

MODELADO 3D Y REALIDAD AUMENTADA PARA LA ENSEÑANZA DE LOS SÓLIDOS GEOMÉTRICOS

Johanna Constanza Gaitán Rosas, Cesar Daniel Moreno Granados, Marisol Yopasá

Murcia



Maestría en Educación, Ciencias de la educación

Universidad La Gran Colombia

Bogotá

2021

Modelado 3D y realidad aumentada para la enseñanza de los sólidos geométricos

Johanna Constanza Gaitán Rosas, Cesar Daniel Moreno Granados, Marisol Yopasá

Murcia

Trabajo de Grado presentado como requisito para optar al título de Magister en

Educación

Mary Elen Niño Cargo (director)



UNIVERSIDAD
La Gran Colombia

Vigilada MINEDUCACIÓN

Maestría en Educación, Ciencias de la educación

Universidad La Gran Colombia

Bogotá

2021

Dedicatoria

A nuestros hijos Juan Felipe, Sara Gabriela C., Tomás Javier, Juana Sofia, Sara Gabriela M., Daniel Santiago y Matías por su comprensión

Agradecimientos

“La unidad es la fuerza. Cuando hay trabajo en equipo y colaboración, pueden conseguirse cosas maravillosas”. (Mattie Stepanek)

En este apartado queremos expresar nuestros más sinceros agradecimientos a todas las personas que hicieron posible que se llevará a cabo este proceso de investigación, el cual enriquece nuestra formación docente y forma parte importante de nuestro proceso;

En primer momento agradecemos a Dios por presentarnos esta oportunidad de poder realizar la maestría, la cual aporta a nuestra formación docente y enriquece la labor y permite mejorar prácticas en el aula de clase.

Así mismo agradecemos a la Universidad La Gran Colombia por contar con docentes idóneos y altamente calificados, que compartieron sus conocimientos, los cuales fueron de gran valor en el direccionamiento del presente proyecto de investigación; A nuestra asesora Lic. Mary Ellen Niño Molina Mg en Educación, quien acompañó sin condición todo el proceso investigativo realizado y quien a su vez creyó en nuestras capacidades intelectuales y personales. Al docente Carlos Eduardo León Salinas por brindarnos los espacios de asesoría y direccionamiento en el ámbito matemático.

A nuestro amigo y compañero el docente de matemáticas David Rafael Téllez por su apoyo y colaboración en la implementación de la propuesta didáctica.

Y, por último, pero no menos importante agradecemos a nuestras familias quienes nos brindaron los espacios, los tiempos y su apoyo para poder culminar exitosamente el proceso de investigación.

Tabla de contenido

RESUMEN10

INTRODUCCIÓN12

OBJETIVOS14

 OBJETIVO GENERAL..... 14

 OBJETIVOS ESPECÍFICOS 14

CAPÍTULO I: PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....15

 JUSTIFICACIÓN 15

 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA 16

 PREGUNTA 21

 ALCANCE 21

CAPÍTULO 2. MARCO REFERENCIAL.....24

 ANTECEDENTES 24

Antecedentes Internacionales 24

Antecedentes Nacionales 26

Antecedentes Regionales 27

 MARCO TEÓRICO 28

Resolución de problemas desde la teoría de Pólya y su relación con el pensamiento Geométrico 28

Educación STEM aplicada al aula de clase 32

Realidad Aumentada en la educación 34

Niveles de razonamiento de Van Hiele 35

 MARCO LEGAL 40

Lineamientos curriculares (MEN) 41

Estándares Básicos de Competencias (MEN) 42

Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA) 46

 MARCO CONCEPTUAL 47

CAPÍTULO 3. METODOLOGÍA.....54

TIPO Y DISEÑO METODOLÓGICO	54
VARIABLES	55
POBLACIÓN Y MUESTRA	57
HIPÓTESIS	58
FASES DE DISEÑO METODOLÓGICO	58
INSTRUMENTOS	60
<i>Caracterización de la población</i>	60
<i>Diario de Campo.</i>	60
<i>Prueba Pretest</i>	63
<i>Prueba Postest</i>	64
CAPÍTULO 4. ANÁLISIS DE RESULTADOS.....	66
TÉCNICAS DE ANÁLISIS DE DATOS	66
CARACTERIZACIÓN	67
ADQUISICIÓN DE LOS NIVELES DE VAN HIELE COMPARANDO DE PRE TEST VS POST TEST.....	74
DIARIO DE CAMPO	86
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	91
BIBLIOGRAFÍA	96

Lista de Figuras

Figura 1 *Primera aplicación -Prueba Avancemos* 18

Figura 2 *Segunda aplicación -Prueba Avancemos* 18

Figura 6 *Pregunta 1. Encuesta Caracterización* 68

Figura 7 *Pregunta 2. Encuesta Caracterización* 68

Figura 8 *Pregunta 3. Encuesta Caracterización* 69

Figura 9 *Pregunta 4. Encuesta Caracterización* 69

Figura 10 *Pregunta 5. Encuesta Caracterización* 70

Figura 11 *Pregunta 6. Encuesta Caracterización* 70

Figura 12 *Pregunta 7. Encuesta Caracterización* 71

Figura 13 *Pregunta 8. Encuesta Caracterización* 71

Figura 14 *Pregunta 9. Encuesta de Caracterización*..... 72

Figura 15 P *Pregunta 10. Encuesta Caracterización.* 72

Figura 16 *Pregunta 12. Encuesta Caracterización* 74

Lista de Tablas

Tabla 1 *Resultados Prueba Saber 11 2016 -2019*..... 19

Tabla 2 *Tabla de Variables Dependientes e Independientes* 56

Tabla 3 *Número de estudiantes con autorización para aplicación de la investigación* 58

Tabla 4 *Fases del diseño Metodológico*..... 59

Tabla 5 *Encabezado de Planeación Periódica, Colegio Agustiniانو Norte* 61

Tabla 6 *Formato de secuencias de actividades en la Planeación Periódica*,..... 62

Tabla 7 *Formato de Aprobación de la planeación periódica*..... 63

Tabla 8 *Pregunta 11. Encuesta Caracterización* 73

Tabla 9 *Descripción de niveles de razonamiento de Van Hiele para pregunta1(Pretest)* 75

Tabla 10 *Descripción de niveles de razonamiento de Van Hiele para pregunta 1 (Postest)* 75

Tabla 11 *Media y desviación estándar de la pregunta 1* 77

Tabla 12 *Descripción de niveles de razonamiento de Van Hiele para pregunta 2 (Pretest)*..... 77

Tabla 13 *Descripción de niveles de razonamiento de Van Hiele para pregunta 2 (Postest)*
..... **¡Error! Marcador no definido.**

Tabla 14 *Media y desviación estándar de la pregunta 2* 79

Tabla 15 *Descripción de niveles de razonamiento de Van Hiele para pregunta 3(Pretest)* 79

Tabla 16 *Descripción de niveles de razonamiento de Van Hiele para pregunta 3 (Postest)* 80

Tabla 17 *Media y desviación estándar pregunta 3* 81

Tabla 18 *Descripción de niveles de razonamiento de Van Hiele para pregunta 4(Pretest)* 81

Tabla 19 *Descripción de niveles de razonamiento de Van Hiele para pregunta 4(Postest)* 82

Tabla 20 *Media y Desviación estándar para la pregunta 4* 83

Tabla 21 *Descripción de niveles de razonamiento de Van Hiele para pregunta 5 (Pretest)* 84

Tabla 22 Descripción de niveles de razonamiento de Van Hiele para pregunta 5 (Postest)..... 84

Tabla 23 *Media y Desviación estándar para la pregunta 5* 85

Tabla 24 *Aplicación de herramientas tecnológicas.*..... 89

Resumen

Este trabajo resalta la importancia de la geometría en la percepción y definición de la realidad, del espacio y de sus formas. Por tanto, se busca que mediante aplicaciones de modelado 3D y realidad aumentada se promuevan nuevos desarrollos técnicos que, potenciados con el conocimiento didáctico de la geometría, generará aprendizajes significativos frente al desarrollo del pensamiento geométrico. La estrategia didáctica consta de una serie de pasos detallados en los cuales, teniendo en cuenta la población objetivo, se generará diversas actividades, instrucciones y procesos que apoyados en el desarrollo de modelos en tres dimensiones buscan generar nuevas perspectivas frente al reconocimiento de las características de los sólidos. Además, los desarrollos concernientes al pensamiento geométrico son validados teniendo en cuenta el modelo de pensamiento desarrollado por Van Hiele, el cual brinda herramientas primordiales para la clasificación de los diferentes niveles de desarrollo geométrico en los estudiantes. Dicha estrategia es validada a partir de dos pruebas, la inicial prueba pretest que brinda las características de pensamiento geométrico de entrada y las necesidades particulares de la estrategia. La prueba Postest actúa como instrumento de medición frente al impacto del uso de las diversas herramientas digitales para dispositivos móviles y brinda datos esenciales para el desarrollo del análisis. Por consiguiente, este estudio busca analizar los resultados del impacto de esta investigación en el quehacer didáctico del docente para posteriormente generar aportes frente al desarrollo tradicional del aprendizaje de sólidos geométricos y brindar nuevas alternativas de aprovechamiento de recursos tecnológicos en el aula.

Palabras clave: Sólidos Geométrico, Modelado 3D, Pensamiento Geométrico, Realidad aumentada, Niveles de razonamiento, Van Hiele

Abstract

This work seeks to show the importance of geometry in perception and definition of reality, space, and its forms. Therefore, it is sought that through 3D modeling applications and augmented reality better technical developments are promoted that, enhanced with the didactic knowledge of geometry, will generate significant learning against the development of geometric thinking. The didactic strategy consists of a series of detailed steps in the lines, considering the target population, various activities, instructions and processes will be generated that, supported by the development of three-dimensional models, seek to generate new perspectives against the recognition of the characteristics of the solids. In addition, the challenges concerning geometric thinking are validated considering the thinking model developed by Van Hiele, which provides essential tools for classifying the different levels of geometric development in students. This strategy is validated from two tests, the initial pre-test that provides the characteristics of input geometric thinking and the needs of the strategy The Postest acts as a measuring instrument against the impact of the use of various digital tools for mobile devices and provides essential data for the development of the analysis. Consequently, this study seeks to analyze the results of the impact of this research on the teaching activity of the teacher to later generate contributions compared to the traditional development of geometric solids learning and provide new alternatives for the use of technological resources in the classroom.

Keywords Geometric Solids, 3D Modeling, Geometric Thinking. Augmented reality, Levels of reasoning, Van Hiele.

Introducción

Este trabajo de grado surge como una necesidad asociada al buen uso de la tecnología como insumo mediador del conocimiento en el aula, en búsqueda de un acercamiento empático a la práctica digital desarrollada por los estudiantes. Se ha podido evidenciar en la práctica docente de la institución educativa en la cual se realizó el estudio, que el potencial de las herramientas tecnológicas dispuestas por los estudiantes en el aula no es aprovechado en su totalidad para el desarrollo de nuevas habilidades para la identificación e interpretación del conocimiento específico en el área de la geometría. Se busca establecer la influencia del uso de herramientas digitales para el desarrollo de competencias y habilidades didáctico-geométricas en el aula de clase, buscando novedosas formas de trasposición didáctica del contenido lo que podría llegar a ser un insumo valioso para enriquecer la práctica docente en el grado octavo de educación básica en la asignatura de matemáticas y tecnología e informática.

Este trabajo tiene una estructura compuesta por 4 capítulos y un archivo de anexos. La primera parte corresponde al desarrollo teórico partiendo de la justificación del problema, los objetivos del estudio, el alcance de la investigación y soportes teóricos a nivel internacional, nacional y local. Una segunda parte compuesta por la metodología de investigación, descripción de los instrumentos y variables asociadas al estudio. En la parte final, se encuentra el análisis de los resultados, el proceso aplicado y las conclusiones derivadas de los resultados obtenidos.

En el capítulo 1 planteamiento del problema, se aborda la justificación, se delimita el estudio, la población, la pertinencia del problema expuesto y el alcance de la investigación.

El capítulo 2 marco referencial, nos ubica en los antecedentes, marco legal, referentes teóricos, instrumentales y cognitivos asociados al estudio, buscando realizar una aproximación a los objetivos planteados. Dicho marco gira alrededor de cuatro ejes, el primero está relacionado

con la teoría para la resolución de problemas de Polya, la clasificación del desarrollo del pensamiento geométrico a partir de los niveles de razonamiento de van Hiele, un tercer eje asociado al desarrollo de competencias interdisciplinarias STEM y un último eje relacionando teorías asociadas a realidad aumentada aplicadas en la educación.

En el capítulo 3 metodología, se evidencia la hipótesis, el diseño de investigación, las variables dependientes e independientes y los instrumentos para la obtención de datos, los cuales permitieron establecer la metodología de investigación con sus respectivas fases para el desarrollo del estudio.

El capítulo 4 análisis de resultados se establecen los procedimientos asociados a la información de la población frente a la aplicación de pruebas pretest, postest y el impacto de la estrategia didáctica asumida como referente para el desarrollo de los objetivos. A su vez, se retoman los resultados obtenidos en el análisis para discernir con respecto a las teorías que han sido establecidas como eje fundamental para el desarrollo del trabajo. Finalmente se exponen los posibles avances por estudiar y aspectos que no se han podido asociar al estudio.

Objetivos

Objetivo General

Desarrollar el pensamiento geométrico en los estudiantes de grado octavo del Colegio Agustiniانو Norte apoyados en una estrategia didáctica a través modelado 3D que involucre aplicaciones para dispositivos móviles.

Objetivos Específicos

- Implementar una herramienta tecnológica que permita la aplicación de modelado 3D en la construcción de sólidos geométricos empleando dispositivos móviles.
- Analizar los datos relacionados con la aplicación de la herramienta tecnológica y la estrategia didáctica, estableciendo el nivel de razonamiento geométrico de los estudiantes.
- Validar los procesos de pensamiento geométrico por medio de la implementación de la herramienta tecnológica y la estrategia didáctica.

CAPÍTULO I: Planteamiento del problema

Justificación

En la actualidad, el área de matemáticas ha buscado aportar diferentes metodologías de aprendizaje que fomente el desarrollo de habilidades para solucionar problemas desde las experiencias intuitivas, para tal fin la tecnología por medio del tratamiento de la información, el diseño y la aplicación, construye herramientas tecnológicas que buscan fortalecer a través del juego los procesos de pensamiento en los estudiantes necesarias para la creación de instrumentos que mejoren la construcción de su aprendizaje (De Castro et al, 2016)

Es así como se ha logrado identificar la necesidad de generar recursos que permitan estructurar de manera significativa el aprendizaje y motivación de los estudiantes desde la implementación de diversos recursos y habilidades tecnológicas que beneficien el desarrollo procesos eficaces y nociones elementales adquiridas durante el transcurso de su educación básica primaria hasta la básica secundaria.

Por tanto, el Colegio Agustiniانو Norte promueve el aprovechamiento de las nuevas tecnologías en el aula con métodos de enseñanza que brinda a los estudiantes diversas formas de empleo de las tecnologías disponibles, que facilitan la comprensión de las matemáticas y la implementación de estrategias en función de la mejora de los procesos didácticos, los cuales optimizarán el ambiente escolar.

Tomando como base los Estándares Básicos de Competencias Matemáticas Ministerio de Educación Nacional (MEN, 2006), las matemáticas son una disciplina que desarrolla habilidades y destrezas en los estudiantes, que les permite interactuar de manera natural y espontánea para generar estrategias de solución de problemas de su entorno para tal fin

se hace fundamental el desarrollo de competencias de razonamiento, comunicación y resolución de problemas, en el pensamiento geométrico desde la implementación de diversas estrategias, que permitan el modelado de figuras geométricas tridimensionales empleando dispositivos móviles y evidenciar su aplicación en el ámbito de las matemáticas que promuevan el fortalecimiento de las habilidades tecnológicas para la comprensión de los sólidos geométricos.

Orduz (2012) menciona que, cuando se habla de educación y tecnología se tiende a centrarse en las herramientas dejando de lado los contenidos y conceptos. Sin embargo, las nuevas exigencias de la educación hacen necesario considerar las competencias tecnológicas como un mecanismo para lograr un aprendizaje efectivo, por ello surge la necesidad de fortalecer en los estudiantes la capacidad de empleo y retroalimentación de actividades que hagan uso de diversos materiales que permita comprender la relación que existe entre las matemáticas y los desarrollos generados a partir tecnologías emergentes.

Por tanto, se propone el desarrollo de una estrategia didáctica para la enseñanza y comprensión de la construcción de los sólidos geométricos que permita a los estudiantes interpretar el significado y la utilidad de estos conceptos en diversas situaciones y contextos de la vida cotidiana, a través de aprendizajes significativos y el uso adecuado de medios tecnológicos que faciliten la construcción de ambientes de aprendizaje creativos e innovadores.

Planteamiento del problema

En primer momento se analiza la situación actual del proceso de enseñanza y aprendizaje de la geometría espacial, la cual se ha enmarcado en el desarrollo de procesos algorítmicos, uso de axiomas y soluciones netamente procedimentales y memorísticos, limitando la capacidad de

identificar la influencia de la geometría plana en la construcción de conceptos tridimensionales junto con sus representaciones en el espacio. (Rojas, 2009).

Es así como Jaime & Vázquez (2013) mencionan que en Colombia a nivel rural y urbano se evidencia la falta de estructura a nivel de la comprensión de conceptos básicos, relaciones y propiedades de la geometría, debido a la desconexión entre contextos del entorno y su relación con los conceptos fundamentales del pensamiento geométrico espacial.

En ese orden de ideas se analiza la problemática en el Colegio Agustiniانو Norte la cual es una institución privada - católica que se rige bajo los parámetros de la Orden de Agustinos recoletos, está ubicado en la localidad de Suba y cuenta con una población de 2200 estudiantes, presta sus servicios educativos de grado preescolar a grado Undécimo, El colegio se encuentra certificado en: *“Diseño y prestación de servicio educativo formal en preescolar, básica y media.”* Bajo la norma ISO:9001-2015 por ICONTEC

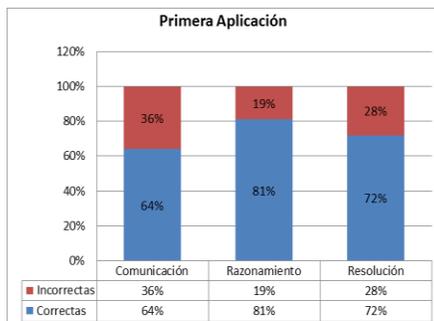
En el Colegio Agustiniانو Norte, en el año 2019 se aplicó la prueba Avancemos 4, 6 y 8 a los estudiantes de grado octavo, la cual es una herramienta de evaluación formativa promovida por el ICFES, la cual busca a partir de sus resultados, generar mejoras en las prácticas de enseñanza que conlleven a fortalecer los aprendizajes de los estudiantes en las áreas de matemáticas y lenguaje, teniendo en cuenta las matrices de referencia estipuladas por el Ministerio de Educación.

La aplicación de la prueba se realizó en dos momentos, el primero se llevó a cabo del 26 al 29 de marzo y el segundo del 28 de agosto al 2 de septiembre. Finalizada la aplicación, el ICFES entrega al establecimiento un reporte de resultados de la prueba, en donde se realiza una descripción de las competencias, componentes y aprendizajes asociados a cada pregunta con las sugerencias didácticas para fortalecer cada uno de los aprendizajes evaluados. Teniendo en

cuenta los resultados obtenidos, los estudiantes de grado octavo presentan dificultades en el componente métrico- geométrico lo cual se puede evidenciar en las Figura 1 y 2, las cuales corresponden al comparativo entre respuestas correctas e incorrectas de las dos aplicaciones

Figura 1

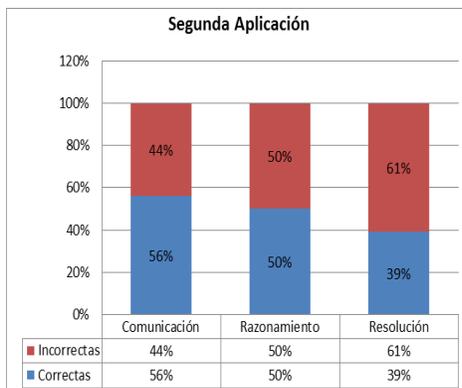
Primera aplicación -Prueba Avancemos



Nota: Porcentajes de preguntas correctas e incorrectas según cada competencia evaluada en la Primera aplicación de la prueba Avancemos en el año 2019, en el Colegio Agustiniiano Norte. Adaptado de “Reporte de Resultados Avancemos Año 2019” por Colegio Agustiniiano Norte,2019.

Figura 2

Segunda aplicación -Prueba Avancemos



Nota: Porcentajes de preguntas correctas e incorrectas según cada competencia evaluada en la Segunda aplicación de la prueba Avancemos en el año 2019, en el Colegio Agustiniiano Norte Adaptado de “Reporte de Resultados Avancemos Año 2019”, Colegio Agustiniiano Norte, 2019

Al revisar la información de la prueba, se evidencia un aumento significativo en el número de respuestas incorrectas por competencia de una aplicación a otra. lo que conlleva a proponer una estrategia interdisciplinar que promueva el desarrollo del pensamiento métrico-geométrico apoyado en el uso de herramientas Tecnológicas. Para tal fin se generará modelos en tercera dimensión que permitan manejar de forma experiencial el análisis y construcción de los sólidos geométricos por medio de aplicaciones para dispositivos móviles.

El Colegio Agustiniiano Norte se encuentra categorizado por el ICFES con A+, mostrando resultados en matemáticas superiores a 64 puntos durante cuatro años consecutivos ubicándose en nivel 3, en el análisis de resultados de las pruebas del 2016 a 2019, muestran avances satisfactorios en los aprendizajes evaluados, en la siguiente tabla se realiza el comparativo del porcentaje de respuestas incorrectas por año relacionadas con el aprendizaje evaluado.

Tabla 1

Resultados Prueba Saber 11 2016 -2019.

Aprendizaje	2016	2017	2018	2019
Válida procedimientos y estrategias matemáticas utilizadas para dar solución a problemas.	21%	29%	25%	19%

Adaptado de “Reporte de resultados del Examen Saber 11 por aplicación 2016-1, 2017-1, 2018-1, 2019-1”, Colegio Agustiniiano Norte, 2016, 2017, 2018, 2019.

Al revisar el histórico del porcentaje de respuestas incorrectas de los últimos cuatro años en las pruebas de estado, se puede evidenciar que los estudiantes son capaces de resolver situaciones que presentan un nivel complejo y articulan varios procesos de pensamiento numérico, geométrico, métrico y aleatorio, realizando una comparación con los resultados nacionales y la entidad territorial certificada, es posible identificar que los alumnos del Colegio Agustiniانو Norte demuestran un rendimiento superior en pruebas externas. Por lo tanto, la propuesta a desarrollar pretende mantener o contribuir desde el grado octavo con el avance en la disminución del porcentaje de respuestas incorrectas relacionadas con el pensamiento métrico - geométrico a partir del uso de una herramienta tecnológica que permita interactuar con el conocimiento y construcción de los sólidos geométricos.

Según Reinoso (2012) implementar la tecnología de R.A. permite al estudiante crear, manipular o visualizar objetos en 3D para establecer sus características desde un medio digital proyectadas en un entorno real. Por tal razón la aplicación de RA, a partir del modelado 3D ofrecen a los estudiantes una forma diferente de interactuar aprovechando el recurso digital y su capacidad de modificar y exportar sus modelos propios, en el caso del pensamiento espacial la RA contribuye a la conceptualización de los sólidos geométricos proporcionando una representación gráfica cercana a la realidad.

Según Ramírez (2015) la educación y modelos educativos, se deben transformar y adaptarse a las necesidades del entorno de acuerdo las condiciones y capacidades del individuo que permitan generar un avance en su proceso de aprendizaje; por tanto, se realizará un análisis cuantitativo que permita establecer los conocimientos previos de los estudiantes frente a la construcción y el reconocimiento de los sólidos geométrico, y a su vez promover el uso de la

aplicación de material virtual, para ser adaptado a las necesidades particulares de grado octavo en el área de matemáticas y de esta manera fortalecer el pensamiento geométrico por medio de modelado 3D, empleando aplicaciones a través de dispositivos móviles, generando un análisis de los datos proporcionados identificando las fortalezas y debilidades de la estrategia implementada.

Pregunta

¿Cómo desarrollar el pensamiento geométrico en los estudiantes de grado octavo del Colegio Agustiniانو Norte, a través de una estrategia didáctica representada en el modelado 3D?

Alcance

Teniendo en cuenta el desarrollo de la propuesta de aplicación, se propone como parte de la estrategia el desarrollo de modelos geométricos tridimensionales aplicados empleando medios digitales, de acceso masivo con el fin de promover el uso de la herramienta en los espacios de clase aprovechando los recursos tecnológicos disponibles por el estudiante (Celulares, Tablet, computadoras, etc.). Con ello se garantiza el acceso a los recursos disponibles dentro del aula.

Pertinencia pedagógica: La propuesta que se presenta, pretende facilitar y mejorar los procesos de pensamiento a nivel geométrico de los estudiantes de grado octavo y a su vez la solución de situaciones problema presentadas, así como se plantea en el documento del proyecto de área en la asignatura de matemáticas de la institución, el cual fomenta el diseño y aplicación de nuevas experiencias que permitan el uso de tecnologías emergentes y la integración de saberes de los estudiantes en el proceso de aprendizaje, permitiendo así modelar objetos en el aula.

Desarrollo Armónico: Teniendo en cuenta el desarrollo de la estrategia aplicada en clase, se hacen diversos desarrollos virtuales para la representación de sólidos y figuras tridimensionales que, al ser manipuladas por los estudiantes, lograrán incentivar y motivar al estudiante por el aprendizaje. Del mismo modo, se busca que los docentes puedan tener acceso a nuevas herramientas digitales de contenido virtual susceptibles de manipulación para la enseñanza de sus aprendizajes. Aprovechando la interacción directa de los estudiantes con los dispositivos móviles, se busca lograr llevar la integración de los medios digitales y plataformas móviles al mundo de la educación mostrando las ventajas y posibilidades de desarrollo en su implementación.

La motivación al aprendizaje: El aprendizaje de las matemáticas, a lo largo de la historia, ha generado diferentes estigmas frente a las experiencias de los estudiantes, debido a que se han enmarcado en una enseñanza tradicional y procedimental donde no se genera relaciones entre las matemáticas y el entorno circundante. Mencionado planteamiento motiva a los docentes a pensar y desarrollar nuevas herramientas didácticas que le permitan hacer una adecuada transposición de conocimientos a los estudiantes a partir de la experimentación y aplicación de los conceptos matemáticos. Para cumplir dicho fin, se propone la generación de un ambiente tecnológico mediante dispositivos móviles el cual permitirá a los estudiantes, por medio de la experimentación y la manipulación, buscando alcanzar un mayor acercamiento con el conocimiento de los sólidos geométricos.

Inclusión de herramientas de apoyo: Dentro del desarrollo de la metodología, se aplicarán conceptos derivados del modelado 3D, presentados en la consolidación de un aplicativo que genera la interacción de los estudiantes con el modelo en 3D de sólidos geométricos; sus

respectivas construcciones serán tenidas en cuenta como base para la enseñanza del concepto y sus aplicaciones.

La evaluación formativa: En la actualidad, existen estudios e investigaciones como Larrañaga (2012), López & Pérez (2017) y Mora (2003) las cuales describen como en el ámbito educativo que han demostrado que los métodos de enseñanza tradicionales que se basan en la exposición de conocimientos por parte del docente han resultado ser poco efectivos frente al desarrollo de experiencias que fomenten aprendizajes significativos en los estudiantes, por esta razón las nuevas corrientes pedagógicas sugieren la construcción de nuevo conocimiento a partir de la participación conjunta de los estudiantes ,por tal razón, la enseñanza de las matemáticas debe modificarse de tal manera que los estudiantes tengan diversas oportunidades de acceder al aprendizaje, desde el análisis de datos, la creación de modelos, argumentaciones válidas y comunicación de sus ideas, demostrando el desarrollo de competencias aplicables para la vida.

Mora (2003)

CAPÍTULO 2. Marco Referencial

Antecedentes

En el siguiente apartado se realiza la recopilación de antecedentes relacionados con la investigación, con temáticas de Realidad aumentada, Aprendizaje - Enseñanza de las matemáticas por medio de la tecnología de la información y comunicación (TIC), en el cual se distinguen tres subcategorías Antecedentes internacionales, Nacionales y Regionales

Antecedentes Internacionales

Duarte (2014) en su trabajo de maestría, realiza una investigación de tipo mixto cuyo objetivo es describir y comparar cómo las competencias matemáticas evaluadas por las pruebas de estado, se manifiestan en estudiantes de grado séptimo por medio del uso de software educativo Mazema, Tux of max Command, Math educator, Math rapid y Activa tu mente por medio de una metodología cuantitativa, desarrollada por una prueba de hipótesis T- Student en la que se analizó las apropiación de cada competencia según los resultados de las pruebas aplicadas, obteniendo como resultados favorables en la motivación por el aprendizaje y la enseñanza realizando una invitación a los docentes a propiciar ambientes de aprendizaje mediados por la tecnología específicamente para el área de matemáticas y las necesidad de la implementación de nuevas estrategias específicamente para la construcción e identificación de sólidos geométricos.

Pizarro (2009) en su Tesis de Maestría afirma que la introducción de las TIC en el ámbito educativo, se evidencia la importancia de incluir los sistemas en el campo de las matemáticas y

el Cálculo. Dicha importancia se manifiesta en la inclusión de las tecnologías de la información y la comunicación en los procesos de enseñanza aprendizaje en una mayor magnitud.

En dicho trabajo, se realiza como propuesta el diseño y la implementación de un software de carácter educativo donde se evidencie facilidad para el desarrollo de habilidades de enseñanza y aprendizaje en temas relacionados con el cálculo numérico, tomando como base de profundización la informática y su aplicación en la educación como eje del desarrollo de la creatividad y la innovación. Para tal fin, se emplea la computadora como una herramienta con la cual la mente puede expresar con interacción y dinamismo la solución a situaciones problema. (Salomón et al., 1992).

Gómez (2016) en su Tesis de Maestría, manifiesta que realizaron un análisis a lo largo de la historia acerca de las características y beneficios que tiene la realidad aumentada, así como el cómo el impacto que tiene en la educación; dado ese estudio allí determinaron que este recurso no ha sido explotado al máximo puede ser al parecer por falta de conocimiento, Dado eso, encontraron una metodología que es posible desarrollar por medio de realidad aumentada la cual se puede utilizar en dispositivos móviles y se desarrolló con la intención de utilizarlo como material didáctico en el aula de clase.

Prendes (2015) en su artículo de investigación parte desde el análisis de diversos artículos españoles para analizar la forma como la realidad aumentada ha hecho hincapié en la educación y sus enfoques a nivel de la práctica pedagógica. Todo lo anterior se desarrolla desde un enfoque experimental partiendo de un instrumento validado por expertos donde analiza las formas de aplicación de la R.A en la escuela, experiencias previas de aplicación de modelado 3D y generación de estrategias pedagógicas en el aula, que promueven un indicio frente al desarrollo de la investigación de la realidad aumentada en el ámbito educativo. Por último, el artículo de

investigación analiza la incidencia de la RA. en el desarrollo de nuevas estrategias en el aula que promuevan la participación y uso de tecnologías móviles para la enseñanza de nuevos aprendizajes en el entorno escolar.

Moreno et al. (2016) en su trabajo realiza una aproximación epistemológica a los conceptos de realidad aumentada, robótica y modelado 3D, observando las diversas formas de realización de proyectos empleando modelado 3D y sus posibles aplicaciones haciendo uso de realidad aumentada y para la solución de situaciones. Del mismo modo, el análisis de experiencias significativas desde las pedagogías múltiples de Gardner se ven potenciadas por el desarrollo de su representación gráfica y aplicación desde la robótica, modelado y realidad aumentada. De esta forma se tiene relación con el proyecto de área de matemáticas de la institución, el cual promueve el desarrollo e implementación de nuevas experiencias que permitan el uso de tecnologías emergentes y la participación de los estudiantes en el proceso de aprendizaje, permitiendo así, trabajar con modelos empleando M-learning en el aula.

Antecedentes Nacionales

Díaz (2014) en su trabajo de maestría realiza un barrido conceptual, epistemológico e histórico de la Geometría, su enseñanza y la implicación de la tecnología en ámbitos educativos, para la ejecución de la investigación se realiza un prueba inicial en la se evidencia en los estudiantes dificultades y fortalezas de la población a trabajar, en una segunda etapa se generan diferentes actividades desde un software de distribución libre (GeoGebra) en donde los estudiantes interactúan con el programa y se propicia un acercamiento al geometría dinámica; como etapa final se aplica un Postest, en el que se analizan los resultados obtenidos mostrando como conclusión la importancia de la realización de actividades en matemáticas que permita a

los estudiantes manipular y crear nuevo conocimiento desde la construcción de conocimiento, por medio del aprendizaje significativo, la cooperación entre pares y la tecnología en la educación.

Ramírez y Rodríguez (2017), en su trabajo de maestría, exponen que la realidad aumentada es una herramienta informática que en este momento presenta gran aceptación debido a la facilidad para adaptarse e implementarse en las actividades diarias así tal como la diversidad para observar información a nivel científico con fines educativos o el fortalecimiento de la industria. De igual manera en este trabajo se muestra cómo la implementación de herramientas virtuales y tecnológicas en el aula de clase ayuda que los estudiantes puedan generar mayor interés y desarrollar habilidades en el pensamiento matemático.

Zuluaga et al (2010), en su trabajo desarrollaron y aplicaron un conjunto de estrategias mediadas por ambientes virtuales cuyo objetivo principal fue fortalecer procesos de enseñanza aprendizaje de las matemáticas, buscaron que las actividades implementadas generarán una relación más cercana con el mundo real, resaltando la importancia de las matemáticas en el contexto. Allí se evidencia que el proyecto nace con el fin de generar una metodología que fuera de la mano con las clases tradicionales y acercar aún más a los estudiantes al uso de la TIC.

Antecedentes Regionales

Montaño, et al. (2018), quienes aplicaron a un grupo de estudiantes una metodología de investigación mixta, con el objetivo de generar y aplicar un objeto virtual de aprendizaje con el uso de realidad aumentada para el aprendizaje y enseñanza del concepto de fotosíntesis, la cual fue desarrollada en tres fases; Aplicación de una prueba inicial, una etapa intermedia en donde se realizó una secuencia de actividades medidas por la realidad aumentada y dispositivos

electrónicos y en la parte final se aplica una prueba que permite realizar una comparación entre la prueba inicial, logrando obtener resultados positivos en el proceso de aprendizaje de los estudiantes, lo que evidencia que la aplicación de la herramienta fue efectiva,

Ortiz y Romero (2015) realizan un estado del arte en donde realizan una recopilación de las implicaciones del uso de las TIC y su aplicación en el ámbito de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, este trabajo documental se enfatiza en consideraciones del siglo XXI en cuanto a los roles que desempeñan los docentes y los estudiantes al incluirlas en el aula, qué beneficios y perjuicios conlleva su inclusión en la forma de aprender de los estudiantes y cómo esto puede llegar a mejorar la calidad de la educación

Marco Teórico

En este apartado se trabajará diferentes corrientes las cuales se relacionan con el referente teórico que se usa para la construcción del tema de investigación de este documento, en donde se determinan elementos estructurantes, en el pensamiento geométrico a partir de la resolución de problemas vista desde la teoría de Pólya, educación STEM (Science, Technology, Engineering and Mathematics) que relaciona el desarrollo del conocimiento transversal en la educación, realidad aumentada y por último una descripción de los niveles de razonamiento de Van Hiele

Resolución de problemas desde la teoría de Pólya y su relación con el pensamiento Geométrico

La resolución de problemas es una competencia, que tiene como propósito la generación de estrategias para llegar a su objetivo, el cual es dar respuesta a un contexto determinado, para esto Pólya (1989) propone una postura de solución de situaciones, la cual tiene como propósito

implicar a los alumnos en la creación de su propio conocimiento , en donde el maestro es elemento orientador en el proceso de aprendizaje, dejando al alumno descubrir las herramientas necesarias para la resolución de situaciones.

Para Pólya, el rol de maestro es clave en la construcción del conocimiento, pues este no es un ente impositivo, si no un mediador que, por medio de preguntas específicas, lleva a el planteamiento, ejecución y solución de diferentes tipos de problemas, para cumplir ese objetivo Pólya define las operaciones intelectuales particulares para la solución de problemas las cuales será descrita en donde determina el quehacer del docente en cada uno de los aspectos

La Generalidad, son aquellas preguntas que permiten determinar los elementos globales del problema, tales como incógnitas, datos, condiciones, elementos en juego en una situación. Esta categoría implica la creación de preguntas en la que el estudiante busque el panorama del problema y los conocimientos previos para su ejecución

Sentido común: se refiere a preguntas que para su respuesta necesite uso del sentido común, buscando relacionarlo con problemas similares, construcciones similares, o elementos que lleven a recordar elementos conocidos que hagan referencia al mismo problema (Polya, 1989)

Maestro y alumno. Imitación y práctica, para Pólya (1989) resolver problemas es una habilidad mecánica, en donde luego de observar e imitar, casos similares se logra adquirir la habilidad para su solución. Es en este punto es donde el maestro debe desarrollar en sus estudiantes la capacidad de interesarse por el problema y su solución, brindando elementos a imitar, haciendo que sus preguntas sean de la misma índole que la de sus estudiantes

Pólya (1989) hace la distinción de cuatro fases para la solución generalizada de problemas, Comprender el problema, Concepción de un plan, ejecución del plan y Visión

retrospectiva, en donde el estudiante crea una estructura de solución dando la importancia a cada una de las etapas, en donde se busca que los alumnos desarrollan pensamiento matemático de cualquier índole.

Comprender el problema: Para hacer la comprensión de una situación problema se tienen dos puntos de partida, el primero el relacionado con la familiaridad del contexto a trabajar, en donde los estudiantes y el docente buscan mecanismos para introducirse y volver suyo lo planteado en el problema el segundo es relacionado con el trabajo que se necesita para comprender el contexto, en él se busca determinar y diferenciar las variables que se relacionan, analizar los elementos mismos del problema. para ello el lector debe comenzar a realizar preguntas cómo; ¿qué incógnitas intervienen? ¿cuáles son los datos?, ¿qué condiciones tiene el problema? ¿Son suficientes las condiciones para resolver el problema? ¿Las condiciones están relacionadas? Cada pregunta debe conducir a la interpretación de los elementos expuestos en el problema.

Concepción de un plan: Luego de comprender el problema, el siguiente paso indagar, comparar y relacionar los objetos mismos del problema para buscar un camino de solución; este plan existe cuando la persona conoce qué cálculos, razonamientos o conocimientos son necesarios para la solución de un problema, Pólya menciona que la persona debe equiparse con conocimientos que se relacionen en su problema, para ello debe buscar situaciones con estructuras similares, en el caso de las matemáticas definiciones, teoremas y demostraciones relacionadas con el tópico a tratar, por otra parte se plantea que para llegar a dicho plan hay que tener ideas y experimentar si son caminos posibles a la solución del problema, pero si este camino es el adecuado la pregunta problema debe tratar de enunciar de otras formas con el fin de terminar otro tipos de características, conceptos previos, es este punto como sugerencias se dan

las siguientes preguntas: ¿Conoce algún problema relacionado? ¿puede hacer uso de él? ¿puede la situación modificarse o transformarse? ¿Se han usado todos los datos? ¿Se ha hecho uso de todas las condiciones dadas en el problema? (Polya, 1989)

Ejecución del Plan: Cuando el plan o camino ya trazado, la siguiente etapa se relaciona con su aplicación, para ello los detalles de la solución cobran importancia, donde los conocimientos adquiridos en la búsqueda del plan y los propios, son los que llevan a determinar la construcción de la solución, para Pólya es importante tener en cuenta que el rol del maestro es corroborar que la línea trazada en la anterior etapa se cumpla y se verifique, con el fin de que el alumno no se desvíe en la solución, pues puede tender a tomar un camino intuitivo y no constructivo, en donde los pasos, están guían y justificados por procedimientos válidos, para ello las preguntas sugeridas son ¿Los pasos usados son claros y correctos? ¿Se pueden demostrar y verificar su veracidad (Polya, 1989)

Visión retrospectiva: En esta etapa, se ha generado la comprensión, elaboración de un plan, ejecución y solución del mismo, por tal motivo se inicia un momento de retroalimentación a lo trabajado, en donde la labor del maestro es hacer ver a los estudiantes el razonamiento planteado, la veracidad de la información y su aplicabilidad en situaciones estructuralmente similares, para Pólya, es la etapa que abre las puertas a nuevo conocimiento y al planteamiento de una nueva situación, por otra parte es donde el maestro debe buscar mecanismo para cuestionar a los alumnos frente a su solución, conducirlos a la identificación de nuevos caminos, diferentes a los planteados inicialmente, con este fin se proponen las siguientes preguntas: ¿Es posible verificar el procedimiento usado? ¿El razonamiento es coherente y justificable? ¿Es posible obtener el mismo resultado por medio de otros procedimientos y razonamientos? ¿El camino usado permite dar solución a otro tipo de problemas? (Polya, 1989)

Educación STEM aplicada al aula de clase

La educación STEM (Science, Technology, Engineering and Mathematics) acuñada en la primera década del año 2000, promueve una nueva forma de integrar conocimientos en cada una de las disciplinas que la componen y a su vez generar nuevas interpretaciones del mundo a partir del desarrollo de conocimientos y habilidades conjuntas, lo que es un avance frente al desarrollo de estrategias de trabajo colaborativo, interpretación y solución de problemas, fomento del trabajo autónomo, pensamiento crítico y fomento de habilidades comunicativas.

La implementación de educación STEM de trabajo supone un reto a nivel estructural, de capacitación, formación de docentes y estudiantes que, a partir del aprovechamiento de las tecnologías emergentes, pueden estructurar nuevas formas para el desarrollo de conocimientos y habilidades que promuevan la cooperación, el avance de las ciencias y la interacción disciplinar de cada una de las áreas implicadas en su desarrollo.

Según Bravo (2018), el concepto de integración hace referencia a las experiencias de aprendizaje que tratan y evalúan el contenido disciplinar y / o técnico en dos o más asignaturas, lo cual, no implica que se deba abordar conceptos de un área y luego de otra en un mismo espacio, sino el desarrollo de puntos en común que le permita a los docentes plantear actividades que promuevan el reconocimiento del contexto, del mundo real y a su vez, que permita a los estudiantes vislumbrar la importancia del conocimiento en cada una de las áreas buscando un fin común.

Según Basco et al. (2018), la cuarta revolución industrial requiere del empleo de nuevas tecnologías en la implementación de los procesos productivos y en la generación de complementos en los procesos de producción, lo cual, a grandes rasgos, promueve la nueva generación de estrategias que promuevan el reconocimiento de habilidades propias de cada área,

sus características y la importancia de estos procesos en la solución de problemas enmarcados en el contexto real.

Por tanto, se hace necesaria la alfabetización educativa en procesos de integración STEM, lo cual se asume como un reto de gran envergadura para un sistema educativo que, en la actualidad, asume cambios sustanciales en las formas de implementación educativa. La crisis del COVID-19 potencia el desarrollo actual de nuevas habilidades de integración digital en todas las ramas de la educación, lo cual, hace que tanto las instituciones como los docentes y estudiantes que interactúan dentro del acto educativo, busquen diversas alternativas que suplan las necesidades educativas, enmarcadas en el uso racional, pero a la vez constante de los medios tecnológicos y sus relaciones implícitas en otras áreas. Se observa cómo la coyuntura del año en curso (2020) promueve el movimiento cognitivo a nuevas sendas de trabajo digital, lo cual se asocia directamente con uno de los objetivos de STEM promoviendo la comunicación a partir de recursos tecnológicos que permitan la colaboración para la construcción de conocimientos y complementos de habilidades dentro de la cada una de las áreas, lo cual potencia el uso de la metodología podría ser un referente práctico para el desarrollo de proyectos colectivos.

Por tanto, la educación STEM puede ser una herramienta educativa útil, pero enfrenta desafíos de reestructuración de las actividades y el currículo en sí mismo, preparación de docentes, evaluación de estudiantes e implementación de recursos, lo cual la hace un reto en el presente para forjar habilidades necesarias para el futuro.

La educación STEM cuenta con varios niveles de integración, los cuales directamente intervienen en el enfoque con el cual se pretende desarrollar la estrategia pedagógica empleando STEM. El primero es la integración multidisciplinaria, en donde los objetivos de aprendizaje de cada una de las disciplinas se realizan por separado, pero se conectan a través de un tema en

común. El segundo es la integración interdisciplinaria, donde se organizan el currículo entre asignaturas buscando puntos en común para ser abordados desde una misma temática. Y un tercer aspecto de integración transdisciplinaria donde se rompen los esquemas tradicionales de abordaje individual para integrarlas a partir de experiencias y situaciones reales (Bravo et al, 2018).

Realidad Aumentada en la educación

La realidad aumentada (R.A.) es un insumo tecnológico relevante en la actualidad donde se puede generar interacción directa con los usuarios dando cabida a su aplicación en diferentes contextos entre ellos educación.

En esa medida, Reinoso (2012) plantea la posibilidad de incorporar la tecnología de R.A. donde el estudiante puede crear, manipular o visualizar objetos en 3D (orbitar, acercar, alejar, reducir, ampliar, rotar) para explorar sus características digitales proyectadas en un entorno real. Las diferentes aplicaciones de modelado 3D ofrecen a los usuarios la capacidad de crear, modificar y exportar sus modelos propios, este proceso dependerá directamente de la aplicación seleccionada para su trabajo.

Azuma (1997), define Realidad Aumentada como la tecnología que permite que interactúen en el mismo espacio lo real y lo virtual, lo que permite que haya actividades interactivas que se pueden desarrollar estableciendo una manipulación con diversos elementos de manera inmediata; es por ello que dicha tecnología resulta ser tan atractiva y despierta interés en diversos campos y disciplinas.

Por otra parte, Basogain et al. (2007), evidencian el uso de Realidad Aumentada en el aula de clase, como la tecnología que permite mejorar y facilitar procesos por su interacción con

el mundo real. Es así como se genera una invitación para que los docentes se involucren aún más con este recurso para llevarla al aula de clase con el fin de despertar un mayor el interés de los estudiantes y realizar clases dinámicas y facilitar su interacción.

Por ello el uso de la Realidad Aumentada, genera un interés particular dentro de este proyecto de investigación ya que su implementación puede despertar un interés especial en los estudiantes, mejorando así sus procesos de aprendizaje particularmente en el uso de los sólidos geométricos.

Por su parte Cabero et al. (2018). menciona que la realidad educativa y tecnológica en las aulas de clase debe estar en estrecha relación con herramientas nuevas que permitan el acercamiento de los estudiantes a los contenidos y programáticos, con el fin de hacerlos más sencilla y trabajarlos de una manera lúdica. Por ello la Realidad Aumentada se convierte en una opción pertinente y que puede dar un giro positivo que quizás requiere la educación actual, donde los estudiantes están cada vez más inquietos por la tecnología y demuestran la necesidad de un aprendizaje más dinámico y flexible.

Niveles de razonamiento de Van Hiele

El modelo geométrico Van Hiele fue creado por Pierre Van Hiele y Dina Van Hiele profesores de matemáticas, quienes dieron por un modelo de enseñanza y aprendizaje de la geometría el cual consta de cinco niveles de razonamiento: reconocimiento, análisis, clasificación, deducción formal y el rigor, estos niveles son organizados y secuenciados, en donde emergen en los estudiantes cuando se enfrentan a la aproximación de un aprendizaje nuevo En el modelo el aprendiz se ubica en un nivel al iniciar su proceso educativo y a medida

que se va enfrentando al conocimiento y cumple con el proceso específico de nivel su razonamiento continúa el proceso y avanza en los niveles (Vargas & Gamboa, 2013)

Según Jaime y Gutiérrez (1990) El modelo se compone de dos partes:

Descriptiva: En esta etapa se reconoce como se concibe el razonamiento matemático por medio de los niveles de razonamiento.

Instructiva: En esta se genera diferentes Directrices para los docentes, las cuales permiten al maestro dar pautas para que los estudiantes logren el nivel superior de razonamiento a esto se le conoce como fases de aprendizaje.

Niveles de Razonamiento Para Jaime y Gutiérrez (1990) los estudiantes a lo largo de su recorrido escolar generan diferentes formas de evidenciar el conocimiento perfeccionando año tras año su lenguaje, razonamiento y comprensión de la geometría; el Modelo Van Hiele permite describir el proceso cognitivo específico de cada estudiante generando características en su lenguaje verbal y escrito. Para tal clasificación se tienen en cuenta 5 niveles de razonamiento, a continuación, se describen las características generales que se le dan a cada nivel

Nivel 1. Reconocimiento o Visualización: reconoce las figuras geométricas de forma global, atribuyendo características con descripciones generales de la posición, su generalidades físicas, semejanzas con objetos no matemáticas, por otra parte el lenguaje usado para la justificar su razonamiento es básico y se basa exclusivamente en la identificación, comparación y caracterización de los objetos con sus forma física, dejando a un lado las propiedades implícitas, mostrando contradicciones en su pensamiento. Por otra parte, su reconocimiento de la figura geométrica es individualizada, no determina generalizaciones con objetos con características similares.

Para Fouz (2006) el nivel de reconocimiento se basa en tres características fundamentales. La primera en relación con la percepción de los objetos como elementos únicos carentes de atributos y estructura; en la segunda la descripción se realiza a partir de características físicas, comparaciones con elementos similares o se relacionan con objetos del entorno, teniendo dificultad para nombrar figuras geométricas por su nombre, careciendo de un lenguaje matemático básico y por último la tercera característica se atribuye a la falta de descripción de las partes y propiedades que componen el objeto de trabajo.

Nivel 2. Análisis: Su razonamiento se basa en la observación, experimentación y generalización de propiedades matemáticas dadas en los objetos matemáticos, por medio de la visualización; en este nivel el individuo es capaz de describir las propiedades que se pueden usar en una justificación sin tener en cuenta las características mismas de los objetos no estableciendo conexiones lógicas entre las propiedades y los argumentos de estas. Su lenguaje es de tipo informal y se basa en la comprobación de algunos casos.

Para Fouz (2006), el nivel 2. Análisis se desglosan cuatro características que describen los alcances de este nivel, en primera instancia los objetos constan de elementos y propiedades, lo cual surge de la visualización y experimentación, en segundo momento se realizan descripciones de los objetos por medio de propiedades desde un lenguaje informal, sin establecer relaciones con otras figuras y/o propiedades, por tal razón se le dificultad generar una definición de tipo geométrico; en tercera medida por medio de la experimentación concluyen propiedades y características de la propiedades y por último, no realizan clasificación de figuras y/o elementos por medio de sus propiedades.

Nivel 3. Clasificación: Relaciona entre sí las propiedades de diferentes figuras, establece la existencia de otras propiedades por medio de la experimentación, por otra parte comprende

las características de objetos geométricos por medio de sus definiciones y establecimiento de relaciones con las mismas, adicionalmente su razonamiento deductivo es de tipo informal, en donde la comprobación de regularidades de basa en el argumento de las propiedades implícitas, con un lenguaje netamente informal , dejando a un lado encadenamiento secuencial de los razonamientos lógicos y la necesidad de la axiomática de las matemáticas.

Según Fouz (2006) el nivel 3 de clasificación tiene se destaca por cumplir las siguientes características,

1. Las figuras geométricas se describen con un lenguaje geométrico formal estableciendo las condiciones y atributos de las mismas, lo que permite comprender el significado de las definiciones en matemáticas el papel que juegan en ellas y las premisas que se necesitan.
2. Hacen clasificaciones de manera lógica y formal, reconociendo como unas propiedades permiten llegar a otras, estableciendo secuencias entre relaciones y propiedades geométricas.
3. Realizan lecturas de demostraciones, pero no comprenden su estructura, puesto que su nivel de razonamiento lógico es individualizado, no abstrayendo de forma global la demostración, lo que le impide entender la axiomática de las matemáticas y geometría

Nivel 4. Deducción formal: el individuo es capaz de transformar los enunciados de una situación o teorema a un lenguaje formal y preciso; establece diferentes formas de abordar un problema matemático, haciendo uso de deducciones explícitas y formales, en su lenguaje tienen la necesidad de realizar explicación con propiedades, procedimientos para la verificación y argumentación de la información, por medio de premisas lógicas y formales

Para Fouz (2006) los individuos que logran llegar a este nivel y razonar lógicamente se tiene una perspectiva general de la estructura de las matemáticas. Las características el nivel 4, deducción formal son:

1. Se tiene la necesidad de justificar el esquema planteado, realizando deducciones y demostraciones de forma lógica y formal
2. Comprenden y utilizan las propiedades desde sus relaciones, para formalizar sistemas axiomáticos
3. Realiza diferentes tipos de demostraciones para llegar a un mismo resultado, partiendo de premisas diferentes y utilizando diferentes procedimientos para entender los conceptos mismos.

Nivel 5. Rigor: Se tiene la capacidad de realizar demostraciones formales desde diferentes sistemas axiomáticos, adicionalmente su razonamiento es de tipo abstracto en donde puede comparar diferentes sistemas axiomáticos y establecer su equivalencia; Su lenguaje es preciso, formal y lógico en el cual establece la comprensión diferentes estructuras matemáticas.

Según en Fouz (2006), en nivel 5. Rigor se caracteriza por el reconocimiento y apropiación de diferentes sistemas axiomáticos, analizados y comparados desde la perspectiva de diferentes geometrías, por otra parte, el trabajo de la geometría se realiza de forma abstracta y rigurosa la cual, sin la necesidad de la ejemplificación, llegando al nivel más alto de rigurosidad matemática.

Para Jaime y Gutiérrez (1990) los estudiantes de básica primaria y secundaria en su proceso formativo alcanzan como máximo nivel, la deducción formal, debido a que, en el currículo establecido para estos grados de enseñanza, no se tienen en cuenta razonamiento desde diferentes sistemas axiomático, ni su enseñanza llega a solicitar demostraciones formales para la construcción de conceptos matemáticos. El Rigor se obtiene en algunos niveles de educación superior, dedicados a la conceptualización de las matemáticas y demostración de diferentes sistemas axiomáticos.

Según Fouz (2006) los niveles de razonamiento de Van Hiele cuentan con secuencialización y jerarquía entre cada uno de ellos, en donde el orden no puede cambiar debido a que lo implícito de un nivel se convierte en lo específico del siguiente. Por otra parte, el lenguaje utilizado en cada uno de los niveles, en donde escalonar entre niveles va unido con la construcción de un lenguaje matemático, en donde el aprendizaje de las matemáticas no solo se dedica a la adquisición de conocimiento sino a una forma de comunicación y por último la progresión de los niveles para Fouz (2006) se realiza de forma continua mediante conceptos que interactúan entre si y permiten remplazarse por elementos más sencillos y prácticos que los del nivel anterior.

Marco legal

El desarrollo del presente trabajo está enmarcado bajo las orientaciones determinadas por los lineamientos curriculares establecidos por el MEN, Los Estándares Básicos de Competencias definidos para las áreas obligatorias fundamentales y por los DBA (Derechos Básicos de Competencias). En ellos se establecen los procesos y competencias básicas que se deben contemplar en las instituciones educativas para la enseñanza de las matemáticas, determinada

como área obligatoria y fundamental para la educación básica primaria, secundaria y media vocacional. Dentro de este marco se establece lo pertinente que se contempla en cada documento para la asignatura de matemáticas y la enseñanza de la geometría.

Lineamientos curriculares (MEN)

Los lineamientos curriculares MEN (1998) se establecen como orientaciones de tipo epistemológico pedagógico y curricular, desarrolladas por la comunidad académica para establecer el proceso de planificación y fundamentación en las áreas obligatorias establecidas por la Ley General de Educación 115 de 1994 en el artículo 23 donde se establece para las instituciones educativa una especificación de los contenidos temáticos, que conllevan a los docentes a generar en la planificación de sus clases, un enfoque de sistemas que fomente la integración de saberes matemáticos asociados a: la estructura de los números, los desarrollos geométricos, identificación de patrones y medida, análisis estadísticos, lógica y la conceptualización de la noción de conjunto y operaciones.

Desde los lineamientos curriculares se propone a los docentes, para la apropiación de saberes matemáticos, la aplicación de estrategias para la solución de problemas, a partir de preguntas estructurantes para docentes y estudiantes con el fin de generar cuestionamientos que construyan diferentes herramientas y habilidades de pensamiento que desarrollen en el estudiante el conocimiento matemático y la integración de saberes.

Dentro de los lineamientos curriculares en la formación matemática básica, se determina potenciar el pensamiento matemático por medio de adquisición de contenidos que se convierten en herramientas para desarrollar habilidades matemáticas los cuales agrupa y organiza en cinco

pensamientos, establecidos así; pensamiento numérico, pensamiento espacial, pensamiento métrico, pensamiento geométrico y el pensamiento variacional (MEN, 1998)

La base de la investigación es el pensamiento geométrico, donde por su naturaleza se emplea como un insumo para la interpretación, comprensión y concepción de un mundo y sus fenómenos, constituyéndose como una fuente de modelación del espacio, empleada para generar procesos de argumentación a nivel superior. Para tal fin, se hace énfasis en el pensamiento espacial, el cual se considera como la agrupación de procesos cognitivos donde se construyen las representaciones de los objetos del espacio, se establecen relaciones entre ellos, se modifican y transforman, para finalmente generar distintas traducciones y representaciones específicas.

Desde este punto de vista, el énfasis en el quehacer matemático en el aula de clase se enfoca en el desarrollo de la concepción espacial, la identificación, la comprensión, el reconocimiento de las propiedades, las interrelaciones y el uso de figuras bidimensionales y tridimensionales que permitan a los estudiantes realizar diferentes transformaciones espaciales por medio de la observación, análisis, conjeturación y generalización de situaciones problema relacionadas con el concepto geométrico.

Estándares Básicos de Competencias (MEN)

Los estándares básicos de competencias MEN (2006) buscan brindar una educación de calidad para todos los estudiantes que hacen parte del sistema educativo. Es por ello que la educación en Colombia establece una política educativa que pretende propiciar condiciones para que los actores implicados en todos los establecimientos educativos del territorio nacional alcancen los niveles de calidad establecidos en igualdad de condiciones.

Por tanto, los estándares básicos de competencias establecen el conjunto de criterios que permiten evaluar a la comunidad educativa a partir de expectativas comunes asociadas a los estándares de calidad. Constituyen una guía para adoptar métodos que permitan supervisar su desarrollo en el tiempo y diseñar estrategias centradas en el mejoramiento de los procesos teniendo en cuenta las necesidades del contexto, los instrumentos, las pruebas, y las experiencias que permiten generar evaluaciones internas y externas del currículo en cada institución educativa.

En los estándares básicos se propone el componente pedagógico, el cual establece orientaciones y en alcance en las asignaturas básicas obligatorias con el fin de permitir un aprendizaje procesual y sistémico, a lo largo de los diferentes niveles de formación académica por medio de secuencialidad y complejidad en cada grupo de grados, estableciendo los requisitos conceptuales que los estudiantes deben aprender al finalizar cada ciclo de la siguiente forma: de primero a tercero, de cuarto a quinto, de sexto a séptimo, de octavo a noveno, y de décimo a undécimo. MEN (2006). De igual manera, presenta una relación que tiene una coherencia vertical y horizontal que permite atender una organización de tipo secuencial que desarrollen competencias y aprendizajes a alcanzar. En consecuencia, los estándares no son entendidos como metas establecidas y delimitadas en un tiempo fijo determinado, sino como los parámetros para la identificación de procesos que continúan inmersos en su trayectoria educativa.

El MEN (2006) propone para la enseñanza de las matemáticas, cinco procesos generales descritos a continuación;

Formular y resolver problemas, se contempla como un proceso que evidencia el desarrollo de actividades dentro y fuera del aula donde se proporciona un contexto relacionado al quehacer matemático y las vivencias específicas de los estudiantes, lo cual fomenta un

aprendizaje significativo de los saberes matemáticos. Las situaciones contextualizadas permiten desarrollar una actitud mental que conlleva la generación de nuevas estrategias para la solución de problemas. Es importante abordar problemas débilmente estructurados donde sea posible determinar múltiples alternativas de solución donde los estudiantes tengan la posibilidad de construir conocimiento matemático partiendo de la formulación y solución de situaciones problema.

La Modelación: es la representación de la realidad en forma esquema, que permite la comprensión de una situación, estableciendo un concepto concreto para su uso, dicha representación puede ser bidimensional o tridimensional y en ella se establecen las variables y relaciones que para elaborar un modelo matemático con diversos niveles de complejidad para el análisis de conceptos abstractos.

La comunicación, las matemáticas permite realizar conexiones entre lenguajes por medio de representaciones, expresiones que relacionan situaciones de su contexto y representaciones simbólicas de conceptos, para la generación de acuerdos cooperativos que promuevan la construcción del trabajo colectivo y la resignificación de conceptos expresados un lenguaje matemático.

El razonamiento: el desarrollo del razonamiento lógico se inicia en el ciclo inicial donde a partir del contexto se establecen percepciones, interpretaciones, relaciones y conjeturas que al ser trabajadas en el tiempo se modifican y permiten al estudiante trabajar con teorías, modelos, representaciones gráficas y materiales para la validación de conclusiones

En las situaciones de aprendizaje, se debe propiciar el razonamiento desde los distintos saberes y habilidades matemáticas en aspectos espaciales, métricos y geométricos, apoyados en

el uso de gráficas, hipótesis, demostraciones, teorías y conjeturas que potencien el desarrollo del pensamiento lógico en la solución de problemas.

La formulación, comparación y ejercitación de procedimientos: este proceso busca establecer procedimientos reiterativos para la ejecución de conocimientos matemáticos que permitan al estudiante generar destrezas para la aplicación de estrategias que promuevan la solución de problemas.

La implementación de estos cinco procesos generales se debe evidenciar en el desarrollo y fortalecimiento de los “cinco tipos de pensamientos (pensamiento numérico y sistemas numéricos, pensamiento espacial y los sistemas geométricos, pensamiento métrico y sistema de medidas, pensamiento aleatorio y sistema de datos, pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos)” (MEN, 2006), para efectos de la investigación se analiza el pensamiento geométrico y sistemas geométricos que se define como

“el conjunto de los procesos cognitivos mediante los cuales se construyen y se manipulan las representaciones mentales de los objetos del espacio, las relaciones entre ellos, sus transformaciones, y sus diversas traducciones o representaciones materiales “contempla las actuaciones del sujeto en todas sus dimensiones y relaciones espaciales para interactuar de diversas maneras con los objetos situados en el espacio, desarrollar variadas representaciones y, a través de la coordinación entre ellas, hacer acercamientos conceptuales que favorezcan la creación y manipulación de nuevas representaciones mentales (MEN, 2006, p. 61)

Lo cual implica que el pensamiento geométrico abarca objetos bidimensionales tridimensionales los cuales son contemplados en el desarrollo del proceso investigativo. Por otra

parte, la estructura de los estándares básicos de competencias establece con relación a los sólidos geométricos en el ciclo de octavo a noveno el siguiente estándar:

Conjeturo y verifico propiedades de congruencias y semejanzas entre figuras bidimensionales y entre objetos tridimensionales en la solución de problemas. (...)
Uso representaciones geométricas para resolver y formular problemas en las matemáticas y en otras disciplinas. (MEN, 2006, p. 86)

En consecuencia, a lo anteriormente mencionado, es posible la aplicación de este estudio, los grados octavos como se propuso de forma inicial en el planteamiento del problema.

Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA)

Los derechos básicos de aprendizaje (DBA), son un conjunto de aprendizajes enmarcados en la construcción de conocimientos y habilidades que al ser incorporados junto a las actitudes promueven un desarrollo a futuro del estudiante. Por otra parte, los DBA organizan y estructuran los lineamientos curriculares para las áreas fundamentales en los niveles de primaria, básica secundaria y media vocacional. (MEN, 2016)

Los DBA están compuestos por saberes y habilidades básicas, distribuidos en grados de primero a undécimo y se estructuran a través de tres elementos: el primero el enunciado que hace referencia al aprendizaje específico del área, el segundo las evidencias, las cuales son una descripción de los objetivos y el alcance del aprendizaje y por último el ejemplo que expresa situaciones y contextos concretos que complementan las evidencias.

Dado lo anterior, se cita los aprendizajes 4 y 5 establecidos por el MEN (2016) en los que se enmarca esta propuesta establecidos de manera específica para grado octavo en cuanto al pensamiento geométrico y sistemas geométrico se refiere.

4. Describe atributos medibles de diferentes sólidos y explica relaciones entre ellos por medio del lenguaje algebraico (..)

5. Utiliza y explica diferentes estrategias para encontrar el volumen de objetos regulares e irregulares en la solución de problemas en las matemáticas y en otras ciencias (MEN, 2016, pp. 60-61)

Es importante resaltar que dando cumplimiento a lo reglamentado por los anteriores documentos legales, los cuales se ven reflejados en la malla curricular de la asignatura de matemáticas y la matriz de referencia para grado octavo, establecidos en el Colegio Agustiniانو Norte en donde se lleva a cabo la aplicación de esta propuesta, el aprendizaje y desempeños relacionado se encuentra organizado para su implementación en el cuarto periodo académico.

De igual manera, es importante resaltar que la aplicación de esta propuesta se desarrolló dentro de una planeación estricta realizada de manera específica por los integrantes de este documento, en donde se determina paso a paso la implementación de cada una de las actividades que conforman la secuencia didáctica que enmarca el proyecto de investigación.

Marco Conceptual

En este apartado se realizan diferentes definiciones importantes en la construcción del trabajo de investigación, entre ellas se encuentran Pensamiento geométrico, sólidos geométricos, realidad aumentada, y estrategia didáctica.

Pensamiento geométrico Según los lineamientos curriculares MEN (1998) definen el pensamiento geométrico como: “el conjunto de los procesos cognitivos mediante los cuales se construyen y se manipulan las representaciones mentales de los objetos del espacio, las relaciones entre ellos, sus transformaciones, y sus diversas traducciones a representaciones materiales” (p. 56).

En este sentido el pensamiento geométrico a trabajar en la investigación hace referencia a la relaciones y representaciones usadas en el espacio para el reconocimiento de figuras en tres dimensiones, sus características de construcción y las relaciones intrínsecas de sus transformaciones.

Sólidos geométricos: se entiende como sólido geométrico como una figura geométrica en tres dimensiones (espacio), limitada por superficies planas y curvas estas se clasifican en poliedros prismas, pirámides y cuerpos redondos (López, 2017) para efectos de esta investigación se trabajarán los siguientes conceptos

Poliedros son figuras en tres dimensiones, con regiones poligonales, denominadas caras, vértices, puntos en común entre las caras, y aristas, segmentos en los que concurren los polígonos. (López, 2017)

Cubo: Figura en tres dimensiones, también conocido como un sólido platónico (sólidos con caras de polígonos regulares), que consta de seis caras cuadradas y algunos perpendiculares en sus ejes. (López, 2017)

Prisma: Poliedro formado por dos polígonos congruentes paralelos entre sí, denominados bases y paralelogramos que unen a los bases llamados caras laterales, se clasifican en rectos (caras laterales rectángulos) y oblicuos (caras laterales romboides), para efectos de la

investigación se trabajarán prismas rectos, con bases cuadrada, triangular y hexagonal. (López, 2017)

Pirámide: Poliedro compuesto por un polígono como base, sus otras caras, denominadas laterales son triángulos que tienen un vértice en común, se clasifican en pirámides rectas (laterales triángulos isósceles) y oblicuas (laterales, triángulos escalenos)., en la investigación se abordarán pirámides rectas, con bases cuadrada, triangular y pentagonal. (López, 2017)

Realidad aumentada: La Realidad Aumentada (R.A.) es una experiencia técnica y tecnológica que permite a los usuarios interactuar con su entorno empleando proyecciones en dos y tres dimensiones dentro del entorno real, las cuales pueden ser, de cierta forma, manipuladas por los usuarios. La información digital proyectada puede ser desde imágenes hasta contenido multimedia con relaciones directas entre el objetivo de las aplicaciones.

Para Blázquez (2017), La realidad aumentada se define como la información que se obtiene de la observación del entorno próximo y es visualizada a través de una cámara de un dispositivo, en el cual es instalado un software destinado para tal fin. La realidad aumentada puede ser mostrada desde distintos formatos, imágenes, colecciones de imágenes, vídeos, gif, códigos QR o enlaces

Para Azuma (1997) la realidad aumentada debe contar con características específicas donde debe combinar elementos reales y virtuales, se realiza empleando tres dimensiones, se puede interactuar con la interfaz del usuario en tiempo real.

En cuanto a los requerimientos técnicos, la realidad aumentada debe contar con algún dispositivo que procese las imágenes en tiempo real, por tanto la disposición de una cámara es necesaria para su aplicación, a su vez la necesidad de un procesador de gráficos donde se pueda generar dichas representaciones , una pantalla o proyector donde se genere la visualización de la

realidad digital sobre la real, por último, se requiere de un software particular encargado de generar las proyecciones y el tratamiento de los modelos 3D a realidad aumentada. Reinoso (2012)

Dentro de la interacción con las aplicaciones, se puede activar la realidad aumentada de diversas formas, la primera puede ser de forma automática seleccionando solamente el entorno y mostrando de inmediato la proyección digital, también se puede hacer uso de imágenes o códigos QR (Quick Response o respuesta rápida) que, al ser captados por medio de la cámara dentro del software, generarán la activación de la proyección digital.

La realidad aumentada según Lens-Fitzgerald, M. (2009) establece cuatro niveles de R.A. de acuerdo a su implementación y aplicación (Como se cita en Reinoso,2012, p 179-182) .

Dentro de ellas se encuentran:

Nivel 0: Hiperenlace con el mundo físico.

El cual permite compartir el contenido digital con el mundo físico, dentro de la interacción que se encuentra en este nivel se destaca el uso de códigos QR para compartir diversos tipos de información, entre ellas se encuentran accesos WI Fi, enlaces, números de teléfono, aplicaciones que pueden ser descargadas e instaladas según el sistema operativo en el cual trabajen.

Nivel 1: R.A. dispuesta por marcadores.

En este nivel se emplean diversas imágenes o símbolos que pueden ser proyectados de forma digital o impresa, donde por medio de la lectura de una cámara, al ser detectadas por una aplicación particular se puede proyectar sobre ella la información digital o multimedia (modelos en 3D, vídeos, imágenes, localizadores).

El proceso para interactuar con este nivel requiere de imprimir o disponer digitalmente del marcador, dar inicio a la aplicación que realizará la identificación de la etiqueta o marcador y la posterior proyección de la R.A., hacer lectura de la etiqueta. Luego de completar el proceso, el dispositivo por medio de la aplicación proyectará el contenido dispuesto para ese marcador.

Nivel 2: R.A. Markerless

En este nivel no se dispone de una etiqueta o marca en particular, sino que, a partir del reconocimiento de algunas características del entorno por medio de la cámara digital, proyectarán información multimedia como recurso de apoyo del entorno. De cierta forma, el usuario será más libre de proyectar con su teléfono algunas de las características del entorno, y este de forma inteligente le proyectará al usuario diversas opciones con las cuales puede interactuar. No se requiere de marcadores o etiquetas, pero sí de elementos del entorno bien definidos.

Nivel 3 Visión aumentada.

Por último, el nivel 3 establece nuevos avances técnicos y evolutivos de la tecnología como lo es el caso de las gafas inteligentes donde se proyectan imágenes que son interactivas con el entorno del usuario.

Estrategia didáctica: Son acciones pensadas y planeadas por parte de los docentes para que los estudiantes generen el desarrollo de los aprendizajes y a su vez el alcance de los objetivos de la clase. Bajo esta premisa, la estrategia didáctica ofrece una serie de pasos definidos y estructurados por medio de los cuales se busca alcanzar unas metas bien definidas. Para su desarrollo, se requiere de la aplicación de técnicas y procedimientos elegidos para el desarrollo de los aprendizajes de la clase. Por tanto, se debe destacar la importancia de la

planificación dentro del proceso de enseñanza – aprendizaje, donde el docente determina la realidad asociada a los procesos de los estudiantes y así mismo, establece su pertinencia.

Posteriormente se establece una relación no presencial donde los estudiantes a partir de recursos tecnológicos pueden realizar procesos y procedimientos que los motiven y fomenten el desarrollo de los aprendizajes. A su vez, el docente establece la estrategia de aprendizaje, donde realiza actividades que el estudiante de forma consciente realizará para aprender, reconociendo desde su práctica las habilidades, fortalezas y debilidades que surgen del desarrollo de una tarea o actividad particular donde primará las experiencias y relaciones con los conceptos de la clase. Por último, se genera la reflexión asociada a la descripción de los aprendizajes alcanzados por los estudiantes frente a las metas planteadas y su respectiva retroalimentación Feo (2009).

Para realizar dicho proceso, Smith y Ragan (1999) establecen una secuencia didáctica bien definida a partir de un modelo con cuatro momentos importantes dentro de la didáctica, inicio, desarrollo, de cierre y evaluación (como se cita en Feo, 2009, p. 230 - 231).

El inicio: El cual está relacionado con la activación de la atención teniendo en claro el propósito del aprendizaje que se buscará en la clase y a su vez despertando en los estudiantes el interés y la motivación por el aprendizaje. Del mismo modo se establece una visión preliminar de la actividad haciendo uso de los recursos necesarios para su implementación.

El desarrollo: Es la etapa donde se procesa la información a partir del contexto de los estudiantes empleando ejemplos bien definidos, se busca captar la atención de los estudiantes frente al desarrollo de las actividades, se emplean recursos que promuevan la enseñanza – aprendizaje de los contenidos. En esta etapa es esencial la práctica centrada en la apropiación de procesos.

Momento de Cierre: En esta etapa, el docente realiza actividades finales, que busquen afianzar los aprendizajes y retroalimentar a los estudiantes frente a sus desarrollos, se establecen conexiones frente a los aprendizajes a partir de la reflexión individual y colectiva.

Momento de evaluación: Esta etapa se brinda desde el inicio del proceso, la cual establece momentos de reflexión y retroalimentación constante en cada una de las etapas de la secuencia buscando la mejora en los procesos de los estudiantes a futuro. Feo (2009).

CAPÍTULO 3. Metodología.

Tipo y diseño metodológico.

La metodología de investigación se tiene en cuenta tres elementos, tipo, método y enfoque de la investigación que permiten delimitar los alcances de la misma y direccionan el trabajo investigativo. En el caso particular de la investigación abordada se determinará dichos elementos para dar cumplimiento a los objetivos planteados.

Para Hernández et al. (2014), el tipo de investigación descriptiva tiene como objeto caracterizar procesos por medio de análisis de un fenómeno desde las variables definidas, con el fin de abordar la investigación desde los puntos de vista de las variables.

En el desarrollo de la investigación se hace uso del método de investigación inductivo, el cual basa su trabajo en el estudio de las características particulares o generales de un suceso, acontecimiento o contexto para generar, a partir de su análisis, una propuesta de acción o desarrollo de un postulado de carácter general.

Según Calduch (2012), el método de investigación inductiva parte del análisis de características particulares o singulares hasta lograr un alcance general, a lo cual, se hace referencia directa al carácter inductivo del estudio. Por tanto, tal estudio suele ser la consecuencia de un proceso lógico y sistemático de comparación de un estado inicial y un estado previo, donde se diferencian las causas originales con las causas intervinientes a partir de los diversos contextos donde fue aplicado para poder generar postulados o proposiciones a partir de su implementación. La repetición y los patrones en el análisis dentro del estudio son generados teniendo en cuenta la diferenciación entre los individuos o sujetos participantes de la

investigación. Dichos datos son un factor determinante en la veracidad del proceso y en la posible formulación del postulado.

El enfoque cuantitativo de la investigación es de tipo secuencial y riguroso el cual permite delimitar una idea que conlleva a la formulación de hipótesis y variables que permitan al investigador, por medio de la recolección y análisis estadístico, establecer patrones de comportamiento y prueba de nuevas teorías. Por otra parte, permite describir tendencias, evaluar procesos, identificar congruencias, medir resultados y concluir la veracidad de la implementación de la metodología (Hernández et al., 2014)

A partir de lo anterior, la investigación en curso es de enfoque cuantitativo, de tipo descriptiva con un método de investigación inductiva debido a que se busca el desarrollo del pensamiento geométrico a partir de la aplicación y análisis estadístico de una prueba denominada pretest, desde dos corrientes, la primera en relación a elementos estadísticos que delimiten el estado inicial de los estudiantes en cuanto a los sólidos geométricos y la segunda el nivel de argumentación geométrica por medio de los niveles de razonamiento Van Hiele. Posteriormente se aplica una secuencia de actividades, en donde se abordarán sólidos geométricos por medio de modelado 3D, para finalmente evaluar el nivel de avance de los estudiantes después aplicación de la herramienta tecnológica, a través de una prueba denominada *postest*, la cual cuenta con las mismas características y análisis de la prueba inicial.

Variables

En la siguiente tabla se describen dos tipos de variables (Dependiente e Independiente)

Tabla 2

Tabla de Variables Dependientes e Independientes

Variable	Tipos de variable	Definición conceptual	Dimensiones	Indicadores	Instrumento
Desarrollar el pensamiento geométrico en estudiantes de grado octavo	Dependiente	El pensamiento geométrico es el conjunto de procesos conceptuales con los cuales se construyen, caracterizan e interactúan las diferentes representaciones de los objetos del espacio y sus diversas traducciones a representaciones materiales	Interés de los estudiantes por el desarrollo de actividades propuestas. Conocimientos previos de los estudiantes con relación al pensamiento geométrico Capacidad de los estudiantes por relacionar el pensamiento geométrico con su realidad.	Ambiente propicio para el desarrollo de actividades Construcción del pensamiento geométrico por medio de la apropiación de nuevos conocimientos. Aplicación del nuevo conocimiento a la solución de situaciones problema que se generan en su entorno.	Pre- test: Test que permite evidenciar los conceptos previos en relación con el pensamiento geométrico. Post- test: Prueba que establece el alcance de los estudiantes con respecto al pensamiento geométrico
Implementación de una estrategia didáctica a través del modelado 3D.	Independiente	Acciones planeadas por los docentes que tienen como fin el desarrollo de aprendizajes a partir del desarrollo de actividades, técnicas y procedimientos que permiten al docente formalizar y orientar el aprendizaje.	Conocimiento de las herramientas digitales de aprendizaje. Interés por el uso de recursos digitales y tecnológicos en clase.	Uso de los recursos digitales (modelado 3D y realidad aumentada) plataforma. Mejora en el rendimiento académico de los estudiantes a comparación con la entrada. Desarrollo de la actividad planteada haciendo uso de la estrategia y los recursos.	Diario de campo de clase que permite detallar el proceso realizado, las herramientas y la planeación de la estrategia. Prueba Postest que establece el grado de efectividad de la estrategia didáctica

Nota: Características de las variables dependientes e independientes establecidas para el estudio. Elaboración propia.

Población y Muestra

La población seleccionada para el desarrollo del presente trabajo de investigación corresponde a los estudiantes de grado 8° del Colegio Agustiniانو Norte con un total de 218 personas, los cuales están agrupados en siete cursos en jornada única, categorizados del A al G. Teniendo en cuenta la situación de salud pública presentada por el COVID 19, la institución implementa la modalidad virtual para el año 2020 por tal razón todo el proceso académico se lleva a cabo por medio de herramientas tecnológicas virtuales específicamente a través de las plataformas Teams y Zoom. Para efectos de la investigación y las disposiciones de la institución se autorizó la aplicación en tres grupos del total del grado octavo (A, B y C,) en donde, se solicitó a los padres familia autorización para la participación en el proceso de investigación, obteniendo un total de 51 estudiantes, quienes aplicaron el formato caracterización y autorización los conformaron la población objeto de estudio.

Es importante tener presente que por efectos de la organización institucional los estudiantes se encuentran en grupos previamente asignados y que a pesar de tener una muestra seleccionada de 51 estudiantes se debe aplicar la misma metodología a los siete grupos, por las directrices y homogeneidad planteadas en la institución educativa, se debe cumplir la planeación general, estrategias didácticas y herramientas pedagógicas. Es importante aclarar que el fin de este estudio no busca la generalización de los resultados en la muestra, sino establecer las relaciones directas o indirectas entre las variables estipuladas para la investigación.

El número de estudiantes por grupo que autorizaron la participación en el estudio son:

Tabla 3

Número de estudiantes con autorización para aplicación de la investigación

GRUPO	No. DE ESTUDIANTES
A	17
B	15
C	19
TOTAL	51

Nota: Número total de estudiantes considerados para el estudio organizados por cada uno de los grados a intervenir. Elaboración propia.

Hipótesis

A partir de la implementación de una estrategia didáctica los estudiantes de grado octavo del Colegio Agustiniانو Norte reconocerán las propiedades de los sólidos, fortaleciendo el pensamiento geométrico por medio del modelado 3D y herramientas tecnológicas.

Fases de diseño Metodológico

En la siguiente tabla se realiza la descripción de las fases dispuesta para el diseño metodológico, en donde cada fase se estipula el objetivo, la técnica o instrumento a usar, mecanismos de evaluación y el tiempo destinado para su ejecución

Tabla 4

Fases del diseño Metodológico.

Fases	Objetivo	Técnica o instrumento	Mecanismo de evaluación	Tiempo
Caracterización de la población	Reconocer la población y los recursos tecnológicos disponibles para la aplicación de la estrategia didáctica.	Encuesta de caracterización de la población por medio de Formulario de Office 365 que contiene 14 preguntas.	Se realizará la aplicación de una encuesta de característica diseñada con la herramienta Forms Office 365. Posteriormente se analizará la información a través de Microsoft Excel	2 semanas
Aplicación de prueba Pretest	Identificar conceptos previos de los estudiantes frente a los sólidos geométricos	Prueba Pretest, por medio de la plataforma Forms (cuestionario) de Office 365 la cual consta de cinco preguntas relacionadas con el pensamiento geométrico.	Se analizará los resultados de la prueba Pretest, por medio de Microsoft Excel relacionando los niveles de Van Hiele	1 semana
Implementación de estrategia didáctica	Fomentar el uso de herramientas digitales y dispositivos móviles para el aprendizaje de los sólidos geométricos.	Diario de campo en documento de texto donde se evidencia el desarrollo de la estrategia didáctica implementada y los recursos digitales de modelado y realidad aumentada aplicados en la investigación.	Se analizará las actividades de clase empleando las diversas aplicaciones utilizadas por algunos de los estudiantes permitiendo establecer la relación entre el uso de los recursos digitales y los resultados de las actividades.	2 semanas
Aplicación de prueba Post - test	Analizar el alcance obtenido por los estudiantes relacionado con el reconocimiento de los sólidos geométricos posterior a la aplicación de la estrategia didáctica.	Prueba Postest por medio de la plataforma Microsoft Office 365 Formulario. Cuenta con 5 preguntas directamente asociadas al pretest y dos preguntas extra para establecer el uso de la estrategia empleando el recurso digital.	Se realizará el análisis de las pruebas aplicadas por medio Microsoft Excel relacionando los niveles de Van Hiele	1 semana

Nota: Diseño metodológico a realizar donde se destacan cada una de las etapas y tiempos para el desarrollo del estudio. Elaboración propia

Instrumentos

En el siguiente apartado se describe la construcción de cada uno de los instrumentos aplicados en el desarrollo de la investigación: *Caracterización de la población, diario de campo (planeación), pruebas pretest y post- test.*

Caracterización de la población

Se diseñó una encuesta con 14 preguntas de carácter cerrado con y escala Likert relacionadas con el reconocimiento de las principales características de los estudiantes con los cuales se realizó la implementación de la estrategia didáctica, las cuales estaban relacionadas con edad, estrato socioeconómico, número de integrantes de la familia, número de dispositivos electrónicos, acceso a internet, acompañamiento de los padres de familia en el proceso de aprendizaje y el reconocimiento de estrategias aplicadas en el aula para el desarrollo de conceptos de sólidos y del pensamiento geométrico. (Ver Anexo A)

Este instrumento fue diseñado en la plataforma Forms de Office 365, por los autores con el direccionamiento de la asesora, para posteriormente ser presentado y aprobado por las directivas del Colegio Agustiniانو Norte, de manera seguida se aplicó a 53 estudiantes de grado octavo de la institución, que corresponden a la población seleccionada para la aprobación e implementación de la estrategia.

Diario de Campo.

Dentro del desarrollo de la implementación de la estrategia y la intervención con los estudiantes, se hizo uso del instrumento **diario de campo** teniendo en cuenta las características

establecidas por la institución donde se destaca: “es un instrumento que formaliza y da cuenta del trabajo desarrollado en el entorno de clase y, a la vez, es un instrumento básico para la investigación pedagógica.”. (“comunicación personal”, septiembre 1, 2020)

Teniendo en cuenta esta premisa, el documento de planeación periódica hace parte del diario de campo y en él se establecen las características principales del desarrollo de las clases en dos partes, en un primer espacio se evidencia el docente responsable (1) de la ejecución del plan periódico, la técnica didáctica (2), asociada al área de conocimiento y estipulada por la institución, las competencias relacionadas (3), están directamente vinculadas con los lineamientos curriculares del área, los estándares básicos de competencias, derechos básicos de aprendizaje y las necesidades del grado en particular, los componentes (4), los aprendizajes (5) relacionados con las habilidades de pensamiento que el estudiante desarrollará en el transcurso del conjunto de desempeños (6), relacionados con el saber - hacer, la aplicación del aprendizaje y las actividades evaluativas a realizar(7)

Tabla 5

Encabezado de Planeación Periódica, Colegio Agustiniانو Norte

		COLEGIO AGUSTINIANO NORTE COORDINACIÓN ACADÉMICA PLANEACIÓN PERIÓDICA		FRCANCA33
		ÁREA/ASIGNATURA/DIMENSIONES/SUBJECT:	GRADO/GRADE:	PERIODO/TERM:
				APROBADO POR/APPROVED BY:
DOCENTE(S) RESPONSABLE(S)/ TEACHERS IN CHARGE:		1		
TÉCNICA DIDÁCTICA/ TEACHING TECHNIQUE:		2		
COMPETENCIA(S)/COMPETENCE(S):		3		
		4		
APRENDIZAJE(S)/ LEARNING (S):	DESEMPEÑOS/ACHIEVEMENTS:	ACTIVIDAD	EVALUATIVA/OBJETIVO/	ASSESSMENT
5	6	7		
		ACTIVITIES/OBJECTIVE:		

Nota: Encabezado de planeación periódica del Colegio Agustiniانو Tomado de Planeación periódica. Formato

FRCANCA33, Colegio Agustiniانو Norte, Documento Controlado por la organización, 2020

Posteriormente para el desarrollo de la técnica didáctica el colegio resalta:

Las técnicas didácticas se ejecutan en tres fases: exploración, fundamentación y síntesis, que se abordan, sin excepción, en el orden establecido. Cada desempeño o grupo de desempeños se cierra con la fase de síntesis. (“comunicación personal”, septiembre 1, 2020)

El desarrollo de cada una de las fases implica la aplicación de las actividades didácticas divididas en dos partes. La primera consta de una clase sincrónica de una hora donde el docente apoyado de las herramientas del modelado 3D y la realidad aumentada, orienta a los estudiantes en el desarrollo de las actividades buscando potenciar el desarrollo del pensamiento geométrico.

La segunda parte promueve la aplicación de actividades de forma autónoma donde los estudiantes ponen en práctica sus aprendizajes a partir de experiencias didácticas con un propósito establecido, en este caso fomentar el desarrollo de habilidades asociadas al reconocimiento y caracterización de los sólidos geométricos.

El documento de planeación periódica cuenta además con un espacio de observaciones donde el docente registra las apreciaciones significativas del trabajo desarrollado y los posibles aportes que mejorarán a futuro el desarrollo de las actividades propuestas.

Tabla 6

Formato de secuencias de actividades en la Planeación Periódica,

FASE DE EXPLORACION/ WARMING UP	N° DE HORAS/HOURS:
ACTIVIDAD DIDACTICA/ DIDACTIC ACTIVITY:	OBSERVACIONES/REMARKS:
Recursos/ Resources:	

Elaborado por: Coord. Académica
Fecha: 18/01/2020

Revisado por: Coord. Académica
12/03/2020
Página 1 de 3

Aprobado por: Coord. de Calidad
15/03/2020

Nota: Formato para la planeación de actividades didácticas y observaciones en la aplicación de estas, del Colegio Agustiniiano Norte. Tomado de “Planeación periódica. Formato FRCANCA33” Colegio Agustiniiano Norte, Documento Controlado por la organización, 2020

Este documento es realizado por los autores, revisado y aprobado por un experto (jefe de área y coordinación académica) que avalan su implementación y desarrollo en el aula por medio de un control de actividades didácticas y revisión de clase. (Ver Anexo B)

Tabla 7

Formato de Aprobación de la planeación periódica

		COLEGIO AGUSTINIANO NORTE COORDINACIÓN ACADÉMICA PLANEACIÓN PERIÓDICA		FRCANCA33
ÁREA/SIGNATURA/DIMENSIONES/SUBJECT:	GRADO/GRADE:	PERIODO/TERM:	FECHA/DATE: (fecha del conjunto de desempeños)	
		APROBADO POR/APPROVED BY:		

Nota: Formato para la planeación de actividades didácticas y observaciones en la aplicación de estas, del Colegio Agustiniانو Norte. Tomado de “Planeación periódica. Formato FRCANCA33” Colegio Agustiniانو Norte, Documento Controlado por la organización, 2020

Prueba Pretest

Se diseñó un cuestionario denominado prueba Pretest compuesto por cinco preguntas de las cuales cuatro son de carácter abierto y una pregunta de tipo cerrada. El objetivo de este instrumento es identificar el conocimiento previo que tienen los estudiantes frente a la geometría espacial y su relación directa con el nivel educativo en el que se encuentran al inicio de la investigación.

Para la construcción del documento se tuvo en cuenta la siguiente estructura; primero se determinó el objetivo que debía alcanzar cada una de las preguntas, seguido a ello se estableció una lista de chequeo que permite determinar la intención y la estructura de cada pregunta. (Ver Anexo C)

En segundo lugar, se estructura el conjunto de preguntas y se ponen en consideración a la revisión y aprobación de expertos, uno disciplinar y el asesor de trabajo de grado, posterior a la aprobación se realiza un pilotaje aplicando la prueba a dos estudiantes, no pertenecientes a la población, con el fin de reconocer la pertinencia del lenguaje, el tiempo destinado para su aplicación y la comprensión de las preguntas.

Por último, se realiza un nuevo documento con el planteamiento de las preguntas empleando la plataforma Office 365 (Forms), para posteriormente aplicar la prueba a los estudiantes de grado octavo del Colegio Agustiniانو Norte seleccionados para la investigación. En la estructura del cuestionario, cada una de las preguntas tiene un espacio en donde el estudiante argumenta el proceso que lo llevó a determinar la respuesta dada. (Ver Anexo D)

Prueba Postest

Se diseñó un cuestionario denominado prueba Postest compuesto por seis preguntas de las cuales cinco están relacionadas con el pensamiento geométrico - espacial y una pregunta que establece la frecuencia de uso de las herramientas tecnológicas aplicadas en la estrategia didáctica (modelado 3D y realidad aumentada). El objetivo de este instrumento es validar los procesos de pensamiento geométrico que se obtuvieron posterior a la metodología empleada y la pertinencia de la misma.

Para la construcción del documento se tuvo en cuenta la siguiente estructura; primero se determinó la alineación de los objetivos de cada una de las preguntas con respecto a la lista de chequeo empleada de forma previa, relacionando cada uno de los puntos con las preguntas de la prueba pretest. (Ver Anexo E)

En segundo lugar, se construye la prueba y se ponen en consideración a la revisión y aprobación de expertos, uno disciplinar y el asesor de trabajo de grado.

Por último, se realiza un nuevo documento con el planteamiento de las preguntas empleando la plataforma Office 365 (Forms), para posteriormente aplicar la prueba a los estudiantes de grado octavo del Colegio Agustiniانو Norte seleccionados para la investigación. En la estructura del cuestionario, cada una de las preguntas tiene un espacio en donde el estudiante argumenta el proceso que lo llevó a determinar la respuesta dada y al final una pregunta de escala Likert en donde los estudiantes establecen la frecuencia de uso de las herramientas tecnológicas propuestas en la estrategia didáctica.

Es importante tener en cuenta que la aplicación de la prueba postest se realizó como una actividad evaluativa planeada en el diario de campo, lo que permitió determinar una valoración numérica a cada prueba y establecer el nivel de alcance generado en los estudiantes frente al pensamiento geométrico- espacial para posteriormente compararlo con los resultados obtenidos en el pretest.

Para realizar el análisis de datos se categorizó las respuestas de los estudiantes, por medio de los niveles de razonamiento planteados por el modelo de Van Hiele (Jaime & Gutiérrez, 1990) el cual permite establecer un comparativo de los resultados obtenidos en el estudio, posteriormente se determina la media y la desviación estándar de los datos obtenidos en cada una de las preguntas planteadas en el Pre test y el Postest por medio del programa Excel.

CAPÍTULO 4. Análisis de Resultados.

Técnicas de análisis de datos

En el desarrollo del proyecto de investigación se tuvo en cuenta los resultados obtenidos por una encuesta de caracterización, la cual permite describir la población objeto de estudio y la creación de una lista de chequeo con la cual se estableció las características e intenciones de cada pregunta planteada en el pretest y Postest.

Según Jaime y Gutiérrez (1993), el modelo de Van Hiele está compuesto por la idea que, en el proceso de aprendizaje de la geometría, los estudiantes pasan por diferentes niveles de razonamiento que tienen como característica su jerarquización y secuencialidad dado que no se puede omitir alguno en el desarrollo del proceso. Según el modelo, se tiene en cuenta cinco niveles de razonamiento (reconocimiento, análisis, clasificación, deducción formal y rigor) cada nivel aporta una descripción distinta en el razonamiento del pensamiento geométrico a partir de la comprensión y utilización de objetos geométricos donde el estudiante debe reconocer, analizar, clasificar, definir y demostrar.

Teniendo en cuenta los niveles de razonamiento geométrico de Van Hiele y los objetivos de cada pregunta dispuesto en la lista de chequeo (Ver Anexo C), se procede a establecer los niveles por pregunta de manera secuencial, donde a partir de la situación planteada se organizan secuencialmente en cuatro niveles de la siguiente forma:

1. Reconocimiento
2. Análisis
3. Clasificación
4. Deducción Formal

En esta investigación no se tiene en cuenta el quinto nivel de razonamiento, Rigor, pues este, propone deducciones de tipo demostrativas, y axiomáticas desde los fundamentos de la geometría. Dado su nivel de abstracción y complejidad, este nivel se alcanza en formación de educación superior, en carreras que requiera el estudio profundo de la geometría (Vargas & Gamboa, 2013)

Según lo anterior, se ubican las respuestas de los estudiantes en cada pregunta de acuerdo con el nivel de razonamiento obtenido, para ser comparado pregunta a pregunta entre el pretest y Postest, estableciendo media y desviación estándar. A continuación, se describe la secuencia definida para el análisis de datos

Caracterización

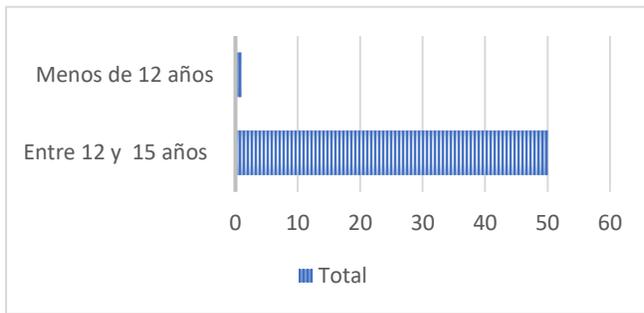
El presente proyecto de investigación es de carácter cuantitativo descriptivo debido a que permite realizar un análisis de la información de forma detallada, objetiva y permite caracterizar los procesos por medio de las variables definidas (Hernández et al., 2014).

Se inicia el proceso con la información arrojada por una encuesta de caracterización, que permite describir la población seleccionada para desarrollar el trabajo de investigación. Esta se aplicó a 51 estudiantes de grado octavo del Colegio Agustiniانو Norte encontrando la siguiente información:

a. La edad de los estudiantes se encuentra en su mayoría entre 12 y 15 años que representan el 98% de la población y un 2% tiene menos de 12 años.

Figura 3

Pregunta 1. Encuesta Caracterización

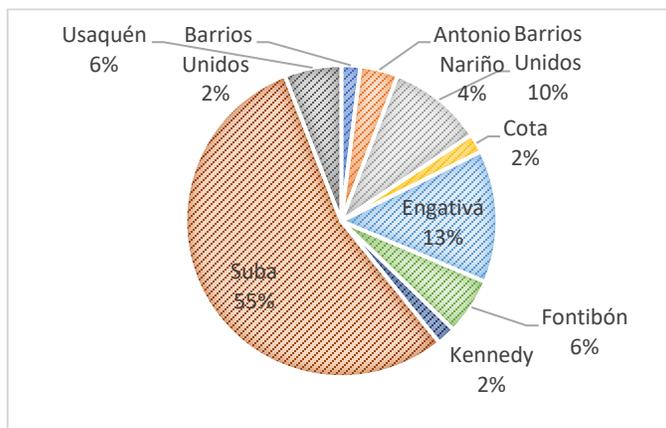


Nota: Diagrama de Barras para la pregunta 1 de Encuesta de Caracterización. Elaboración Propia

b. La población está ubicada en diferentes localidades de Bogotá, acentuando una gran cantidad de personas en el norte de la ciudad. En la gráfica se evidencia el porcentaje habitabilidad distribuido de por las diferentes localidades de la ciudad. Un estudiante que corresponde al 2% se encuentra ubicada a las afueras de Bogotá (Cota)

Figura 4

Pregunta 2. Encuesta Caracterización

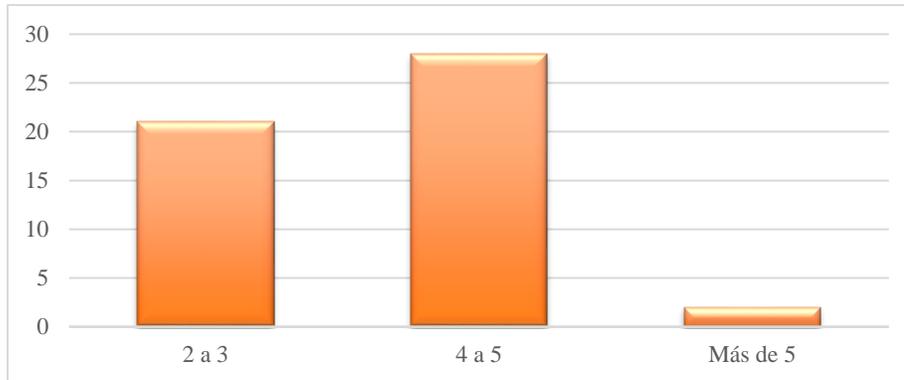


Nota: Diagrama Circular para la pregunta 2 de Encuesta de Caracterización. Elaboración Propia

c. El entorno familiar de los estudiantes está conformado por más de dos personas teniendo un 41% personas que cuenta con 2 a 3 integrantes, 55% con 4 a 5 integrantes

Figura 5

Pregunta 3. Encuesta Caracterización

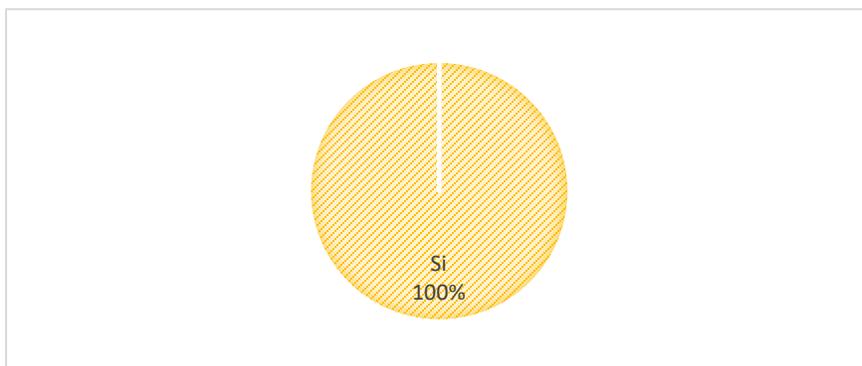


Nota: Diagrama de Barras para la pregunta 3 de Encuesta de Caracterización. Elaboración Propia

d. En la pregunta relacionada con tener acceso al servicio de internet en el hogar el 100% de los estudiantes de la muestra responden de manera afirmativa, todos cuentan con el servicio.

Figura 6

Pregunta 4. Encuesta Caracterización

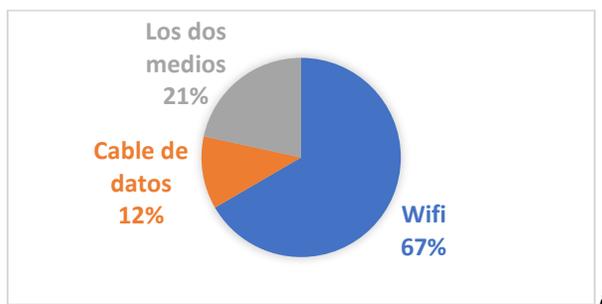


Nota: Diagrama de circular para la pregunta 4 de Encuesta de Caracterización. Elaboración Propia

e. En la pregunta asociada al medio de acceso a Internet, se observó que el 66.6% de la población empleaba conexión Wifi, un 11.8% utilizaba únicamente cable de datos y un 21,6% empleaba ambos medios de conexión a Internet.

Figura 7

Pregunta 5. Encuesta Caracterización

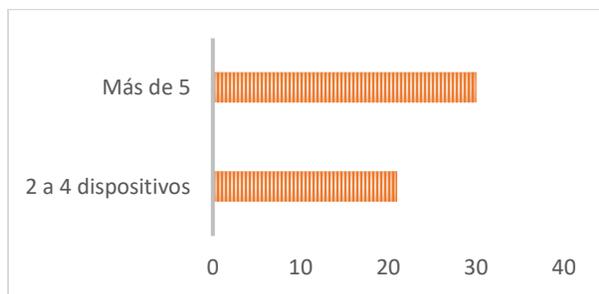


Nota: Diagrama Circular para la pregunta 5 de Encuesta de Caracterización. Elaboración Propia

f. En cuanto a los dispositivos con los cuales se cuenta en el hogar, el 41.2% manifestó que contaba con 2 a 4 dispositivos mientras que el 58,8% manifestó que contaba con más de 5 dispositivos en su hogar.

Figura 8

Pregunta 6. Encuesta Caracterización

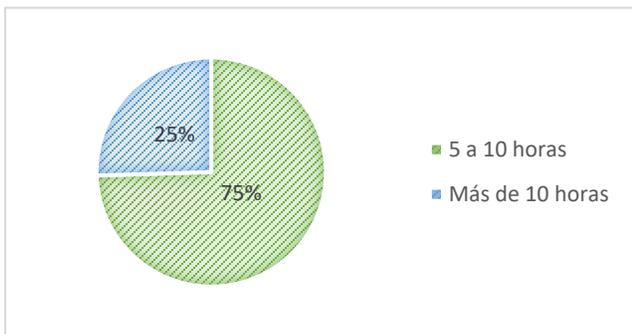


Nota: Diagrama de barras para la pregunta 6 de Encuesta de Caracterización. Elaboración Propia

g. En la pregunta asociada al tiempo en el cual permanece conectado al día en Internet, el 74,5% de la población que corresponde a 38 estudiantes manifestó estar conectada de 5 a 10 horas, mientras que el 25,5% de la población que son 13 estudiantes permanece más de 10 horas al día conectado a la red.

Figura 9

Pregunta 7. Encuesta Caracterización

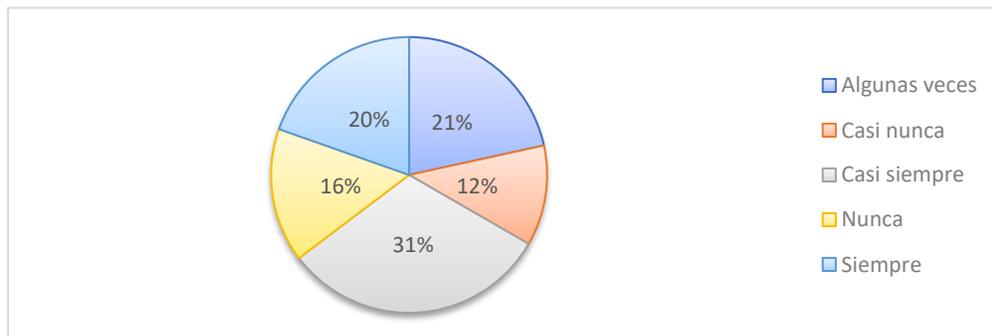


Nota: Diagrama Circular para la pregunta 7 de Encuesta de Caracterización. Elaboración Propia

En cuanto al acompañamiento al desarrollo de las clases por parte de un adulto el 19,6% manifestó estar siempre acompañado de un adulto, el 31,4 casi siempre, el 21,6% algunas veces, el 11,8% casi nunca y el 15,7% nunca.

Figura 10

Pregunta 8. Encuesta Caracterización

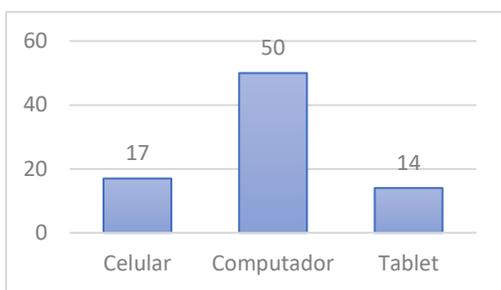


Nota: Diagrama Circular para la pregunta 8 de Encuesta de Caracterización. Elaboración Propia

h. En la pregunta relacionada con el tipo de dispositivo que utiliza para desarrollar las actividades los resultados obtenidos fueron; 17 estudiantes que corresponden al 33% cuentan con celular, 50 personas que son el 98% tienen computador y Tablet el 27% que corresponde a 14 estudiantes, siendo así que para realizar las actividades en su mayoría tiene a su disposición un computador.

Figura 11

Pregunta 9. Encuesta de Caracterización

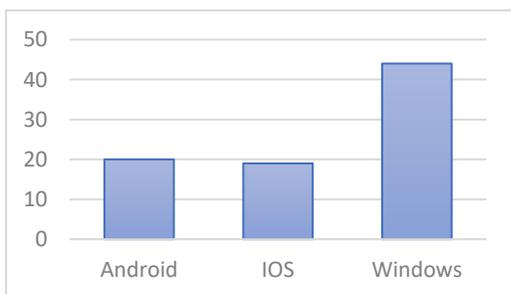


Nota: Diagrama de barras para la pregunta 10 de Encuesta de Caracterización. Elaboración Propia

En relación con el sistema operativo con el que cuentan los estudiantes en sus dispositivos, 20 de ellos que representan el 39,2 % tienen sistema Android, el 37,2 % que son 19 estudiantes tienen IOS y el sistema operativo Windows lo tienen 44 personas del grupo seleccionado con un porcentaje de participación del 86,3%.

Figura 12

Pregunta 10. Encuesta Caracterización



Nota: Diagrama Circular para la pregunta 10 de Encuesta de Caracterización. Elaboración Propia

i. En la pregunta relacionada con calificar la frecuencia de uso de las siguientes actividades presenta lo siguientes respuestas

Tabla 8

Pregunta 11. Encuesta Caracterización

Aspecto	Siempre	Casi Siempre	Algunas Veces	Casi Nunca	Nunca
Uso de videojuegos con Realidad aumentada	12%	12%	13%	4%	59%
Usa herramientas tecnológicas para abordar contextos geométricos	10%	12%	51%	8%	19%
Con qué frecuencia en clase de matemáticas se usan herramientas tecnológicas	25%	12%	43%	20%	0%
Según su percepción las matemáticas se relacionan con la tecnología	26%	27%	33%	8%	6%
Cuando su profesor le habla de sólidos geométricos (Cubos, Poliedros), los trabaja por medio de herramientas tecnológicas (GeoGebra, Geoenzo, entre otras)	16%	14%	43%	15%	12%
Cuando su profesor trabaja sólidos geométricos, trabaja descomposiciones o desarrollos plano	6%	26%	31%	12%	25%

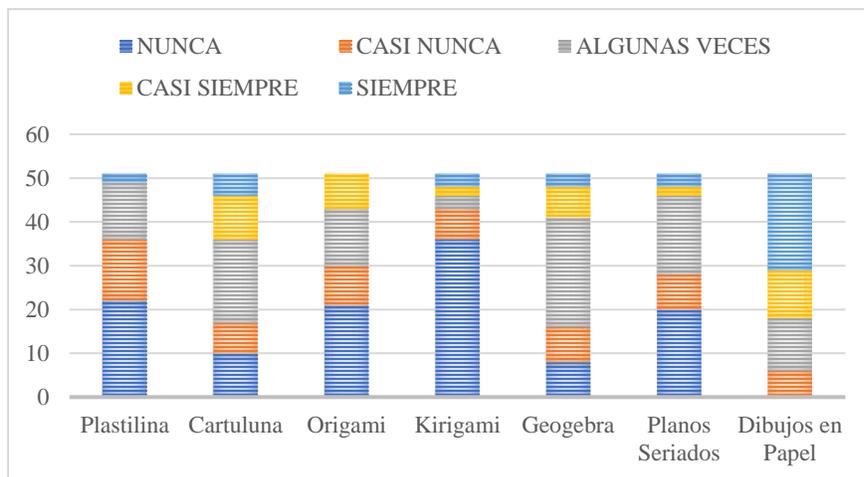
Nota: Tabla de respuestas pregunta 11 de Encuesta de Caracterización. Elaboración Propia

Con lo cual se puede evidenciar que los estudiantes se les dificulta reconocer la relación entre las herramientas tecnológicas y el uso que se le da en las clases de matemáticas, específicamente cuando se aborda conceptos geométricos; por otra parte los estudiantes manifiestan en un 59 % nunca haber tenido algún tipo de interacción con el contexto de la realidad aumentada, por último se muestra dificultad en el reconocimiento de características propias de los sólidos geométricos ya que en un 37 % expresa nunca haber realizado descomposiciones planas de los diferentes poliedros geométricos.

j. En la pregunta relacionada con la frecuencia de uso de diferentes materiales en clase de matemáticas para la construcción de sólidos geométricos, se relaciona a continuación la gráfica con las respuestas obtenidas

Figura 13

Pregunta 12. Encuesta Caracterización



Nota: Diagrama de barras para la pregunta 12 de Encuesta de Caracterización. Elaboración Propia

En donde los estudiantes mencionan el uso de dibujos en papel como herramienta principal de aprendizaje de los sólidos geométricos, por otra manifiestan la poca utilización de material concreto en la construcción del pensamiento espacial.

Adquisición de los niveles de Van Hiele comparando de Pre test vs Post test

En el siguiente apartado, se analiza los resultados de cada pregunta obtenida en el Pretest y Postest (Ver Anexo G y H), definido en cada uno los niveles de razonamiento de Van Hiele, según las intenciones propias de la pregunta, para posteriormente describir la media y la desviación estándar y generar conclusiones frente al desempeño entre los niveles finales de cada una de las pruebas. Las preguntas específicas de las pruebas se encuentran en el Anexo D y E

Pregunta 1 (Pretest)

Tabla 9

Descripción de niveles de razonamiento de Van Hiele para pregunta1(Pretest)

No	Nivel de Van Hiele	Características	Cantidad	Porcentaje
3	Clasificación (3)	Realizar la transformación de la descomposición plana al sólido geométrico, determinando una de sus caras y las mencionando características	6	12%
2	Análisis (2)	Construye dos cubos diferentes, realizando su representación gráfica, a partir de un desarrollo plano dado	18	35%
1	Reconocimiento (1)	A partir del desarrollo plano original establece otras descomposiciones en dos dimensiones, sin coherencia a la inicial Se les dificulta responder la pregunta por su no identificación de las propiedades de los sólidos geométricos.	21	41%
0	No Responde	No se evidencia respuesta a la pregunta.	6	12%

Nota: Descripción según los niveles de Van Hiele para realizar análisis de información obtenida en la pregunta N°1 del Pretest. Elaboración propia.

Pregunta 1 (Postest)

Tabla 10

Descripción de niveles de razonamiento de Van Hiele para pregunta 1 (Postest)

No	Nivel de Van Hiele	Características	Cantidad	Porcentaje
4	Deducción formal	Identifica y reformula su respuesta trasladándola a un lenguaje matemático más preciso, relacionándolo con los sólidos geométrico	5	10%
3	Clasificación	Identifica y describe la transformación de la descomposición plana al sólido geométrico, identificando sus características	9	18%
2	Análisis	Identifica diferentes desarrollos planos y su respectivo cuerpo geométrico	17	33%

Nota: Descripción según los niveles de Van Hiele para realizar análisis de información obtenida en la pregunta N°1 del Postest. Elaboración propia.

Continuación

Tabla 10

Descripción de niveles de razonamiento de Van Hiele para pregunta 1 (Postest)

1	Reconocimiento	A partir del desarrollo plano original de un sólido establece generalización con la forma	19	37%
		Se les dificulta responder la pregunta por su no identificación de las propiedades y desarrollos planos de los sólidos geométricos.		
0	No responde	No se evidencia respuesta a la pregunta.	1	2%

Nota: Descripción según los niveles de Van Hiele para realizar análisis de información obtenida en la pregunta N°1 del Postest. Elaboración propia.

Al realizar la comparación y analizar los resultados la pregunta 1 de la prueba pretest y postest relacionadas con la identificación de desarrollos planos y su representación en tres dimensiones, se observa un 10% estudiantes en el nivel deducción formal en el postest, a diferencia del pretest donde ningún estudiante se encontraba en este nivel. En cuanto a la clasificación se obtiene un 18% en el postest con una diferencia de seis puntos porcentuales por encima del pretest. En relación con el nivel 2 de análisis, en el postest se obtuvo un 33% a diferencia del pretest con un 35%. y por último en el nivel de reconocimiento se evidencia un 37% en el postest y un 41% en el pretest con un avance de 3 estudiantes que se distribuyen en los demás niveles, lo que demuestra un avance posterior a la aplicación de la estrategia didáctica en el reconocimiento de desarrollos planos, comparación de figuras en 3D a partir de referencias planas y respectivo razonamiento espacial.

Tabla 11

Media y desviación estándar de la pregunta 1

	Pretest	Postest
Media	1,471	2
Desviación estándar	0,957	1

Nota: Resultados estadísticos media y desviación estándar pregunta N°1, comparativo entre prueba pretest y postest.

Elaboración propia.

Con relación a las medidas media y desviación estándar se puede inferir que hay un avance de 0,529 en cuanto al promedio de los estudiantes en los niveles y en la desviación estándar su diferencia es de 0,043 mostrando que en las dos pruebas se mantiene aproximadamente un nivel de cercanía con respecto a la media debido a que se incrementó un nivel de razonamiento entre la prueba inicial 0079 final y hubo avances porcentajes entre niveles.

Pregunta 2 (Pretest)

Tabla 12

Descripción de niveles de razonamiento de Van Hiele para pregunta 2 (Pretest)

No	Nivel de Van Hiele	Características	Cantidad	Porcentaje
4	Deducción formal	Determina la cantidad de cubos de la figura utilizando diferentes formas en obtener el resultado, estableciendo la composición por medio de patrones	8	16%
3	Clasificación (3)	Reconoce y describe la perspectiva espacial de los cuerpos geométricos encontrando la cantidad que lo completa.	11	22%

Nota: Descripción según los niveles de Van Hiele para realizar análisis de información obtenida en la pregunta N°2

del Pretest. Elaboración propia.

Continuación

Tabla 12

Descripción de niveles de razonamiento de Van Hiele para pregunta 2 (Pretest)

2	Análisis (2)	Identifica el volumen de las figuras las partes o piezas que componen una figura geométrica estableciendo el resultado de su composición.	16	31%
1	Reconocimiento (1)	Establece una percepción global identificando los cubos superficiales de la figura Conoce las características de los objetos a partir de sus caras, pero genera atributos irrelevantes.	15	29%
0	No responde	No genera respuesta a la pregunta	1	2%

Nota: Descripción según los niveles de Van Hiele para realizar análisis de información obtenida en la pregunta N°2 del Pretest. Elaboración propia.

En el análisis y comparación de los resultados de la pregunta 2 de las pruebas pretest y postest relacionadas identificar características de los sólidos a partir de la perspectiva espacial, conteo y medición de elementos que componen una figura tridimensional, se observa un 20% de estudiantes en el nivel deducción formal en el postest, a diferencia del pretest donde se obtiene un 16%. En cuanto a la clasificación se obtiene un 43% en el postest con una diferencia de once puntos porcentuales por encima del pretest. En relación con el nivel 2 de análisis, en el postest se obtuvo un 22 % a diferencia del pretest con un 31%. y por último en el nivel de reconocimiento se evidencia un 16 % en el postest y un 29%. Lo que permite evidenciar un aumento en el número de estudiantes que se ubican en los niveles 3 y 4 del modelo Van Hiele posterior a la aplicación de la estrategia didáctica, disminuyendo la cantidad de personas ubicadas en los niveles 1 y 2.

Tabla 13

Media y desviación estándar de la pregunta 2

	Pretest	Postest
Media	2,196	2,667
Desviación estándar	1,096	0,973

Nota: Resultados estadísticos media y desviación estándar pregunta N°2, comparativo entre prueba pretest y postest. Elaboración propia.

En relación a las medidas media y desviación estándar se puede inferir que hay un avance de 0,471 en cuanto al promedio de los estudiantes en los niveles y en la desviación estándar su diferencia es de 0,123 mostrando que en la prueba postest existe un mayor promedio y los datos en ella se encuentran más aproximados a la media, lo cual se debe al aumento del número de estudiantes en los niveles 3 y 4 y disminución de los mismos en los niveles 1 y 2.

Pregunta 3 (Pretest)

Tabla 14

Descripción de niveles de razonamiento de Van Hiele para pregunta 3(Pretest)

No.	Nivel de Van Hiele	Características	Cantidad	Porcentaje
4	Deducción formal	Generaliza la composición global del sólido geométrico logrando completar su estructura y atribuyendo sus características a partir de su fase inicial y final	5	10%
3	Clasificación (3)	Establece la composición global del sólido geométrico logrando completar su estructura a partir de su fase inicial y final	8	16%
2	Análisis (2)	Reconoce que el cuerpo geométrico está formado por partes sin establecer su composición global	30	59%
1	Reconocimiento (1)	Identifica la existencia del sólido geométrico, pero no determina su estructura, ni composición inicial. Conoce las características de los sólidos geométricos a partir de sus propiedades, pero genera atributos irrelevantes.	8	16%

Nota: Descripción según los niveles de Van Hiele para realizar análisis de información obtenida en la pregunta N°3

del Pretest. Elaboración propia.

Pregunta 3 (Postest)

Tabla 15

Descripción de niveles de razonamiento de Van Hiele para pregunta 3 (Postest)

No	Nivel de Van Hiele	Características	Cantidad	Porcentaje
4	Deducción formal	Generaliza la composición global del sólido geométrico logrando completar su estructura y atribuyendo sus características a partir de su fase inicial y final	3	6%
3	Clasificación (3)	Establece la composición global del sólido geométrico logrando completar su estructura a partir de su fase inicial y final	19	37%
2	Análisis (2)	Reconoce que el cuerpo geométrico está formado por partes sin establecer su composición global	18	35%
1	Reconocimiento (1)	Identifica la existencia del sólido geométrico, pero no determina su estructura, ni composición inicial. Conoce las características de los sólidos geométricos a partir de sus propiedades, pero genera atributos irrelevantes.	9	18%
0	No responde	No genera respuesta a la pregunta	2	6%

Nota: Descripción según los niveles de Van Hiele para realizar análisis de información obtenida en la pregunta N°3 del Postest. Elaboración propia.

Al realizar la comparación y analizar los resultados de la pregunta 3 entre la prueba pretest y postest relacionadas con completar figuras tridimensionales a través del análisis gráfico y la identificación de las características de las figuras a partir de su composición, se observa un 6% de estudiantes en el nivel de deducción formal en el postest, a diferencia del pretest con 10%. En cuanto a la clasificación se obtiene un 37% en el postest con una diferencia de once puntos porcentuales por encima del pretest. En relación con el nivel 2 de análisis, en el postest se obtuvo un 35% en comparación con el pretest que presentó un 59%. y por último en el nivel de reconocimiento se evidencia un 18% en el postest y un 16% en el pretest. De lo anterior se puede evidenciar que en el nivel 4, existe una disminución del número de personas ubicadas en ese nivel y por último en el nivel de reconocimiento se aumentó en una persona. Por otra parte, se

muestra un avance posterior a la aplicación de la estrategia en el nivel de clasificación puesto que los argumentos de los estudiantes muestran cómo se llega al número solicitado en las preguntas sin nombrar elementos propios de la geometría espacial.

Tabla 16

Media y desviación estándar pregunta 3

	Pretest	Postest
Media	2,196	2,235
Desviación estándar	0,825	0,951

Nota: Resultados estadísticos media y desviación estándar pregunta N.º 3, comparativo entre prueba pretest y postest. Elaboración propia

En relación con las medidas media y desviación estándar se puede inferir que hay un avance de 0,039 en cuanto al promedio de los estudiantes en los niveles y en la desviación estándar su diferencia es de 0,126 mostrando que en la prueba postest existe un mayor promedio, lo cual se debe al aumento del número de estudiantes en el nivel 3, por otra parte, las desviaciones estándar muestran que en la prueba pretest sus datos se acercaban más a la media en relación con la prueba pretest, lo que significa que en el prueba postest la distribución de los resultados es 0,126 más dispersa que en la prueba inicial

Pregunta 4 (Pretest)

Tabla 17

Descripción de niveles de razonamiento de Van Hiele para pregunta 4(Pretest)

No	Nivel de Van Hiele	Características	Cantidad	Porcentaje
4	Deducción formal	Argumenta con un lenguaje matemático el movimiento (rotación) en el espacio de un sólido geométrico y determina su posición final.	1	2%
3	Clasificación (3)	Genera el movimiento (rotación) de un sólido geométrico, estableciendo la perspectiva general de su posición.	21	41%

Nota: Descripción según los niveles de Van Hiele para realizar análisis de información obtenida en la pregunta N°4 del Pretest. Elaboración propia.

Continuación

Tabla 18

Descripción de niveles de razonamiento de Van Hiele para pregunta 4(Pretest)

2	Análisis (2)	Identifica el movimiento (rotación) del sólido geométrico sin establecer el sentido de su posición final	10	20%
1	Reconocimiento (1)	Transforma el sólido geométrico (forma y/o dimensión) al realizar el movimiento.	11	22%
0	No responde	No genera respuesta a la pregunta	8	16%

Nota: Descripción según los niveles de Van Hiele para realizar análisis de información obtenida en la pregunta N°4 del Pretest. Elaboración propia.

Pregunta 4 (Postest)

Tabla 18

Descripción de niveles de razonamiento de Van Hiele para pregunta 4(Postest)

No	Nivel de Van Hiele	Características	Cantidad	Porcentaje
4	Deducción formal	Argumenta con un lenguaje matemático el movimiento (rotación) en el espacio de un sólido geométrico y determina su posición final.	5	10%
3	Clasificación (3)	Genera el movimiento (rotación) de un sólido geométrico, estableciendo la perspectiva general de su posición.	28	55%
2	Análisis (2)	Reconoce el ángulo de movimiento (rotación) del sólido geométrico sin establecer el sentido de su posición final, ni el eje de rotación	11	22%
1	Reconocimiento (1)	Identifica que se aplica un movimiento de rotación al sólido geométrico sin identificar el ángulo y la posición del eje.	5	10%
0	No responde	No genera respuesta a la pregunta	2	4%

Nota: Descripción según los niveles de Van Hiele para realizar análisis de información obtenida en la pregunta N°4 del Postest. Elaboración propia.

En el análisis y comparación de los resultados de la pregunta 4 de la prueba pretest y postest relacionadas con el reconocimiento de las características de un sólido con respecto a la

rotación en un eje, comparación de figuras sólidas a través de sus movimientos en el espacio y el reconocimiento de vistas de un sólido a partir del movimiento, se puede observar un 10% estudiantes en el nivel deducción formal en la prueba postest y un 2% en la prueba pretest. En cuanto a la clasificación se obtiene un 55% en el postest con una diferencia de catorce puntos porcentuales por encima del pretest. En relación a nivel 2 de análisis, en el postest se obtuvo un 22% a diferencia del pretest con un 20%. y por último en el nivel de reconocimiento se evidencia un 10% en el postest y un 22% en el pretest, lo que demuestra un avance significativo posterior a la aplicación de la estrategia didáctica en el proceso de argumentación relacionada con las vistas de un sólido luego de generar diferentes movimientos en el espacio con respecto algún eje, lo cual se genera con la práctica empleando el uso de la realidad aumentada y el modelado 3D como medio de aprendizaje.

Tabla 19

Media y Desviación estándar para la pregunta 4

	Pretest	Postest
Media	1,922	2,569
Desviación estándar	1,163	0,944

Nota: Resultados Estadísticos media y desviación estándar pregunta N°4, comparativo entre prueba pretest y postest.

Elaboración propia.

En relación a las medidas media y desviación estándar se logra evidenciar que hay un avance de 0,647 en cuanto al promedio de los estudiantes en los niveles y en la desviación estándar su diferencia es de 0,219 mostrando que en la prueba postest existe un mayor promedio y su desviación estándar es menor, lo cual se debe al aumento del número de estudiantes en los

niveles 3 y 4, la disminución del número de personas en los niveles inferiores (1 y 2) y a la concentración de la población en la prueba postest (55%) en el nivel de clasificación

Pregunta 5 (Pretest)

Tabla 20

Descripción de niveles de razonamiento de Van Hiele para pregunta 5 (Pretest)

No	Nivel de Van Hiele	Características	Cantidad	Porcentaje
3	Clasificación (3)	Relaciona las vistas que conforman un cuerpo geométrico a partir de la perspectiva isométrica	44	86%
2	Análisis (2)	Reconoce la composición de las vistas, pero se le dificulta establecer la perspectiva isométrica	4	8%
1	Reconocimiento (1)	Establece las vistas de un sólido como objetos independientes	3	6%

Nota: Descripción según los niveles de Van Hiele para realizar análisis de información obtenida en la pregunta N°5 del Pretest. Elaboración propia.

Pregunta 5 (Postest)

Tabla 21

Descripción de niveles de razonamiento de Van Hiele para pregunta 5 (Postest)

No	Nivel de Van Hiele	Características	Cantidad	Porcentaje
3	Clasificación (3)	Relaciona las vistas que conforman un cuerpo geométrico a partir de la perspectiva isométrica	30	59%
2	Análisis (2)	Reconoce la composición de las vistas, pero se le dificulta establecer la perspectiva isométrica	14	27%
1	Reconocimiento (1)	Establece las vistas de un sólido como objetos independientes	5	10%
0	No responde	No genera respuesta a la pregunta	2	4%

Nota: Descripción según los niveles de Van Hiele para realizar análisis de información obtenida en la pregunta N°5 del Postest. Elaboración propia.

Al realizar la comparación y analizar los resultados la pregunta 5 de la prueba pretest y postest relacionadas con la representación de vistas de un sólido en tres dimensiones, reconocimiento de las diferentes vistas de un sólido geométrico partiendo de la perspectiva isométrica y la descripción de sólidos a partir de la relación entre sus vistas, se puede establecer que a diferencia de las demás preguntas en esta, los estudiantes en ninguna de las pruebas alcanzan el nivel de deducción formal. En cuanto a la clasificación se obtiene un 86% en el pretest y un 59% en la prueba postest. Con relación a el nivel 2 de análisis, en el postest se obtuvo un 27% a diferencia del pretest con un 8% y por último en el nivel de reconocimiento se evidencia un 4% en el postest y un 6%, estos resultados se dan debido a que los estudiantes en la prueba pretest no generaron argumentos escritos sino visuales de la pregunta, a pesar de esto más de la mitad de la población se mantiene en nivel 3 (Clasificación)

Tabla 22

Media y Desviación estándar para la pregunta

	Pretest	Postest
Media	2,784	2,412
Desviación estándar	0,577	0,829

Nota: Resultados estadísticos media y desviación estándar pregunta N°5, comparativo entre prueba pretest y postest.

Elaboración propia.

En relación a las medidas de media y desviación estándar, se logra evidenciar que hay un descenso de 0,372 en cuanto al promedio de los estudiantes en los niveles y en la desviación estándar su diferencia es de 0,252 mostrando que en la prueba postest existe un menor promedio y su desviación estándar es mayor, lo cual se debe a la disminución del número de estudiantes en el nivel de clasificación y el aumento del número de personas en los niveles inferiores (1 y 2) y

en términos de la desviación estándar para prueba pretest a la concentración de la población es 86% en el nivel de clasificación.

Diario de campo

En la malla curricular establecida en el Colegio Agustiniانو Norte, específicamente en el grado octavo, se tiene estipulado el trabajo los sólidos geométricos desde el uso y explicación diferentes estrategias para determinar el volumen de objetos regulares e irregulares en la solución de problemas. Para tal fin se crea una estrategia didáctica que permita aplicar el uso de herramientas tecnológicas en la construcción del conocimiento geométrico

La implementación de la estrategia didáctica implicó la creación de herramientas de apoyo para el desarrollo del razonamiento geométrico en los estudiantes acorde a los niveles mostrados en el pretest y la caracterización de la población, en ella se diseña una serie de actividades didácticas planteadas para encuentros sincrónicos y asincrónicos, empleando figuras tridimensionales tales como cubo, prisma y pirámide, haciendo uso del modelado 3D y aplicaciones de realidad aumentada.

Teniendo en cuenta la integración curricular y el desarrollo de habilidades en representación gráfica, se procede a realizar diseños de diversos sólidos empleando software libre, y aplicaciones para dispositivos móviles donde los estudiantes interactúan con modelos de realidad aumentada y su entorno.

Por lo anterior, se diseña una estrategia didáctica que contempla los diversos dispositivos móviles con los cuales cuentan los estudiantes del Colegio Agustiniانو Norte de grado octavo, para generar la intervención en el aula virtual. Para tal fin, se diseñan los siguientes pasos:

- ❖ Identificación los modelos a desarrollar a partir de las competencias, aprendizajes y desempeños que hacen parte de la planeación dispuesta por los docentes en el diario de campo (Ver Anexo B)
- ❖ Caracterización de los dispositivos móviles con los que cuentan los estudiantes para la aplicación de los modelos en tres dimensiones y realidad aumentada, dicha información se obtiene a partir de la encuesta de caracterización de la población (Ver Anexo A y F).
- ❖ Diseño de modelos 3D empleando herramientas libres como Autodesk Design, Blender Open Source 3D Creation y Blippar (aplicación de uso gratuito limitado para el desarrollo y visualización de realidad aumentada). En Autodesk Design, se crearon diversos modelos 3D haciendo uso de comandos como cara, vértice, arista, escala, extrusión para generar la presentación de los sólidos geométricos, en tal proceso se tuvo en cuenta la planeación del docente y los recursos de clase a partir del modelado. Los estudiantes no diseñaron los modelos teniendo en cuenta las limitaciones de software, por tanto, se procede a realizar el modelado de cada una de los sólidos y sus adaptaciones en cuanto a escala, colores y formas. Posteriormente, se procede a realizar su exportación como archivo de tipo modelo a la plataforma de Blender, este proceso requiere de archivos en formato *.STL donde son importados para agregar colores y texturas. En dicha plataforma, se procede a revisar las características de visualización, aplicación de colores y desarrollo de render para establecer las propiedades de los modelos previo a su aplicación mediante realidad aumentada. Por último, en Blippar, se importan los modelos dispuestos en Blender en formato *.FBX, para realizar este proceso es necesario hacer una conversión de archivos en la página web legacy de Blippar, de acceso gratuito, donde posteriormente se importarán los modelos dentro del entorno gráfico online para que la aplicación sea creada. Es importante en este paso de la verificación del diseño de los sólidos, su

respectiva configuración de escala y la rotación. También, se generó cada sólido geométrico una etiqueta y código para el ingreso e interacción de la aplicación donde se visualizarán los modelos. (Ver anexo M y K)

- ❖ Diferenciación de los dispositivos y conectividad de la herramienta Blippar, para lo cual, como estrategia de apoyo, se implementó el uso de los sólidos geométricos por medio de modelos OBJ que fueron visualizados en la plataforma MSTeams usada por los estudiantes para el desarrollo de las clases en aula virtual. Así mismo, se contó con applets de modelos en 3D disponibles en la plataforma GeoGebra.

- ❖ Planeación de actividades para cada uno de los encuentros sincrónicos y asincrónicos donde se aplicó la estrategia didáctica a partir de los dispositivos, las herramientas disponibles, modelos 3D y elementos de apoyo.

- ❖ El diario de campo (Ver Anexo B) contempla tres fases para el desarrollo de los desempeños dispuestos en la planeación. El primero EXPLORACIÓN contempla el acercamiento y reconocimiento de saberes previos y la aplicación, para tal fin el equipo de trabajo desarrolló una aplicación de muestra buscando que los estudiantes tuviesen un primer acercamiento a la plataforma de visualización de realidad aumentada, instalación de los programas necesarios y reconocimiento de saberes previos a partir de la prueba pretest. En la segunda fase FUNDAMENTACIÓN se establece una secuencia de actividades donde el estudiante experimente, aplique y reconozca las características específicas de los sólidos trabajados. Para tal fin, el docente contó con un documento anexo (Ver Anexo K y L) a la planeación donde se encontraban los diversos códigos, etiquetas, enlaces de GeoGebra y modelos en OBJ para que los estudiantes desde diferentes aplicativos y plataformas accedieron a los insumos necesarios para el desarrollo de las actividades propuestas en la estrategia didáctica.

Por último, la fase de SÍNTESIS se aplica la prueba posttest y los docentes retroalimentan el trabajo realizado con las herramientas y las respuestas de las pruebas presentadas a los estudiantes.

Posterior a la aplicación (Ver Anexo I y J) se indaga por medio de una pregunta en el posttest frente a la frecuencia asociada al uso de las aplicaciones dispuestas en el desarrollo de las actividades, con el fin de determinar cómo los estudiantes accedieron a la información y analizar la pertinencia de las herramientas usadas, lo cual arrojó los siguientes resultados

Tabla 23

Aplicación de herramientas tecnológicas.

Herramienta	Siempre	Casi siempre	Algunas veces	Casi Nunca	Nunca
Blippar	14%	25%	37%	10%	14%
GeoGebra	10%	29%	31%	24%	6%
Modelos OBJ	24%	31%	33%	4%	8%

Nota: Tabla de porcentajes de utilización por parte de los estudiantes de herramientas de realidad aumentada durante el tiempo de aplicación de la estrategia didáctica. Elaboración propia.

Lo anterior evidencia un mayor uso de las herramientas Blippar y modelos OBJ desarrollados por equipo de trabajo para la implementación de la estrategia didáctica, por otra parte, se observa que los applets en GeoGebra fueron usados y reconocidos en el proceso como material de apoyo.

Para finalizar el análisis de resultados y la validación de los procesos de pensamiento geométrico dados por los estudiantes posterior a la implementación de la estrategia didáctica, es posible identificar avances en el nivel de razonamiento usado por los estudiantes, debido a que

en la comparación de las pruebas pretest y posttest, se muestra como algunos de ellos alcanzan en nivel 4, deducción formal, de Van Hiele, se aumenta en la mayoría de pregunta los estudiantes en el nivel 3 y se disminuye el número de estudiantes en los primeros niveles, lo cual se asocia con la aplicación de herramientas tecnológicas relacionadas con los modelos 3D y la realidad aumentada como lo comprueba la pregunta final del posttest.

Conclusiones y Recomendaciones

En el siguiente capítulo se generan conclusiones, recomendaciones y futuros aportes de la investigación teniendo en cuenta, los objetivos, la hipótesis, metodología, el desarrollo del estudio y el análisis de resultados obtenidos posterior a la implementación de la propuesta didáctica.

1. En el proceso investigativo se plantearon un objetivo general y tres específicos los cuales trazaron un plan de trabajo a seguir para dar solución a la pregunta problema planteada: *“¿Cómo desarrollar el pensamiento geométrico en los estudiantes de grado octavo del Colegio Agustiniانو Norte, a través de una estrategia didáctica representada en el modelado 3D?”*. El primer objetivo está relacionado con la implementación efectiva de las herramientas digitales en el aula, lo cual se dio a partir del uso de modelos en tres dimensiones los cuales fueron previamente establecidos en común acuerdo con la planeación del docente y los desempeños de aprendizaje relacionados en el desarrollo del diario de campo. Se evidenció su correcta implementación a partir del análisis de los resultados y justificaciones obtenidas en la prueba postest implementada, donde se incluyó una pregunta relacionada directamente con utilización de los recursos de realidad aumentada y modelado 3D empleando los dispositivos móviles que fueron caracterizados en la encuesta inicial. En cuanto al desarrollo del segundo objetivo, se construye una prueba pretest y postest teniendo en cuenta las características establecidas en una lista de chequeo diseñada con el fin de alcanzar el desarrollo del pensamiento geométrico a partir del reconocimiento de sólidos por medio de modelado 3D. Estas pruebas son presentadas por la población caracterizada antes y después de la aplicación de la estrategia didáctica usada en la investigación, lo cual permite analizar y validar la metodología implementada; por tanto, se diseñó diferentes tablas con características relacionadas a los niveles de razonamiento de Van

Hiele para ubicar las respuestas según el nivel de argumentación en las pruebas presentadas. Posteriormente, se realizó el análisis cuantitativo determinando la media y la desviación estándar en los datos obtenidos para cada una de las preguntas. Finalmente se compararon los resultados para establecer el avance del grupo poblacional en el desarrollo de la estrategia didáctica, validando los procesos de pensamiento para cada una de las preguntas y categorías, lo que lleva a concluir que la estrategia didáctica aplicada permitió reconocer y desarrollar niveles de argumentación, procesos de identificación de sólidos y transformación del pensamiento geométrico (Jaime & Gutiérrez, 1990)

2. Relacionando la hipótesis con el análisis de resultados se logra establecer que los estudiantes de grado octavo del Colegio Agustiniانو Norte presentaron un avance significativo frente al pensamiento geométrico, en la conceptualización y caracterización de figuras en tres dimensiones (Cubo, Prisma y pirámide), debido a que en la prueba posttest se evidencia que en la pregunta 1, en los resultados obtenidos se ve la necesidad de agrupar a los estudiantes en un nuevo nivel denominado Nivel 4. Deducción formal; en las preguntas 2, 3 y 4, los porcentajes relacionados con niveles de razonamiento 3 (Análisis) y 4 (Deducción formal) agrupan un 63% (32 estudiantes), 43% (22 estudiantes) y 65% (33 estudiantes) respectivamente, posterior de la aplicación de la estrategia didáctica, lo cual implica, Según Van Hiele (1986, p. 51), los niveles de razonamiento son jerárquicos y el individuo debe cumplir todas las características y habilidades implícitas del nivel para lograr avanzar al siguiente; Es así como, a partir de la estrategia didáctica, se desarrolla un proceso mediante el cual se buscó el uso de recursos digitales en el aula virtual por medio del modelado 3D que presentaran un apoyo en la construcción del pensamiento geométrico, orientado por el docente, mediante herramientas basadas en la tecnología móvil para representar diversos sólidos geométricos, los cuales

podieron ser observados y manipulados en diferentes escalas, colores y vistas haciendo uso de la realidad aumentada, de una forma novedosa e interactiva, en medio de la pandemia COVID-19, así como lo menciona Cabero et al. (2018) por estas razones se concluye que se dio cumplimiento a la hipótesis planteada que hace referencia al fortalecimiento del pensamiento geométrico

A partir de la implementación de una estrategia didáctica los estudiantes de grado octavo del Colegio Agustiniانو Norte reconocerán las propiedades de los sólidos, fortaleciendo el pensamiento geométrico por medio del modelado 3D y herramientas tecnológicas.

A pesar de los resultados favorables de la investigación se observa que hace necesario fortalecer el trabajo en la estrategia didáctica de las vistas isométricas de un sólido geométrico debido a que en la pregunta 5 de las pruebas pretest y posttest, muestra un aumento en la desviación estándar 0,252 y una disminución en el promedio de 0,372, lo cual se debe a una disminución del número de estudiantes que se ubicaron en el nivel 3 (clasificación), debido al nivel de dificultad planteado en la pregunta y teniendo en cuenta que en la estrategia didáctica se da un tiempo para el reconocimiento de las vistas, los estudiantes muestran con los resultados falta de conceptualización de las mismas.

3. Al contrastar los resultados de la estrategia con las teorías planteadas en el marco teórico se logra identificar que:

- De acuerdo con los niveles de razonamiento planteados por Van Hiele (Jaime & Gutiérrez, 1990) los estudiantes requieren desarrollar habilidades en la estructura de pensamiento para poder avanzar entre niveles y generar argumentos formales en la solución de problemas. lo cual se evidencia en el trabajo de investigación al realizar el análisis comparativo pregunta a pregunta, entre el pretest y posttest, sin embargo es importante resaltar que en el proceso que se

encuentran los estudiantes no se logra llegar al nivel 5 de RIGOR debido a la construcción del currículo a través de los lineamientos curriculares, estándares básicos de competencias y Derechos básicos de aprendizaje para el área (MEN, 2016), los cuales establecen parámetros básicos de aprendizaje en los estudiantes no permitiendo la profundización en la axiomática que requiere el nivel de razonamiento del RIGOR (Jaime & Gutierrez, 1990).

- En cuanto al diseño de las pruebas pretest y posttest se tuvieron en cuenta las operaciones intelectuales planteadas por Pólya (1989), buscando que los estudiantes puedan establecer generalidades, hagan uso del sentido común en la solución de situaciones, y permitan al docente construir el conocimiento matemático a través del planteamiento de problemas. Por otra parte, en el diseño de actividades para la estrategia didáctica, permite al profesor establecer estrategias para que los estudiantes establezcan las cuatro fases de solución de problemas establecidas por Pólya comprender el problema, establecer un plan, ejecutar el plan y establecer una retroalimentación de la solución del problema.

- Teniendo en cuenta el desarrollo didáctico de la clase, se hizo uso de recursos tecnológicos en 3D no desarrollados por los estudiantes en la interacción con sus conocimientos geométricos. En el futuro, se podría generar una estrategia STEM para la articulación de conocimientos buscando generar un avance en el desarrollo del pensamiento geométrico y dar nuevas herramientas para el análisis de los sólidos a partir de la integración curricular de saberes (Vásquez et al., 2017). Sin embargo, no se realizó en el estudio debido a que ya se contaba con unas matrices de referencia con aprendizajes, desempeños y tiempos de desarrollo establecidos para cada una de las asignaturas (tecnología e informática y matemáticas) al inicio del año, lo que impidió el desarrollo de los modelos 3D y las aplicaciones por parte de los estudiantes,

además de contar con recursos limitados para su desarrollo teniendo en cuenta la coyuntura de salud generada por la COVID- 19.

4. A nivel personal consideramos que la implementación de herramientas digitales para dispositivos móviles en el aula de clase favorecen el aprendizaje de los estudiantes particularmente en el área de matemáticas, debido a que presenta una estrategia innovadora la cual despierta el interés, promoviendo la construcción habilidades y nuevos procesos de pensamiento; a su vez lleva al docente a buscar e implementar diferentes metodologías para la enseñanza-aprendizaje del conocimiento matemático. Es así como, teniendo en cuenta la experiencia vivida durante el desarrollo del trabajo de investigación nos permitimos recomendar su implementación en próximos estudios en el aula y/o trabajos de investigación

Bibliografía

- Azuma, R. (1997). A Survey of Augmented Reality. *Presence: Teleoperators and Virtual Environments*, 6(4), 355-385. <https://doi.org/10.1162/pres.1997.6.4.355>
- Basco, A., Beliz, G., Coatz, D. & Garnero P. (2018). *Industria 4.0: Fabricando el Futuro*. Banco Interamericano de Desarrollo. <http://dx.doi.org/10.18235/0001229>
- Basogain, X., Olabe, M., Espinosa K., Rouèche, C. & Olabe, J. (2007, Mayo 7 -9). Realidad Aumentada en la Educación: una tecnología emergente [Conferencia]. *7ª Conferencia Internacional de la Educación y la Formación basada en las Tecnologías*, Madrid, España. <http://files.mediativos.webnode.es/200000016-a645ea73b3/realidad%20A..pdf>
- Beltrán, P., & Rodríguez, C. (2017). Modelado e impresión en 3D en la enseñanza de las matemáticas: Un estudio exploratorio. *ReiDoCrea*, 6, 16-28. <https://doi.org/10.30827/Digibug.44193>
- Blázquez, A. (2017) *Realidad aumentada en Educación*. http://oa.upm.es/45985/1/Realidad_Aumentada_Educacion.pdf
- Bravo, F. (2018). STEM y educación en tecnología [Manuscrito no publicado]. Facultad de Ciencias y Educación. Universidad Distrital Francisco José de Caldas.
- Calduch, R. (2012) Métodos y técnicas de investigación en Relaciones Internacionales [Manuscrito no publicado]. Facultad de Relaciones Internacionales. Universidad Complutense de Madrid. <https://www.ucm.es/data/cont/media/www/pag-55163/2Metodos.pdf>
- Cabero, J. (1994). Nuevas tecnologías, comunicación y educación. *Comunicar, revista científica iberoamericana de comunicación y educación* (3), 12- 25. <http://rabida.uhu.es/dspace/handle/10272/689>

- Cabero, J., Vásquez, E. & López., E. (2018). Uso de la Realidad Aumentada como Recurso Didáctico en la Enseñanza Universitaria. *Formación universitaria*, (11 (1)), 25-34.
<https://idus.us.es/handle/11441/70828>
- Chevallard, Y. (1998). *La transposición didáctica. Del saber sabio al saber enseñado*, AIQUE
- De Castro, A., Brussa, F., Sartorio, A., Vaquero, M. & Tedini, D. (2016, Octubre 3-7) 4WindGame: Un juego de armado de piezas asistido con una impresora 3D [Conferencia]. 11, *XXII Congreso Argentino de Ciencias de la Computación*, San Luis, Argentina. <http://sedici.unlp.edu.ar/handle/10915/56586>.
- Díaz, E. (2014). *El uso de los tics como medio didáctico para la enseñanza de la geometría. Estudio de caso: grados segundos de básica primaria de la institución educativa seminario (Ipiales- Nariño)*. [Tesis de Maestría, Universidad Nacional de Colombia]. Repositorio institucional. <https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/49586>
- Duarte, C. (2014). *Uso de las TIC para promover competencias de razonamiento resolución y comunicación en séptimo grado* [Tesis de maestría, Tecnológico de Monterrey Escuela de graduados en Educación], Repositorio institucional.
<http://hdl.handle.net/11285/629724>
- Feo, R. (2010). Orientaciones básicas para el diseño de estrategias didácticas. *Tendencias pedagógicas* (16), 220-236. <http://148.202.167.116:8080/jspui/handle/123456789/175>
- Fouz, F. (2006). Test Geométrico aplicando el modelo de Van Hiele. *Sigma* (28),33 – 57.
<https://studylib.es/doc/5623708/test-geom%C3%A9trico-aplicando-el-modelo-de-van-hiele>

- Gómez, I. (2016). *Diseño y desarrollo de una aplicación para dispositivos móviles de realidad aumentada*. [Tesis de Maestría, Instituto Politécnico Nacional]. Repositorio institucional. <http://tesis.ipn.mx/handle/123456789/24066>.
- González, R. (2010). Aplicación del Modelo Van Hiele para la enseñanza de la Geometría Analítica. *ECO MATEMATICO*, 1(1), 22–29. <https://doi.org/10.22463/17948231.219>
- Hernández, R., Fernández, C. & Baptista, M. (2014), El proceso de la investigación cuantitativa. *Metodología de la investigación*. (6ª ed., 33-354). Mc Graw Hill Education.
- Jaime, A. & Gutiérrez, A. (1990) Una Propuesta de fundamentación para la enseñanza de la geometría: El modelo de Van Hiele. En S. Llinares & M.. Sánchez (Eds.) *Teoría y práctica en educación matemática* (1ª ed., pp. 295 - 384). Sevilla: Alfar. <https://www.uv.es/gutierre/archivos1/textospdf/JaiGut90.pdf>
- Jaime, A. & Gutiérrez, A. (1993) *Aportaciones a la interpretación y aplicación del modelo Van Hiele: La enseñanza de las isometrías del plano. La evaluación del nivel de razonamiento*. [Tesis doctoral, Universidad de Valencia]. Repositorio Institucional. <https://www.uv.es/gutierre/archivos1/textospdf/Jai93.pdf>
- Jaime, D & Vázquez, A. (2013) Integrando el uso de habilidades espaciales y geométricas para el aprendizaje significativo del concepto de volumen de sólidos con estudiantes de dibujo técnico, *Revista Científica*, 462-466. <http://funes.uniandes.edu.co/6678/>
- Larrañaga, A. (2012) *El modelo educativo tradicional frente a las nuevas estrategias de aprendizaje* [Tesis de master, Universidad Internacionalde la Rioja]. Repositorio Institucional. <https://reunir.unir.net/handle/123456789/614>
- Ley general de educación 115/94. Febrero 8 de 1994 (Colombia). Obtenido el día 13 de enero del 2021. https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-85906_archivo_pdf.pdf

López, L. (2017) *MATEMÁTICA: Una caja de herramientas co-creativas para una matemática con sentido y significado*, [Tesis de maestría, Universidad Nacional de Colombia].

Repositorio Institucional. <https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/63091>

López, V. & Pérez, A. (2017). Buenas prácticas docentes, *Universidad de León*. (1a. Ed)

<http://hdl.handle.net/10612/5999>

Martín, J. (2009). Cuando la tecnología deja de ser una ayuda didáctica para convertirse en mediación cultural. *Teoría de la Educación. Educación y Cultura en la Sociedad de la Información*, (10),19-31.<https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=201018023002>

Ministerio de Educación Nacional [MEN] (1998). *Lineamientos curriculares en matemáticas*

https://www.mineduacion.gov.co/1759/articles-89869_archivo_pdf9.pdf

Ministerio de Educación Nacional [MEN] (2006). *Estándares básicos de competencias en*

matemáticas, de https://www.mineduacion.gov.co/1759/articles-116042_archivo_pdf2.pdf

Ministerio de Educación Nacional [MEN] (2016). *Derechos básicos de aprendizaje Matemática* (2ª ed.).

http://aprende.colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/naspublic/DBA_Matem%C3%A1ticas.pdf

Ministerio de Educación Nacional [MEN] (2015). *Matriz de referencias. Matemáticas*.

https://aprende.colombiaaprende.edu.co/ckfinder/userfiles/files/articles-352712_matriz_m.pdf

Moreno, N., Leiva, J. & López, E. (2016). Robótica, modelado 3D y realidad aumentada en educación para el desarrollo de las inteligencias múltiples. *Aula De Encuentro*, (18), 158-

183. <https://revistaselectronicas.ujaen.es/index.php/ADE/article/view/3191>

- Montaño, I., Guayazan, M., Alfonso, M. & Gordilo, E. (2018) *Diseño E Implementación De Objetos Virtuales De Aprendizaje (Ova) De Realidad Aumentada Para La Enseñanza De La Fotosíntesis*, [Tesis de maestría, Pontificia Universidad Javeriana], Repositorio Institucional. <http://hdl.handle.net/10554/35215>
- Mora, D. (2003). Estrategias para el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas. *Revista de Pedagogía*, 24(7), 181-272.
http://ve.scielo.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S079897922003000200002&lng=es&tlng=es.
- Orduz, R., (2012). Sociedad. R. Orduz, M.Vallejo y L Ayala (Ed) *Aprender y educar con las tecnologías del siglo XXI*.(1ª, 9-45) Corporación Colombia Digital.
<https://libros.metabiblioteca.org/bitstream/001/502/1/Libro-Aprender-y-Educuar.pdf>
- Ortiz, L., & Romero, M. (2015). *La implementación de las TIC en el aula de matemáticas: Una mirada sobre su concepción en el siglo XXI*. [Tesis de especialización, Universidad Pedagógica Nacional]. Repositorio Institucional **¡Error! Referencia de hipervínculo no válida.**
- Pizarro, R. (2019). *Las TICs en la enseñanza de las Matemáticas. Aplicación al caso de Métodos Numéricos*. [Tesis de maestría, Universidad Nacional de La Plata]. Repositorio Institucional. <https://doi.org/10.35537/10915/4152>
- Polya, G. (1989) *Cómo plantear y resolver problemas*. (2ª ed). Trillas
- Prendes, C. (2015) Realidad aumentada y educación: Análisis de experiencias prácticas. *Píxel-Bit. Revista de Medios y Educación*, (46), 183-203.
<https://doi.org/10.12795/pixelbit.2015.i46.12>

- Salomon, G., Perkins, D. & Globerson, T. (1992). Coparticipando en el conocimiento: la ampliación de la inteligencia humana con las tecnologías inteligentes. *CL&E Comunicación, lenguaje y educación*, 4 (13), 6-22.
<https://doi.org/10.1080/02147033.1992.10820997>
- Ramírez, M. (2015). *Modelos y estrategias de enseñanza para ambientes innovadores*. Editorial digital. Tecnológico de Monterrey. <http://prod77ms.itesm.mx/podcast/EDTM/ID254.pdf>
- Ramírez, W. & Rodríguez, T. (2017) *Incidencia de la Realidad aumentada en los procesos de aprendizaje de las funciones matemáticas en educación básica Secundaria*. [Tesis de maestría, Universidad de la costa]. Repositorio Institucional
<http://hdl.handle.net/11323/210>
- Reinoso, R. (2012) Posibilidades de la Realidad Aumentada en Educación. En J. Hernández, M. Pennesi, D. Sobrino & A. Vázquez (Eds. *Tendencias emergentes en Educación con TIC* (1a ed, 175-195). Espiral,
0020https://ciberespinal.org/tendencias/Tendencias_emergentes_en_educacin_con_TIC.pdf.
- Rojas, O (2009) *Modelo didáctico para favorecer la enseñanza aprendizaje de la geometría del espacio con un enfoque desarrollador*. [Tesis doctoral, Universidad de Holguín].
Repositorio Institucional. <http://repositorio.uho.edu.cu/jspui/handle/uho/5231>
- Van Hiele, P. (1986), *Structure A and Insight: A Theory Of Mathematics Education*.
Developmental Psychology Series.
- Vargas, G. & Gamboa, R (2013). El Modelo de Van Hiele y la Enseñanza de la geometría, *UNICIENCIA*, 27 (1),74- 94.
<https://www.revistas.una.ac.cr/index.php/uniciencia/article/view/4944>

Vásquez, J. A., Comer, M., & Villegas, J. (2017). *STEM Lesson Guidepost: Creating STEM Lessons for Your Curriculum*. Heinemann.

Zuluaga, J., Pérez, F. & Gómez, J. (2010). *Matemáticas y TIC. Ambientes virtuales de aprendizaje en clase de Matemática*. <https://recursos.educoas.org/sites/default/files/VE14.014.pdf>