seleccionar y estructurar el concepto de modelación de la función cuadrática como estrategia. Entendiendo que este va más allá de la explicación de un tema, debe concentrarse en la adecuación e implementación de estrategias que resulten más efectivas para fortalecer las habilidades del pensamiento variacional. Donde, se logre reconocer que la de procesos matemáticos como la modelación le permitirá al educador construir acciones para que los estudiantes utilicen el conocimiento contextualizado como punto de partida para abordar problemas matemáticos complejos propuestos en la educación matemática.

### **6.2.Recomendaciones**

- Es importante que de manera transversal se lleve a cabo la enseñanza mediante la gamificación para temas base en las diferentes áreas del currículo.
- Es necesario que los docentes en ejercicio en su labor pedagógica se apropien de los nuevos recursos didácticos como de las tecnologías y establezcan maneras de prepararse para un mejor despliegue de sus saberes.
- Las instituciones deben provisionarse de plataformas y equipos modernos para que los docentes puedan hacer uso de las mediaciones tecnológicas en pro del mejoramiento de la educación para así, facilitar la transferencia de conocimientos mediante el análisis de contexto y aprovechar las potencialidades de los estudiantes.
- Se recomienda que la adopción de estrategias de enseñanza se enfoque en temas de interés de los estudiantes, estableciendo las bases desde la modelación de representaciones con

contenido práctico para luego, usar la teoría de forma no cuadriculada y así, dotar de sentido al análisis de los fenómenos de la realidad, es decir, revertir el proceso desvinculándolo de la enseñanza tradicional.

- Se requiere que los docentes de matemáticas den coherencia a la trazabilidad de los presaberes que consolidan las estructuras del pensamiento numérico, para lograr trascender hacia procesos abstractos de reflexión de la vida cotidiana y que le transfieran un sentido a la modelación de la función cuadrática.

### Bibliografía

- Acosta Morales, J., & Pineda González, A. Fortalecimiento del pensamiento variacional mediante la gamificación como estrategia pedagógica en estudiantes de grado noveno del colegio Don Bosco de Villavicencio año 2020.
- <https://repository.unad.edu.co/bitstream/handle/10596/40480/jacostamo.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Aguiar, L. R. R., & Rodríguez, F. J. Á. (2020). Metuiga “metodología para el diseño de sistemas basados en interfaces tangibles de usuario y técnicas de gamificación” en la enseñanza de porciones matemáticas para niños ciegos. *ReCIBE, Revista electrónica de Computación, Informática, Biomédica y Electrónica*, 9(1), C4-11.
- <http://recibe.cucei.udg.mx/index.php/ReCIBE/article/view/167>
- Barrera, C. C. F., Vega, J. A. N., & Morales, F. H. F. (2020). Desarrollo de competencias digitales en programación de aplicaciones móviles en estudiantes de noveno grado a través de tres estrategias pedagógicas. *Boletín Redipe*, 9(4), 179191.
- <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=7528414>
- Castrillón, P., E. (2011) Propuesta de metodología de desarrollo de software para objetos virtuales de aprendizaje –MESOVA. *Revista Virtual Universidad Católica del Norte*, núm. 34, septiembre-diciembre, 2011, pp. 113-137. Fundación Universitaria Católica del Norte. Medellín, Colombia.
- <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=194222473006>
- Coronel, P. C. P., Herrera, D. G. G., Álvarez, J. C. E., & Zurita, I. N. (2020). Las TIC como mediadoras en el proceso enseñanza–aprendizaje durante la pandemia del COVID-19. *Revista Arbitrada Interdisciplinaria Koinonía*, 5(1), 121-142.

- Bicen, H., y Kocakoyun, S. (2018). Perceptions of Students for Gamification Approach: Kahoot! as a Case Study. *International Journal of Emerging Technologies in Learning*, 13(2), 72-93.  
[https://www.researchgate.net/publication/323441450\\_Perceptions\\_of\\_Students\\_for\\_Gamification\\_Approach\\_Kahoot\\_as\\_a\\_Case\\_Study](https://www.researchgate.net/publication/323441450_Perceptions_of_Students_for_Gamification_Approach_Kahoot_as_a_Case_Study)
- Deterding, S., Khaled, R., Nacke, L., y Dixon, D. (2011). Gamification: Toward a definition. <https://bit.ly/2D3uluX>
- Espinoza Benites, C. A. (2020). Modelación de la función cuadrática mediada por tracker en estudiantes de quinto grado de secundaria.  
[https://tesis.pucp.edu.pe/repositorio/bitstream/handle/20.500.12404/17784/ESPINOZA\\_BENITES\\_CRISTIAN\\_ANDRES%20\(1\).pdf?sequence=1](https://tesis.pucp.edu.pe/repositorio/bitstream/handle/20.500.12404/17784/ESPINOZA_BENITES_CRISTIAN_ANDRES%20(1).pdf?sequence=1)
- Fernández, I., Riveros, V., y Montiel, G. (2017). Software educativo y las funciones matemáticas. Una estrategia de apropiación. *Omnia*, 23(1), 9-19.
- Forero-Mendez, B. S. (2022). La gamificación como propuesta didáctica en el aprendizaje de las matemáticas en la transición de básica a media.  
<https://repositorio.uniagustiniana.edu.co/bitstream/handle/123456789/1869/ForeroMendez-BrayanSteven-2022.pdf?sequence=5&isAllowed=y>
- Galeano Quinchía, J. A., & Jaramillo Salazar, D. (2021). Aprendizaje Basado En Proyecto (ABPy) como alternativa para favorecer el proceso de generalización matemática en estudiantes de tercer grado. *GaleanoJulieth\_2021\_AprendizajeBasadoProyecto.pdf*
- Gallego-Durán, F., Molina-Carmona, R., y Llorens, F. (2014). Gamificar: Una propuesta docente diseñando experiencias positivas de aprendizaje. XX Jornadas sobre la enseñanza universitaria de la informática. Universidad de Alicante. España. <http://rua.ua.es/dspace/handle/10045/39195>

- Game Vargas, C. I. (2017). Producción de conocimiento mediante la educación no formal en programas sociales y el desarrollo de las capacidades de convivencia social en comunidades urbana marginales de la ciudad de Guayaquil. Lima , Peru: UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS. Obtenido de Library.
- Gavilanes Aray, B. E., & Coello Morán, L. J. (2019). La gamificación del procesos de enseñanza aprendizaje significativo. Diseño de aplicación Lúdica. Guayaquil: Universidad de Guayaquil.
- Godoy-Cedeño, C. E., Abad-Escalante, K. M., y Torres-Caceres, F. del S. (2020). Gamificación en el desarrollo del pensamiento lógico matemático en universitarios. 3C TIC. Cuadernos de desarrollo aplicados a las TIC, 9(3), 107-145. <https://doi.org/10.17993/3ctic.2020.93.107-145>
- Holguín García, F. Y., Holguín Rangel, E. G., & García Mera, N. A. (2020). Gamificación en la enseñanza de las matemáticas: una revisión sistemática (Vol. 22). Venezuela: Telos: revista de Estudios Interdisciplinarios en Ciencias Sociales. Obtenido de <https://www.redalyc.org/journal/993/99362098012/html/>
- Hot Potatoes Home (2022, marzo 11). En Wikipedia. [Www.Http.Hotpot.Uvic.Ca](http://www.hotpot.uvic.ca)
- Jaume, A., Lera, I., Vives, F., Moya, B., y Guerrero, C. (2016). Experiencia piloto sobre el uso de la gamificación en estudios de Grado de Ingeniería en Informática. En Actas del Simposio-Taller XXII Jenui, Almería, julio 2015. <https://upcommons.upc.edu/handle/2117/89833>
- Jordán, J., avión, A. M., & Agredal, M. (2018). Gamificación en educación: una panorámica sobre el estado de la cuestión. Educação e Pesquisa, 44.
- Martínez, M. (2005). Los métodos de investigación educacional: lo cuantitativo y lo cualitativo. En Martínez-Llantada, M. & Bernaza, G. (Comp.), Metodología de la investigación educacional. Desafíos y polémicas actuales (pp. 109-143). La Habana: Pueblo y Educación.



Martínez-López, L. G., & Gualdrón-Pinto, E. (2018). Fortalecimiento del pensamiento variacional a través de una intervención mediada con TIC en estudiantes de grado noveno.

Rev.investig.desarro.innov, 9(1), 91-102. doi: 10.19053/20278306.v9.n1.2018.8156.

[https://revistas.uptc.edu.co/index.php/investigacion\\_uitama/article/view/8156](https://revistas.uptc.edu.co/index.php/investigacion_uitama/article/view/8156)

Martínez Villalobos, G., & Ríos Herrera, J. F. (2019). Gamificación como estrategia de aprendizaje en la formación de estudiantes de Ingeniería. Universidad Austral de Chile. Facultad de Filosofía y Humanidades: redalyc. Obtenido de <https://www.redalyc.org/journal/1735/173565055006/html/>

Ministerio de educación nacional de la república de Colombia (S.f.) lineamientos curriculares para matemática. Recuperado de [https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-89869\\_archivo\\_pdf9.pdf](https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-89869_archivo_pdf9.pdf) pdf el 1 de marzo de 2022 .

Ministerio de Educación Nacional, (2008). Guía 34: Guía para el mejoramiento institucional, De la autoevaluación al plan de mejoramiento. Colombia: MEN.

Ministerio de Educación Nacional, (1998). Estándares Básicos de Competencias Matemáticas. Bogotá, Colombia: Ministerio de Educación Nacional de Colombia, p.72.

Ministerio de Educación Nacional, (2016). Estándares Básicos de Competencias Matemáticas. Bogotá, Colombia: Ministerio de Educación Nacional de Colombia.

Molina González, M. (2006). Métodos de resolución de problemas: Aplicación al diseño de sistemas inteligentes. España: Fundación General de la U.P.M (Universidad Politécnica de Madrid). Obtenido de <https://oa.upm.es/14207/1/06-metodos-resolucion-problemas.pdf>

OECD (2019), PISA 2018 Results (Volume I- II-III): What Students Know and Can Do, PISA, OECD Publishing, París, <https://doi.org/10.1787/5f07c754-en>

Ortegón Yáñez, M. E. (2016). Gamificación de las matemáticas en la enseñanza del valor posicional de cantidades. Cali, Colombia: unir (Universidad Internacional de la Rioja).

- Otaya, Y. P., & Mosquera, V. A. C. (2017). Situación didáctica y enseñanza del pensamiento variacional. *Educere*, 21(70), 571-579.  
<https://www.redalyc.org/journal/356/35656000007/35656000007.pdf>
- Oviedo, P. E., & Pastrana Armírola, L. H. (2014). Investigaciones y desafíos para la docencia del siglo XXI. Bogotá D.C.: Kimpres-Universidad de la Salle. Obtenido de <http://biblioteca.clacso.edu.ar/Colombia/fce-unisalle/20170117032546/investigacion.pdf>
- Palacios, L. A. R., & García, L. M. C. (2018). Demanda Cognitiva de Estándares Educativos y Libros de Texto para la Enseñanza del Álgebra en Honduras. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 32, 1134-1151.  
<https://www.scielo.br/j/bolema/a/hGKcFSVgP8bwBjgPbLZdGNz/?format=pdf&lang=es>
- Martínez Villalobos, G., & Ríos Herrera, J. F. (2019). Gamificación como estrategia de aprendizaje en la formación de estudiantes de Ingeniería. Universidad Austral de Chile. Facultad de Filosofía y Humanidades: redalyc. Obtenido de <https://www.redalyc.org/journal/1735/173565055006/html/>
- Game Vargas, C. I. (2017). Producción de conocimiento mediante la educación no formal en programas sociales y el desarrollo de las capacidades de convivencia social en comunidades urbana marginales de la ciudad de Guayaquil. Lima , Peru: UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS. Obtenido de Library.
- Gavilanes Aray, B. E., & Coello Morán, L. J. (2019). La gamificación del procesos de enseñanza aprendizaje significativo. Diseño de aplicación Lúdica. Guayaquil: Universidad de Guayaquil.
- Holguín García, F. Y., Holguín Rangel, E. G., & García Mera, N. A. (2020). Gamificación en la enseñanza de las matemáticas: una revisión sistemática (Vol. 22). Venezuela: Telos: revista de

Estudios Interdisciplinarios en Ciencias Sociales. Obtenido de

<https://www.redalyc.org/journal/993/99362098012/html/>

Molina González, M. (2006). Métodos de resolución de problemas: Aplicación al diseño de sistemas inteligentes. España: Fundación General de la U.P.M (Universidad Politécnica de Madrid).

Obtenido de <https://oa.upm.es/14207/1/06-metodos-resolucion-problemas.pdf>

Nacional, M. d. (2008). Guía para el mejoramiento institucional, De la autoevaluación al plan de mejoramiento. Colombia: MEN.

Nacional, M. d. (2016). Estándares Básicos de Competencias Matemáticas. Bogotá, Colombia: Ministerio de Educación Nacional de Colombia.

Ortegón Yáñez, M. E. (2016). Gamificación de las matemáticas en la enseñanza del valor posicional de cantidades. Cali, Colombia: unir (Universidad Internacional de la Rioja).

Oviedo, P. E., & Pastrana Armírola, L. H. (2014). Investigaciones y desafíos para la docencia del siglo XXI. Bogotá D.C.: Kimpres-Universidad de la Salle. Obtenido de

<http://biblioteca.clacso.edu.ar/Colombia/fce-unisalle/20170117032546/investigacion.pdf>

Parada Rico, S. E. (2018). Caracterización de habilidades del Pensamiento Variacional (Vol. 3).

RECME (Revista Colombiana de Matemática Educativa).

Teixes, F. (2014). Gamificación: fundamentos y aplicaciones. Barcelona: Editorial UOC.

Vargas, C. (14 de 09 de 2015). El juego en el aprendizaje. Recuperado el 11 de 06 de 2023, de Revista

Vinculando: <http://vinculando.org/educacion/juego-en-aprendizaje.html#vcite>

Vasco, C. E. (2002). El pensamiento variacional, la modelación y las nuevas tecnologías.

- Vera, I. E. (2020). Una significación de los coeficientes de una función cuadrática: una experiencia de modelación en formación de profesores. *Paulo Freire Revista De Pedagogía Crítica*, 33, 177-194.  
<http://funes.uniandes.edu.co/21906/1/Perez2020Una.pdf>
- Vergel, R. (2015) el caso del pensamiento algebraico factual. *Una revista de Didáctica de las Matemáticas*, 68, 9-17
- Webb, N. (1997), *Criteria for alignment of expectations and assessments in mathematics and science education*. Council of Chief State School Officers and National Institute for Science Education. Madison, WI: Wisconsin Center for Education Research, University of Wisconsin.
- Werbach, Kevin , & Hunter, D. (2012). *For the Win. How game thinking can revolutionize your business*. USA: Wharton Digital Press.
- Parada Rico, S. E. (2018). *Caracterización de habilidades del Pensamiento Variacional (Vol. 3)*. RECME (Revista Colombiana de Matemática Educativa).
- Posada Balvin Fabián Arley y otros autores. (2006). *Pensamiento Variacional y Razonamiento Algebraico*. (Primera edición) Gobernación de Antioquia. Secretaría de Educación para la Cultura de Antioquia Dirección de Fomento a la Educación con Calidad.
- Posso Torres, J. E. (2020). Aspectos característicos del pensamiento variacional en la modelación de fenómenos a través de la función cuadrática.  
<https://bibliotecadigital.univalle.edu.co/bitstream/handle/10893/17958/Aspectos-Characteristicos-Pensamiento-Posso-Johnatan-7412-2020.pdf?sequence=1>

Superprof, la plataforma de apoyo escolar (2022, junio 22)

<https://www.superprof.es/apuntes/escolar/matematicas/indice/matematicas-de-3o-de-eso.html>

Symbolab – Math solver v8.5.1 [Pro] APK Free Download”. (2020, noviembre 10)

[https://play.google.com/store/apps/details?id=com.devsense.symbolab&hl=es\\_CO&gl=US](https://play.google.com/store/apps/details?id=com.devsense.symbolab&hl=es_CO&gl=US)

Teixes, F. (2014). Gamificación: fundamentos y aplicaciones. Barcelona: Editorial UOC.

Vargas, C. (14 de 09 de 2015). El juego en el aprendizaje. Recuperado el 11 de 06 de 2023, de Revista

Vinculando: <http://vinculando.org/educacion/juego-en-aprendizaje.html#vcite>

Vergel, R. (2015) el caso del pensamiento algebraico factual. Una revista de Didáctica de las Matemáticas, 68, 9-17

Vera, I. E. (2020). Una significación de los coeficientes de una función cuadrática: una experiencia de modelación en formación de profesores. Paulo Freire Revista De Pedagogía Crítica, 33, 177-194.

<http://funes.uniandes.edu.co/21906/1/Perez2020Una.pdf>

Webb, N. (1997), Criteria for alignment of expectations and assessments in mathematics and science education. Council of Chief State School Officers and National Institute for Science Education. Madison, WI: Wisconsin Center for Education Research, University of Wisconsin.

Werbach, Kevin , & Hunter, D. (2012). For the Win. How game thinking can revolutionize your business. USA: Wharton Digital Press.