

Aplicación del modelo CAPM: Portafolio eficiente para un inversionista en Colombia  
(2012-2017)

Paola Andrea Pinzón Mahecha

Angie Paola Suárez Pacheco

Universidad La Gran Colombia  
Facultad de Postgrados y Formación Continuada  
Especialización en Gerencia Financiera  
Bogotá D.C.,  
2018

Aplicación del modelo CAPM: Portafolio eficiente para un inversionista en Colombia  
(2012-2017)

Paola Andrea Pinzón Mahecha  
Angie Paola Suárez Pacheco

Informe final presentado como requisito para optar al título de Especialista en Gerencia  
Financiera

Universidad La Gran Colombia  
Facultad de Postgrados y Formación Continuada  
Especialización en Gerencia Financiera  
Bogotá D.C.,  
2018

## Tabla de Contenido

Línea de Investigación .....	3
Sublínea de Investigación .....	3
Planteamiento del Problema .....	4
Hipótesis .....	5
Objetivos de la Investigación .....	5
Justificación .....	6
Marcos Referenciales.....	6
Marco Teórico.....	6
Estado del Arte.....	24
Desarrollo empírico .....	28
Conclusiones .....	37
Recomendaciones .....	38
Bibliografía .....	39

## ÍNDICE DE TABLAS

TABLA 1 MUESTRA DE ACCIONES.....	29
TABLA 2 RENDIMIENTO, VARIANZA Y DESVIACIÓN DE LAS ACCIONES. ....	33
TABLA 3 DATOS DEL PORTAFOLIO SELECCIONADO CON EL MODELO CAPM.....	35

## ÍNDICE DE GRÁFICOS

GRÁFICO 1 LA FRONTERA DEL CONJUNTO ALCANZABLE.....	10
GRÁFICO 2 ESCENARIOS DE COMPORTAMIENTO DE LOS INVERSORES.....	12
GRÁFICO 3 RENDIMIENTO ESPERADO Y VARIANZA DEL RETORNO EN UN CONJUNTO DE CARTERAS EFICIENTES.....	13
GRÁFICO 4 CONJUNTOS DE ACTIVOS DE CAPITAL.....	17
GRÁFICO 5 .....	27
GRÁFICO 6 RENTABILIDADES DEL PORTAFOLIO SELECCIONADO.....	34
GRÁFICO 7 FRONTERA EFICIENTE DE MARKOWITZ .....	36

### **Resumen**

Esta investigación se desarrolla el modelo Capital Asset Pricing Model (CAPM), el cual es uno de los modelos más utilizados y reconocido en finanzas. Para la aplicación de este modelo se obtuvo una muestra de 16 acciones consideradas en el índice COLCAP para el periodo 2012-2017, esto con el fin de hallar el portafolio eficiente para un inversionista en Colombia. En este modelo, se elige el portafolio eficiente teniendo en cuenta variables tales como; la rentabilidad esperada, riesgo de las acciones, y que el portafolio se encuentre sobre la frontera eficiente propuesta por Markowitz, proporcionando de esta manera una herramienta útil a la hora de invertir en el mercado financiero colombiano. Se concluye que el portafolio eficiente estará conformado por las acciones de BOGOTA, EEB, GRUPOSURA, GRUPO AVAL NUTRESA y PFBCOLOMB las cuales cumplieron con los criterios que se establecían, y logrando un grado de diversificación que nos permite disminuir el riesgo.

### **Abstract**

This research model is developed Capital Asset Pricing Model (CAPM), which is one of the most widely used and recognized models in finance. For the application of this model, a sample of 16 actions considered in the COLCAP index for the period 2012-2017 was obtained, in order to find the efficient portfolio for an investment in Colombia. In this model, the efficient portfolio is chosen taking into account variables such as; the expected profitability, risk of the actions, and that the portfolio is on the efficient frontier proposed by Markowitz, a useful tool when investing in the Colombian financial market. It is

concluded that the portfolio will be ready for the actions of BOGOTA, EEB, GRUPOSURA, GRUPO AVAL NUTRESA and PFBCOLOMB which were met with the criteria that were established, and achieving a grade of diversification that allows us to reduce the risk.

### **Palabras Claves**

Teoría financiera, Modelo de valoración de activos de capital, Elección eficiente de portafolio, Inversión, Teoría del portafolio.

### **Keywords**

Financial theory, Capital Asset Pricing Model, Efficient portfolio selection, Investment, Portfolio theory.

### **Introducción**

Las teorías de Markowitz (1952), Sharpe (1964), Lintner (1965) y Mossin (1966), serán fundamentales para entender el manejo y la elección eficiente de una cartera de inversión. Estos autores han explicado la manera en que la varianza de los retornos y el retorno esperado son fundamentales al momento de optar por un portafolio de inversión diversificado

Esta investigación pretende hallar el portafolio eficiente para un inversionista en Colombia mediante el modelo CAPM tomando como lapso de tiempo metodológico del 2012 al 2016. Para el desarrollo del modelo CAPM fueron necesarias las teorías de Markowitz, Sharpe, Lintner y Mossin.

Al utilizar el modelo CAPM se está dando una solución al problema que enfrenta un inversor en el mercado financiero, el cual se define como elección de una cartera eficiente que le permita obtener la mayor rentabilidad a un menor riesgo. Por esta razón es fundamental que el inversionista considere herramientas que le proporcionen la capacidad de realizar la estimación de la rentabilidad esperada y riesgo de una inversión, y de esta manera vea el mercado financiero colombiano como una opción diferente de obtener ingresos sin necesidad de incurrir en grandes riesgos.

Para cumplir con el objetivo general de la investigación en el modelo CAPM se eligió el portafolio óptimo teniendo en cuenta variables tales como; la rentabilidad esperada, riesgo de las acciones, y que el portafolio se encuentre sobre la frontera eficiente propuesta por Markowitz.

En síntesis, el documento se encuentra organizado de la siguiente manera: Descripción de las teorías de selección de portafolio, definición del modelo de selección de portafolio a utilizar y análisis de los resultados a partir de los cálculos de las ecuaciones del modelo.

### **Línea de Investigación**

Negocios internacionales y comercio justo.

### **Sublínea de Investigación**

La liberación del comercio internacional con productividad y calidad de vida.

### **Planteamiento del Problema**

En un mundo cada vez más globalizado, en el cual el mundo financiero cubre cerca del 80% de las ganancias y movimientos circulares del dinero, se requiere que un agente sea racional y conocedor de las diferentes maneras que existen en el mercado para lograr obtener mayores beneficios incurriendo en el menor riesgo posible, sin embargo en un país emergente como Colombia sólo cerca del 5% de la población tiene basto conocimiento en el tema y por ende sólo las empresas o corporaciones medianas y grandes ingresan a participar en la emisión de acciones o en el mercado accionario en generar. Es por esto que se ve la necesidad de enseñar a la población a mejorar sus conocimientos financieros y que vea una nueva manera de obtener ingresos a un riesgo menor al escoger de manera racional el portafolio que ubica su punto de maximización de las ganancias. Por ende, este trabajo tiene como fin plantear el portafolio eficiente desde el modelo CAPM para un inversionista colombiano que no tiene basto conocimiento en el mercado accionario y por tal razón requiere de una asesoría prioritaria.

### **Planteamiento de la Pregunta**

¿Cuál es el portafolio eficiente para un inversionista en Colombia mediante la utilización del modelo CAPM?



### **Hipótesis**

Es posible conformar un portafolio eficiente para un inversionista en Colombia por medio del modelo CAPM, en el cual se observe de una manera significativa la disminución del riesgo en el que incurriría el inversionista haciendo uso del modelo versus el invertir en un círculo de acciones por elección.

### **Objetivos de la Investigación**

#### **Objetivo General**

Hallar el portafolio eficiente para un inversionista en Colombia mediante el modelo CAPM tomando como lapso de tiempo metodológico del 2012 al 2017.

#### **Objetivos Específicos**

1. Definir los elementos que componen el modelo CAPM basado en el mercado colombiano.
2. Realizar la compilación de los datos de las 16 empresas a evaluar en el modelo con el fin de llevar a cabo el desarrollo del modelo.
3. Analizar los resultados obtenidos a partir de los datos utilizados para obtener el portafolio eficiente para un inversionista colombiano basado en la teoría del modelo CAPM aplicado para Colombia como economía emergente.

## **Justificación**

Esta investigación pretende encontrar un portafolio eficiente para un inversionista en Colombia utilizando el modelo CAPM, el cual sería útil para aquellos inversionistas que no tienen pleno conocimiento del mercado accionario en Colombia y que requieren de una asesoría que les brinde las herramientas para empezar a invertir, teniendo en cuenta que Colombia es una economía emergente en la cual tan solo el 2% de la población tiene conocimientos básicos acerca de inversión inclusive en acciones de denominación nacional; por ende, La importancia de esta investigación radica en que al encontrar el portafolio y dar a conocer esta herramienta se puede ayudar a que las personas en el país se acerquen más al mercado accionario colombiano y de esta manera encuentren una nueva forma de obtener ingresos y así nuestro mercado accionario colombiano cobre mayor fuerza.

## **Marcos Referenciales**

### **Marco Teórico**

#### ***Teorías aplicadas al modelo CAPM.***

Las teorías de Markowitz (1952), Sharpe (1964), Lintner (1965) y Mossin (1966), exponen la relación riesgo-rentabilidad, la cual permite hallar las zonas donde es posible la combinación eficiente de una cartera diversificable, con el fin de que un inversor pueda obtener el máximo retorno a un margen de riesgo asociado.

En el artículo “Portfolio Selection” del año de 1952 el autor Harry Markowitz, intenta explicar esta relación. Y para esto establece una norma donde el inversor diversifica sus fondos entre todos aquellos valores que dan el máximo retorno esperado. “Esto es posible si no hay otra alternativa, ya sea con (1) el mismo retorno esperado y un menor riesgo, (2) el mismo riesgo y un mayor retorno esperado o (3) un retorno esperado superior y un riesgo inferior” (Sharpe, 1963) Con respecto al criterio de un inversor entre las diferentes combinaciones posibles de los activos, Lintner plantea que, “si cualquiera de las mezclas de los activos tienen el mismo rendimiento esperado, el inversor preferirá la que tiene la menor varianza de rendimiento, y si cualquiera de las mezclas de los activos tienen la misma varianza de los retornos, preferirá la que tiene el mayor valor esperado”

La ley de los grandes números asegurará que el rendimiento real de la cartera será casi el mismo que el rendimiento esperado. Por tanto, se recomienda al inversor la cartera con el máximo rendimiento esperado y con la varianza mínima. Markowitz rechaza este planteamiento debido a que los rendimientos de los títulos están correlacionados, es decir si se aplica la ley se estaría interviniendo con los mismos sectores de la economía, cuando se escogen las acciones del portafolio, al querer aumentar la probabilidad de frecuencia del mismo suceso, por lo tanto la diversificación no puede eliminar toda la varianza y la cartera con mayor rentabilidad esperada no siempre será la que tenga la mínima varianza.

Markowitz realizó un análisis geométrico de la regla retorno esperado- varianza (**E-V**) de la cual obtuvo sumas ponderadas y variables aleatorias,<sup>1</sup> dando como resultado el rendimiento esperado (**E**) de la cartera en su conjunto:

$$E = \sum_{i=1}^N X_i \mu_i \quad (1)$$

Y la varianza (**V**):

$$V = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \sigma_{ij} X_i X_j \quad (2)$$

La ecuación (1) define la rentabilidad esperada de la inversión, que es igual a la suma ponderada de la proporción del presupuesto del inversor destinado al activo financiero  $i$ , multiplicada por el valor esperado del rendimiento del activo financiero  $i$ .

La ecuación (2) define la varianza de los retornos, es decir, la suma ponderada de la proporción del presupuesto del inversor destinado al activo financiero  $i$  y al activo financiero  $j$ , multiplicada con la covarianza de los rendimientos de los activos  $i$  y  $j$ .

En la ecuación (3) se define que si  $X_i$  son las proporciones de los activos, entonces la sumatoria de estas proporciones equivale a uno.

$$\sum_{i=1}^N X_i = 1 \quad (3)$$

---

<sup>1</sup> Ver demostración en Markowitz, H. (1952). The Portfolio Selection, págs 79-81

La ecuación (4) define que la proporción del presupuesto del inversor destinado al activo financiero  $i$  ( $X_i$ ) es mayor o igual a cero.

$$X_i \geq 0 \text{ para } i = 1, 2, \dots, n \quad (4)$$

Para analizar y graficar Markowitz considera el caso de tres activos, reemplazándolos en las ecuaciones anteriores y obteniendo algunas restricciones.<sup>2</sup>

A partir de (3):

$$X_3 = 1 - X_1 - X_2 \quad (3')$$

Reemplazando (3') en (1) y (2) se obtiene E y V en función de  $X_1$  y  $X_2$ :

$$E = E(X_1, X_2) \quad (a)$$

$$V = V(X_1, X_2) \quad (b)$$

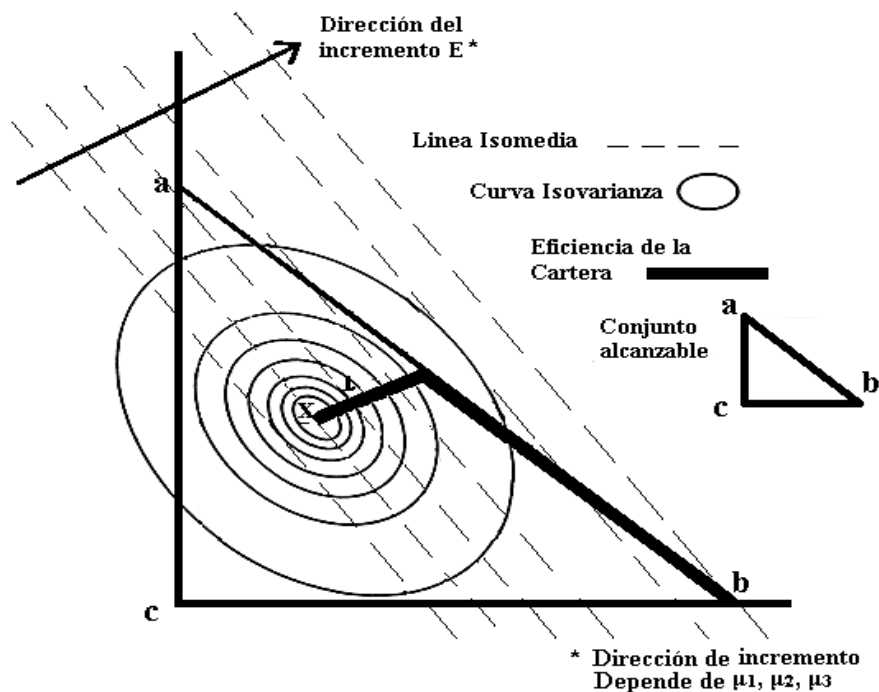
$$X_1 \geq 0, X_2 \geq 0, 1 - X_1 - X_2 \geq 0 \quad (c)$$

A partir de estas ecuaciones se puede definir el comportamiento de las isovarianzas, las cuales son el conjunto de todos los puntos (carteras) con una varianza dada de retorno, e isomedias, las cuales son el conjunto de todos los puntos (carteras) con un rendimiento esperado dado, a partir de 3 activos, definiendo la zona del conjunto posible de carteras el cual consiste en todas aquellas que satisfacen las condiciones (c) y (3').

---

<sup>2</sup> Véase Markowitz, H. (1952). The Portfolio Selection, pag 83

Gráfico 1 La frontera del conjunto alcanzable



Fuente: Basado en Markowitz (1952)

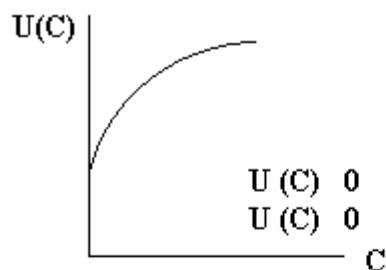
En el gráfico 1, las combinaciones posibles de  $X_1, X_2$  están representadas por el triángulo  $\overline{abc}$ , cualquier punto a la izquierda del eje  $X_2$  o debajo del eje  $X_1$  no es posible porque no cumple con la condición (c). En el punto X, el cual es el centro del sistema de elipses de covarianzas, la combinación  $X_1, X_2$  es eficiente, ya que no hay otra cartera que tenga una varianza de retorno menor para el mismo rendimiento esperado, o un rendimiento esperado mayor para una misma varianza de retorno como lo mencionaba Sharpe (1963). En los puntos que las líneas isomédias son tangentes a las curvas de isovarianzas, significa que la varianza adquiere un menor valor, al unir estos puntos atravesando X y

llegando hasta el intercepto de la frontera eficiente  $\overline{ab}$ , se obtiene una línea recta, la cual será llamada línea crítica (**L**).

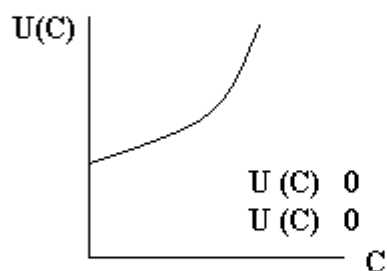
En el gráfico 2 se observa que el inversor será adverso al riesgo, si en la función de utilidad la primera derivada es positiva y la segunda derivada es negativa, y la curvatura de esta función es cóncava, es decir que este inversor prefiere ganar con un riesgo mínimo. El inversor será amante o propenso al riesgo, si en la función de utilidad su primera derivada es positiva y la segunda también, por lo tanto, el aumento de una unidad de consumo genera un aumento en el nivel de bienestar. Por último, el inversor será neutral al riesgo, si en la función de utilidad la primera derivada es positiva pero la segunda es igual a 0, por lo tanto la curvatura de la función será lineal y el inversor será indiferente, lo que significa que una unidad de consumo extra genera el mismo nivel de bienestar.

Gráfico 2 Escenarios de comportamiento de los inversores.

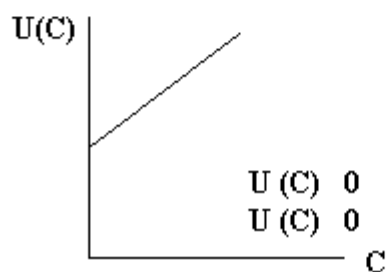
**Utilidad marginal positiva y decreciente: Aversión al riesgo**



**Utilidad marginal positiva y creciente: Propensión al riesgo**



**Utilidad marginal positiva y constante: Neutralidad al riesgo**

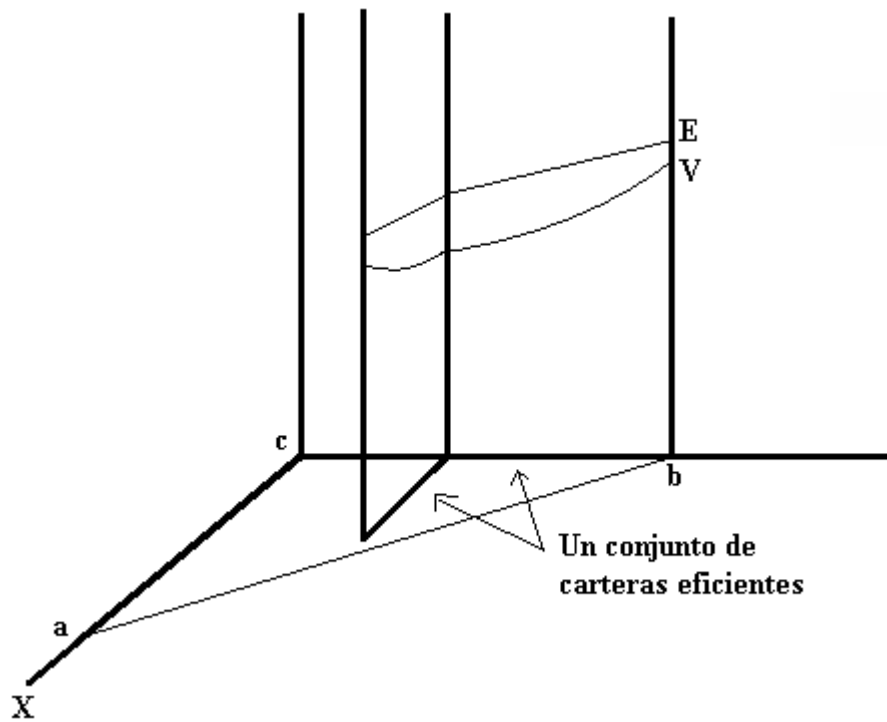


Fuente: Sarmiento, R., & Vélez, R (2007)

El conjunto eficiente es una serie de segmentos de línea conectados. En un extremo del conjunto eficiente se encuentra el punto de mínima varianza (V) y en el otro extremo se encuentra el punto de máximo rendimiento esperado (E).



Gráfico 3 Rendimiento esperado y varianza del retorno en un conjunto de carteras eficientes.



Fuente: Basado en Markowitz (1952)

En el gráfico 3 se puede observar la zona la frontera factible donde se puede encontrar la relación mayor rentabilidad esperada y menor varianza de los retornos. Por lo cual se podrá encontrar una cartera eficiente de inversión, si se encuentra en esta frontera.

También se observa rendimiento esperado (E) sobre el conjunto de carteras eficientes es una serie de segmentos de línea conectados, y la varianza de los retornos (V) sobre el conjunto de carteras eficientes es una serie de segmentos de parábola conectados.

Pero no solo Markowitz hizo su aporte a la selección de carteras, Lintner en 1965 planteó que es necesario establecer la relación entre la inversión total del inversor en cualquier mezcla de una cartera de acciones individuales, el rendimiento total neto de todas sus inversiones y los parámetros de riesgo de la inversión. Teniendo en cuenta los siguientes supuestos; (1) Dado que postulamos la existencia de activos que producen rendimientos positivos libres de riesgo, se supone que cada inversor ya ha decidido la fracción de su capital total que desea mantener en depósitos que generen efectivo y no intereses, por razones de necesidad de liquidez o transacciones. También suponemos que (2) cada inversor se habrá asignado una distribución de probabilidad conjunta que incorpore sus mejores juicios con respecto a la rentabilidad de todas las acciones individuales, o al menos habremos especificado un valor esperado y la varianza de cada retorno y una covarianza o correlación de cada par de retornos. Todos los valores esperados de los retornos son finitos, todas las variaciones están entre cero y un número finito, y todas las correlaciones de los rendimientos son menores a uno en valor absoluto (es decir, la matriz de covarianza en definición es positiva).

Sea la tasa de interés sobre los activos sin riesgo o prestamos ( $r^*$ ), y el rendimiento incierto por cada dólar invertido en la cartera determinada ( $\bar{r}$ ). Sea ( $w$ ) representando la proporción de la inversión bruta de las reservas de la inversión total neta (acciones más activos sin riesgo menos endeudamiento). Entonces el rendimiento neto del inversor por cada dólar de inversión total neta será:

$$\bar{y} = (1 - w)r^* + w\bar{r} = r^* + w(\bar{r} - r^*); 0 \leq w < \infty \quad (5)$$

Donde  $w < 1$  indica que el inversor posee parte de su capital en activos sin riesgo y recibe intereses por importe de  $(1 - w)r^*$ ; mientras que  $w > 1$  indica que el inversor pide prestado para comprar acciones y paga intereses ascendentes al valor absoluto de  $(1 - w)r^*$ . A partir de (5) se determina la media y la varianza del rendimiento neto por cada dólar de inversión total neta:

$$\bar{y} = r^* + w(\bar{r} - r^*), y \quad (6a)$$

$$\sigma^2 y = w^2 \sigma^2 r \quad (6b)$$

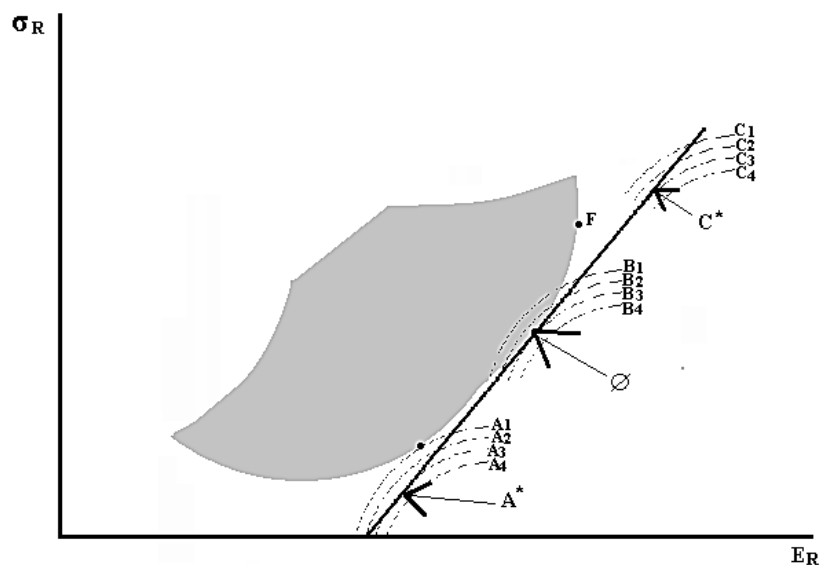
En términos de cualquier cartera de acciones seleccionada arbitrariamente, la tasa neta prevista por el inversor de retorno de su inversión total neta se relaciona linealmente con el riesgo de retorno de su inversión total neta, medida por la desviación estándar de su retorno.

Otro aporte a la selección de portafolios es el realizado por Sharpe en 1964 el cual analizó el equilibrio en el mercado de capitales para la selección de una cartera óptima, teniendo en cuenta estos dos supuestos: en primer lugar, se asume una tasa pura de interés común, con todos los inversores capaces de pedir prestado o prestar fondos en igualdad de condiciones; en segundo lugar, se supone homogeneidad de las expectativas del inversor (se supone que los inversores deben ponerse de acuerdo sobre las expectativas de las

diversas inversiones, los valores esperados, desviaciones estándar y coeficientes de correlación).

Bajo estos supuestos, dado un conjunto de precios de los activos de capital, cada inversor observará sus alternativas de la misma manera. Para un conjunto de precios podrían aparecer las alternativas, como se muestra en el gráfico 4. En esta situación, un inversor con las preferencias indicadas por las curvas de indiferencia de A1 a A4 buscaría prestar algunos de sus fondos a la tasa de interés pura, para invertir el resto en la combinación de activos mostrado por el punto  $\varphi$ , ya que esto le daría a él la preferencia de A\* sobre las demás. Un inversor con las preferencias indicadas por las curvas B1 a B4 buscaría invertir todos sus fondos en la combinación  $\varphi$ , mientras que un inversor con curvas de indiferencia C1 a C4 que invertirá todos sus fondos más los fondos adicionales (en préstamo) en la combinación  $\varphi$  con el fin de llegar a su posición preferida (C \*). En cualquier caso, sería intentar comprar sólo aquellos activos de riesgo que entran en la combinación  $\varphi$ .

Gráfico 4 Conjuntos de activos de capital



Fuente: Basado en Sharpe (1964)

En este gráfico se muestran diferentes conjuntos de activos de capital, con diferentes precios, para que los inversores escojan según sus preferencias, con unos rendimientos esperados, que se traducirán en sus ingresos futuros. Las curvas de indiferencia, utilizadas para mostrar este comportamiento, reflejan que, dada una combinación de activos, los inversores tienen falta de interés en la tenencia de activos y siempre buscarán una maximización de utilidad.

Considerando todas las posibles carteras, se determina que el problema del inversor es decidir qué cartera de acciones en concreto (o línea de oportunidad de mercado) va a utilizar y con qué intensidad usarla.

Mossin en 1966, consideró para cada individuo su preferencia (una función de utilidad) de la forma:

$$U^i = f^i(y_1^i, y_2^i) \quad (7)$$

Aplicable sobre todas las carteras posibles, es decir, se postula que una persona se comportará como si estuviera tratando de maximizar la utilidad  $U^i$ . Con respecto a la forma de  $U^i$ , supondremos que es cóncava, con la primera derivada positiva y la segunda negativa. Este último supuesto de aversión al riesgo general parece ser generalmente aceptado en la literatura sobre la selección de carteras. El inversor está limitado, sin embargo, a los puntos que satisfacen la ecuación de balance:

$$\sum_{j=1}^{n-1} P_j(x_j^i - x_j^{-i}) + q(x_n^i - x_n^{-i}) = 0 \quad (8)$$

El modelo de los comportamientos de los inversores, considera que el inversor elige un conjunto de oportunidades de inversión que maximice su utilidad. “En el equilibrio, si un inversor es racional (prefiere la diversificación), puede obtener una mayor tasa de rentabilidad esperada tan solo por incurrir en un riesgo adicional” (Sharpe, 1964)<sup>3</sup>

---

<sup>3</sup> Traducción propia. Tomado de Sharpe (1964) Capital Asset Prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk. pág 2

Para profundizar en las preferencias de los inversores tenemos que remitirnos a la teoría microeconómica sobre la utilidad esperada, la cual se define como la suma de las utilidades correspondientes a todos los resultados posibles, ponderada por la probabilidad de que se produzca cada resultado.

El concepto de utilidad en términos generales consiste en una función que representa y da valor a un conjunto de bienes sobre los cuales un individuo tiene alguna preferencia. Tomando como punto de partida esta definición podemos citar a Daniel Bernoulli, quien introdujo el concepto de utilidad esperada como herramienta de elección ante un problema de incertidumbre, y los profesores Von Neumann y Morgenstern (1944) que generalizaron las propiedades de dichas funciones de utilidad esperada. La característica principal de este problema de elección, es que los bienes ya no son de consumo sino lo que se denomina loterías (se define como una función que transforma un evento con una probabilidad de ocurrencia, en un pago). También es importante tener en cuenta el concepto del valor esperado, el cual es la utilidad que arroja el valor esperado de la lotería, en otras palabras, la utilidad de la esperanza del juego.

Por un lado, se habla de riesgo (o variabilidad) del consumo en sí (medido a través de la varianza del consumo) y por otro lado se habla de la actitud del inversor frente al riesgo (definido por su función de utilidad). De esta forma Von Neumann y Morgenstern separan el riesgo de la actitud frente al riesgo. Dependiendo de la forma de la función de utilidad se pueden distinguir tres actitudes frente al riesgo; adverso, neutral o amante.

### **Marco Conceptual**

#### **Portafolio de inversión:**

Consiste en un conjunto de activos financieros tales como acciones, bonos, etc., en los cuales una persona o compañía deciden invertir su dinero, este tiene como finalidad repartir el riesgo mediante la diversificación.

#### **Modelo CAPM.**

El modelo de Valuación de Activos de Capital (CAPM), surge durante la década de los sesenta, a partir de los trabajos de Tobin (1958), Sharpe (1963 y 1964), Mossin (1966) y Lintner (1965), se ha convertido en uno de los modelos más utilizados para determinar el Costo de Capital Propio. El modelo establece que todos los inversionistas usan el método para identificar la cartera óptima, con el cual el inversionista necesita estimar los rendimientos esperados y las varianzas de todos los valores contemplados. Además, necesita estimar todas las covarianzas entre estos valores, así como determinar la tasa libre de riesgo. Con lo anterior, el inversionista puede identificar la composición de la



cartera de tangencia, así como su rendimiento esperado y desviación estándar. El modelo de valuación de activos de capital, especifica la relación entre el rendimiento esperado y la medida del riesgo del activo (beta).

En el CAPM, se supone que hay mercados perfectos, es decir, todos tienen la misma información y están de acuerdo con las perspectivas futuras de los valores. En la ecuación usual del CAPM, la recta que constituye la nueva frontera de eficiencia, la cual recibe el nombre de Capital Market Line (CML), es una implicación directa de la eficiencia del portafolio de mercado. La CML representa la relación de equilibrio entre el rendimiento esperado y la desviación estándar de carteras eficientes.

Este modelo supone que los inversionistas evalúan las carteras juzgando los rendimientos esperados y desviaciones estándar de las carteras durante un periodo de tiempo. Además, nunca se sacian, de modo que cuando se da una opción entre dos carteras con desviaciones estándar idénticas, elegirán la que tenga el rendimiento esperado más alto. Son adversos al riesgo, de modo que cuando se da una opción entre dos carteras con rendimientos esperados idénticos, elegirán la cartera de inversión que tenga la desviación estándar más baja.

Hay una tasa libre de riesgo a la que un inversionista puede prestar dinero o pedirlo prestado y los impuestos y los costos de transacción son irrelevantes. La información está

a la disposición de todos los inversionistas. Con estas suposiciones se puede determinar que los inversionistas analizarán los valores y determinarían la cartera de tangencia. Por lo tanto, el conjunto eficiente lineal es el mismo para todos los inversionistas, y al tener el mismo conjunto eficiente, la razón de que elijan carteras diferentes es que tienen preferencias diferentes hacia el riesgo y el rendimiento, tal y como se había demostrado con la función de utilidad.

Cada inversionista distribuirá sus fondos entre aquellos valores riesgosos con las mismas proporciones, agregando endeudamiento o préstamo libre de riesgo para lograr una combinación personal de riesgo y rendimiento, esto es lo que se conoce como el teorema de la separación.

La cartera de mercado cumple un papel importante en el modelo CAPM, debido a que el conjunto eficiente consta de una inversión de la cartera de mercado, junto con la preferencia por un nivel de endeudamiento, de préstamo libre de riesgo.

Las combinaciones alternativas de riesgo y rendimiento esperado, se obtienen de la combinación entre la cartera de mercado con el endeudamiento, esta combinación se conoce como línea de mercado de capitales (CML). La pendiente de esta curva resulta de la diferencia entre el rendimiento esperado de la cartera de mercado y el valor libre de riesgo dividida entre el resultado de resta de sus riesgos.

La ecuación del modelo:

$$K_e = R_{fg} + \beta_i * (R_{mg} - R_{fg}) \quad (9)$$

$$\beta_i = \sigma_{p,m} / \sigma_m^2 \quad (10)$$

Dónde:  $K_e$  se refiere al costo de Capital Propio para un proyecto de inversión.  $R_f$ : es la tasa libre de riesgo.  $\beta$  es la sensibilidad del proyecto, ante las variaciones en el retorno de la cartera de mercado. Y la prima de mercado ( $R_m - R_f$ ) la cual se obtiene a través de la diferencia entre el retorno esperado de la cartera de mercado y la tasa libre de riesgo.

Reemplazando,

$$K_e = R_{fg} + (R_{mg} - R_{fg}) \sigma_{p,m} / \sigma_m^2 \quad (11)$$

Según este modelo, se encuentra la cartera optima de inversión, cuando la curva CML sea tangente a la frontera eficiente de Markowitz, por tanto el punto de tangencia se logra cuando se maximiza la pendiente de la curva CML, es decir cuando  $(R_{mg} - R_{fg})$  por la desviación estándar  $\sigma_m$

$$V = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \sigma_{ij} X_i X_j \quad (12)$$

Entonces,

$$\alpha = \frac{(R_{mg} - R_{fg})}{\sqrt{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \sigma_{ij} X_i X_j}}$$

El modelo CAPM se basa en algunos supuestos que restringen de alguna forma el desarrollo de mismo, tales como el supuesto de que todos los inversores están de acuerdo con la proporción de las rentabilidades (características, media, varianza y distribución) y tienen acceso a la misma información, el mercado de capitales está en equilibrio, con un cierto nivel de riesgo los inversionistas prefieren un mayor retorno.

### **Estado del Arte**

En la presente investigación se abordarán las diferentes investigaciones que se han elaborado como base de la teoría de Markowitz sobre la selección de portafolios eficientes, teniendo en cuenta las diferentes teorías elaboradas antes de la generación teórica de Markowitz y Sharpe, para la conformación del modelo CAPM.

Antes de 1952 el tema de selección de portafolios se centraba en el estudio de la maximización del nivel esperado de retornos, por lo cual los inversionistas sólo se encargaban de visualizar en un portafolio de activos cual les generaba mayores rendimientos y de acuerdo al resultado decidían invertir su dinero en aquel en los cuales el cálculo de rendimientos era mayor. Partiendo de esta teoría, se encuentran diversos escritos como el de Graham, Dodd y Cottle (Graham, 1934), el cual contempla en su esplendor el estudio de estados financieros de diversas empresas con el fin de obtener los criterios pertinentes que se deberían tener en cuenta para fines de inversión en selección

de bonos o acciones. Luego en 1935 Hicks (Hicks, 1935), dispone una teoría de inversión en portafolios en donde se logra visualizar la necesidad de establecer una teoría concisa en la cual establecía el riesgo como un determinante a la hora de seleccionar en que invertir. Luego, antes de la elaboración de la teoría de Markowitz, Roy en 1952, analizó el panorama de inversión bajo incertidumbre en donde se considera que un inversionista debe tener en cuenta la media, saber que la diversificación de los activos no es explicada por la maximización de los retornos y que los inversionistas no tienen pleno conocimiento sobre los posibles resultados que traiga una selección de activos. (Natalie Ramírez Carmona)

Luego del abordaje de anteriores teorías, Markowitz marca el inicio de su teoría en 1952, estructurándola en un modelo de OMV (optimación de media varianza), mostrando como mediante la selección eficiente de los activos que hacen parte de un portafolio específico se puede lograr maximizar el rendimiento y minimizar el riesgo.

La teoría propone que los inversionistas deben considerar el portafolio a estudiar como un mundo, observando a su vez las características que tienen el riesgo y el rendimiento global de todo el portafolio. Para 1956, Markowitz proporciona como segunda edición, las fórmulas de las rectas que a su vez forman el conjunto de portafolio eficiente; y luego en 1959 explica la ley de covarianza promedio, en donde demuestra que entre mayor sea la correlación de los rendimientos, mayor significancia tendrá en la eficacia de la diversificación.

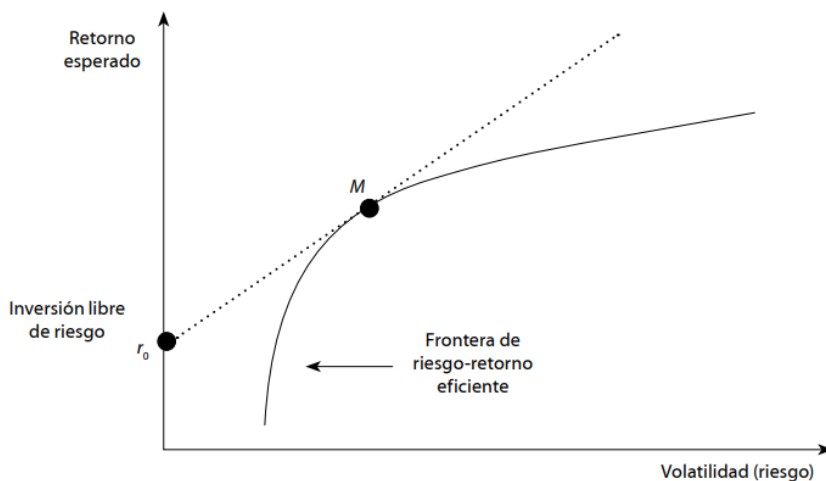
El conjunto de estas teorías, llevan a generar un gran cambio en el sector financiero mundial, en donde se comienza a analizar el impacto de los valores de las acciones que hacen parte de un portafolio, y a su vez, los portafolios se comienzan a formar por la elección de un activo, el cual cumple con requisitos tales como una buena interacción con otros activos del portafolio y la contribución que tiene en el global del portafolio.

Para 1964, Sharpe, formula el modelo CAPM (Modelo de valoración de los precios de los activos financieros), el cual tiene su fundamento en la determinación de los precios de los activos de un portafolio. Este modelo a su vez, desde sus inicios ha tenido una gran aceptación en la hora de estimar los costos de capital gracias al ser considerado un modelo o método fiable con una metodología exacta con un sinnúmero de aplicaciones en las finanzas, por lo cual representa una evolución significativa en el campo financiero.

Concluyendo así que este modelo, puede ser usado en diversas actividades de aplicación, como por ejemplo el evaluar el impacto que tiene sobre las acciones una innovación e implementación de un nuevo proyecto en una empresa determinada o la selección de activos para un portafolio específico en el cual un inversionista decide centrar su atención con el fin de obtener rendimientos sobre su acción preferente, siempre y cuando este mayor retorno este determinado por un nivel de riesgo ya anteriormente conocido por el

inversionista. Bajo estos conceptos, se logra obtener la frontera riesgo- retorno eficiente de cuyas alternativas tiene el inversionista

Gráfico 5



Fuente: Tomado de: (SANTANA, 2013)

Seguido de esto, se considera bajo la teoría, que los inversionistas, seleccionan un portafolio de inversiones determinado por la tasa de retorno esperada y la volatilidad de estos (varianza), en el cual se concluye que para lograr obtener un portafolio optimo, se deben verificar las opciones que tiene disponible el inversionista actualmente teniendo en cuenta todas aquellas que se encuentran en la frontera riesgo- retorno y aun las que se encuentran libres de riesgo.

Así mismo, cabe destacar que entre mayor sea el riesgo, mayor será la prima de riesgo (es decir, el precio del riesgo, la cual está basada en índices del mercado bursátil) que será exigida por los inversionistas al momento de querer adquirir este tipo de activos que le determina un riesgo específico.

Bajo lo anteriormente mencionado, cabe destacar que el inversionista debe tener conocimiento no sólo sobre que activos que generaran mayores retornos a menor riesgo, sino que a su vez deben tener en cuenta la situación económica y financiera en donde se ubican las empresas dueñas de esas acciones, debido a que como es el caso de la investigación, es un inversionista colombiano, el cual tendrá como afines el invertir en empresas colombianas las cuales se encuentran en el COLCAP, por lo cual debe tener en cuenta que en una economía emergente como la colombiana, diferentes acontecimientos y definiciones de la economía de este país pueden determinar diversas características del riesgo, debido a que los mercado emergentes se encuentran más expuestos a un mayor nivel de inflación, políticas monetarias heterodoxas y algunas restricciones al libre acceso de los capitales, regido también por la inseguridad institucional de las empresas, lo que hace importante que un inversionista tenga información simétrica del mercado en donde incursiona y así mismo de las empresas en las cuales bajo el modelo CAPM debe invertir, así su decisión será mayormente racional y eficiente. (Carlos E. Martínez)

### **Desarrollo empírico**

#### **Generalidades**

Se considerará 1 muestra compuesta por 16 acciones, de alta y media liquidez negociadas en la Bolsa de Valores de Colombia, para el periodo 2012-2017. Fue conveniente el uso de 16 acciones, ya que en el periodo escogido se tiene la información completa, sin embargo, si se escogía un periodo de tiempo más largo, no se obtendría la información



requerida. El índice COLCAP esta designado para la renta variable y es el que se toma de referencia para armar el portafolio basándose en solo acciones.

Tabla 1 Muestra de Acciones

<b>No.</b>	<b>ACCIÓN</b>	<b>EMISOR</b>	<b>SECTOR</b>
<b>1</b>	BCOLOMBIA	BANCO COMERCIAL BANCOLOMBIA	FINANCIERO
<b>2</b>	CORFICOLCF	CORPORACION FINANCIERA COLOMBIANA CORFICOLOMBIANA	FINANCIERO
<b>3</b>	ECOPETROL	ECOPETROL S.A.	INDUSTRIAL
<b>4</b>	ÉXITO	ALMACENES EXITO S.A.	SERVICIOS
<b>5</b>	ISA	INTERCONEXION ELECTRICA S.A. E.S.P.	INDUSTRIAL
<b>6</b>	PFBCOLOM	BANCO COMERCIAL BANCOLOMBIA	FINANCIERO
<b>7</b>	CEMARGOS	CEMENTOS ARGOS S.A.	INDUSTRIAL
<b>8</b>	BOGOTA	BANCO DE BOGOTA S.A.	FINANCIERO
<b>9</b>	BVC	BOLSA DE VALORES DE COLOMBIA S.A.	FINANCIERO
<b>10</b>	MINEROS	MINEROS S.A.	INDUSTRIAL
<b>11</b>	GRUPOAVAL	GRUPO AVAL ACCIONES Y VALORES S.A.	INVERSIONES
<b>12</b>	ETB	EMPRESA DE TELECOMUNICACIONES DE BOGOTA S.A. E.S.P.	PUBLICO
<b>13</b>	VALOREM	VALOREM S.A.	INVERSIONES
<b>14</b>	NUTRESA	GRUPO NUTRESA S.A.	INVERSIONES
<b>15</b>	EEB	GRUPO ENERGIA BOGOTA SA ESP	PÚBLICO
<b>16</b>	GRUPO SURA	GRUPO DE INVERSIONES SURAMERICANA S.A	INVERSIONES

Fuente: Realizado por las autoras con datos de la Bolsa de Valores de Colombia.

Definiendo los datos y que estos sean recopilados, con su debida verificación y tabulación, se aplicara el modelo escogido de la teoría de selección de portafolio, utilizando como primera medida sus respectivas formulas, además de funciones matemáticas y la utilización de Excel con sus funciones básicas como VAR.P (varianza), covarianza, mmult y solver.

Se escogió el modelo CAPM, debido a que es uno de los modelos más influyentes en el estudio de la fijación de los precios de los activos, y por tanto es representativo para aplicarlo en la construcción de portafolios.

Como variables, para el modelo CAPM se tomaron los rendimientos de las acciones, las desviaciones de las acciones y el rendimiento de la tasa libre de riesgo (TES). Como supuestos hemos tomado los originales de los modelos a utilizar. El análisis se realiza bajo la teoría de selección de carteras de Markowitz. Como se mencionaba anteriormente, la herramienta que se utilizó para el cumplimiento del objetivo general fue el modelo CAPM, para desarrollar este modelo se elaboró una base de datos de análisis transversal, la que conto con los datos de la variable dependiente y variables independientes oportunas y escogidas para desarrollar debidamente la teoría del portafolio.

A continuación se presentan los resultados y el respectivo análisis de los datos, de la aplicación de la teoría del portafolio.

### **Aplicación del Modelo CAPM**

Para la aplicación del modelo CAPM, se utilizaron los datos proporcionados por la Bolsa de Valores de Colombia, como los precios diarios de las acciones y sus variaciones, para el periodo 2012-2017. Las variaciones de los precios son las que proporcionaran el dato de las rentabilidades de las 16 acciones utilizadas. Además, se recopilaron datos de la tasa libre de riesgo proporcionada por el Banco de la Republica, para este caso se utilizaron los bonos TES con un vencimiento a 10 años.

Para obtener los datos que requiere el CAPM, se utilizan diferentes herramientas de Excel, tales como solver, funciones matemáticas, gráficas, entre otros. Para escoger el mejor portafolio se tuvieron en cuenta algunos criterios; mínima varianza, mayor rendimiento; para este rendimiento se tuvo en cuenta el bono TES , es decir, la rentabilidad de cada una de las acciones debe ser mayor que la tasa libre de riesgo, para que pueda ser parte del portafolio eficiente, también se tuvo en cuenta que el portafolio seleccionado sea diversificado, por último, se tomó un criterio adicional, la frontera eficiente de Markowitz, ya que este mencionaba que para la selección de un portafolio eficiente este debía estar sobre la frontera.

Para obtener las rentabilidades de cada acción, se tuvo en cuenta las variaciones diarias de los precios, estas se calcularon con el logaritmo de la diferencia entre el precio actual y el precio anterior, el promedio de estas, dio como resultado la rentabilidad diaria de cada acción. En la gráfica 1, se muestran las diferentes rentabilidades y las volatilidades (desviación) obtenidas de la muestra de acciones.

Se obtuvo la rentabilidad diaria del bono TES que se tendrá como tasa libre de riesgo, calculándolo de la misma forma que las variaciones de las acciones pero sin precios, en su lugar se utilizaron tasas, lo cual dio como resultado una tasa diaria libre de riesgo de 0.0086%. En el análisis, se utilizó esta tasa libre de riesgo para comparar y elegir las mejores acciones que conforman el portafolio óptimo, es decir, se escogería una acción por encima de las otras si esta tiene una rentabilidad mayor a la tasa libre de riesgo y con una varianza relativamente moderada.

Se observa en la Tabla No. 2 que hay 6 acciones que presentan una rentabilidad diaria negativa tal es el caso de BVC (-0.0026), CORFICOLCF (-0.0112), ECOPETROL (-0.0454), ETB (-0.0031), ÉXITO (-0.0309), MINEROS (-0.0463). Cabe mencionar que estas acciones durante varios días del periodo analizado mantuvieron rentabilidades negativas en las cuales el precio de la acción cayó, estas caídas pueden atribuirse a malos

APLICACIÓN DEL MODELO CAPM: PORTAFOLIO EFICIENTE PARA UN INVERSIONISTA EN COLOMBIA (2012-2017)

momentos en el sector que se desenvuelven y/o al ciclo económico que se encontraba el país en los años de estudio. Sin embargo, también hay acciones que sobresalen por la respuesta positiva de la rentabilidad diaria, tal como, VALOREM (0.0570) y EEB (0.0409).

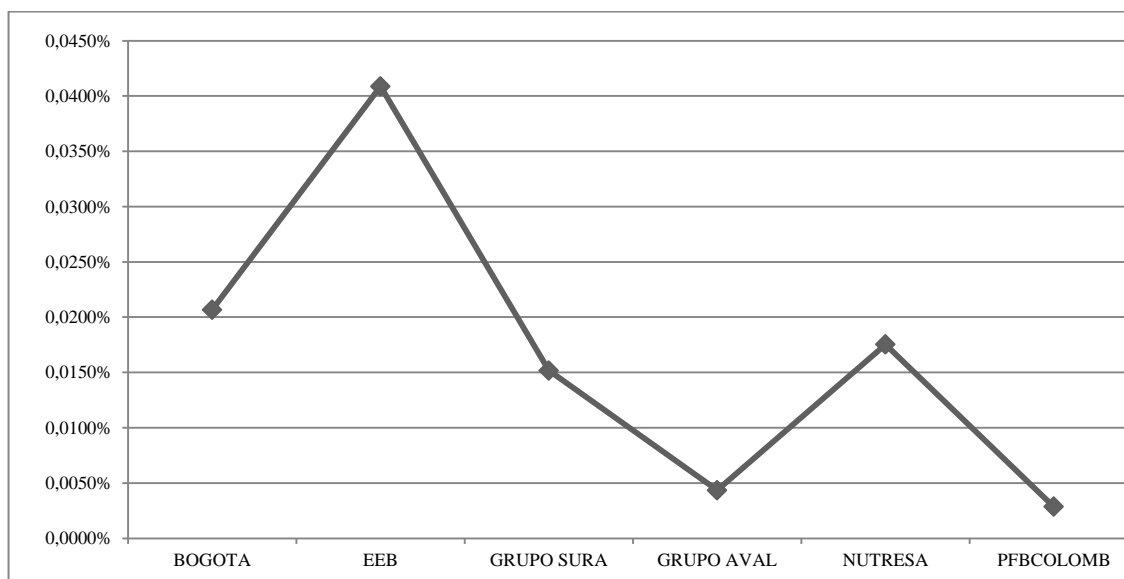
Tabla 2 Rendimiento, varianza, desviación y % de participación de las acciones.

<b>ACCIÓN</b>	<b>%INV</b>	<b>RENDIMIENTO</b>	<b>VARIANZA</b>	<b>DESVIACION</b>
<i>BCOLOMBIA</i>	0,0%	0,0036%	0,0204%	1,4271%
<i>BOGOTA</i>	35,4%	0,0207%	0,0133%	1,1518%
<i>BVC</i>	0,0%	-0,0026%	0,0219%	1,4787%
<i>CEMARGOS</i>	0,0%	0,0032%	0,0519%	2,2778%
<i>CORFICOLCF</i>	0,0%	-0,0112%	0,0138%	1,1757%
<i>ECOPETROL</i>	0,0%	-0,0454%	0,0353%	1,8801%
<i>EEB</i>	12,2%	0,0409%	0,0160%	1,2641%
<i>ETB</i>	0,0%	-0,0031%	0,0257%	1,6022%
<i>ÉXITO</i>	0,0%	-0,0309%	0,0278%	1,6682%
<i>GRUPO SURA</i>	7,8%	0,0152%	0,0174%	1,3198%
<i>GRUPO AVAL</i>	3,65%	0,0044%	0,0174%	1,3186%
<i>ISA</i>	0,0%	0,0165%	0,0255%	1,5965%
<i>MINEROS</i>	0,0%	-0,0463%	0,0282%	1,6799%
<i>NUTRESA</i>	39,7%	0,0175%	0,0114%	1,0690%
<i>PFBCOLOMB</i>	1,25%	0,0029%	0,0184%	1,3576%
<i>VALOREM</i>	0,0%	0,0570%	0,0358%	1,8931%
<b>TOTAL</b>	100%			

Fuente: Cálculos propios con datos de la BVC

Según los resultados obtenidos y analizados, se dice que el portafolio quedó conformado por: BOGOTA, EEB, GRUPOSURA, GRUPO AVAL NUTRESA y PFBCOLOMB. En la Gráfica No. 6. Se ilustra el portafolio seleccionado, con las rentabilidades por acción.

Gráfico 6 Rentabilidades del portafolio seleccionado.



Fuente: Autores.

En la Tabla No. 3. Se muestra la rentabilidad, varianza y riesgo del portafolio seleccionado. La rentabilidad del portafolio se obtuvo a partir de ponderaciones, es decir, las participaciones de la inversión se multiplicaron con las variaciones de los precios que se utilizaron para obtener las rentabilidades diarias de cada acción. Las desviaciones y las varianzas se obtuvieron a partir de las variaciones y matriz de covarianzas.

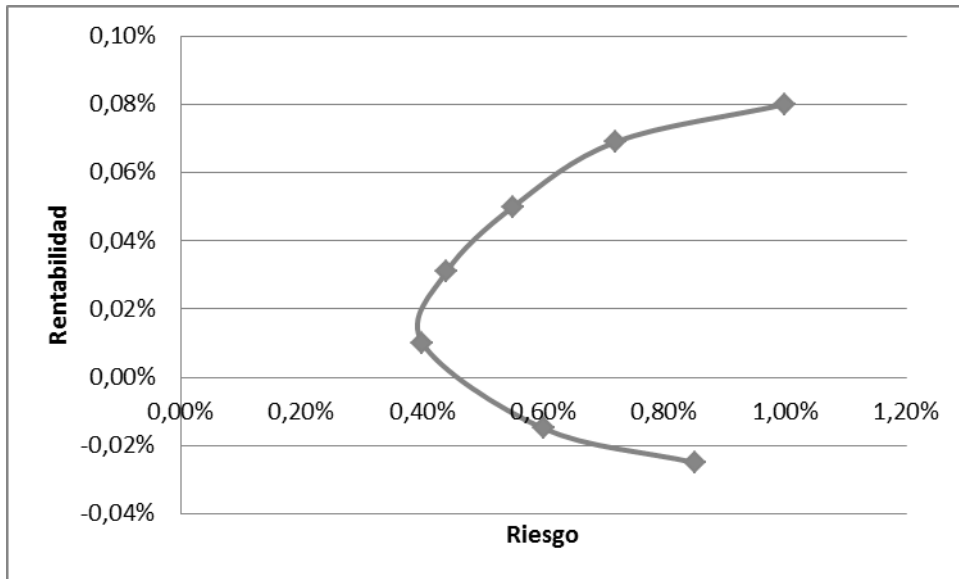
Tabla 3 Datos del portafolio seleccionado con el modelo CAPM.

PORTAFOLIO	
RENTABILIDAD	0.0169%
VARIANZA	0,005%
RIESGO	0,4254%

Fuente: Cálculos propios con datos de la BVC.

Como se mencionó al comienzo de la sección se dejó como criterio adicional la frontera de Markowitz. El gráfico 7, ilustra esta frontera, la cual se calculó por medio de la herramienta Solver, la cual se programó para que dada una rentabilidad calculara los riesgos asociados, de esta manera se obtuvieron los puntos que unen esta frontera, los cuales representan los portafolios óptimos según un rendimiento y riesgo dados, si el portafolio se encuentra por fuera de la frontera se dice que es ineficiente. En esta frontera se encuentra el portafolio seleccionado por medio del modelo CAPM, lo cual indica que es un portafolio óptimo.

Gráfico 7 Frontera eficiente de Markowitz



Fuente: Calculo autores con datos de la BVC



## Conclusiones

- En el mercado colombiano se comprueba que bajo las características expuestas en la investigación actual, haciendo uso del modelo de portafolio eficiente de Markowitz se determina que las empresas que hacen parte de este portafolio óptimo (BOGOTA, EEB, GRUPOSURA, GRUPO AVAL NUTRESA y PFBCOLOMB) para un inversionista colombiano se encuentran dentro de la frontera eficiente, por lo cual es un portafolio óptimo para la inversión y por lo tanto se confirma que este método es fiable y eficiente al momento de elegir en qué invertir.
- El modelo CAPM es un modelo que proporciona información eficiente con el fin de elegir de mejor manera en dónde invertir, ya sea en un mercado emergente o en un mercado globalizado.
- El mercado colombiano a pesar de ser un mercado emergente, cuenta con empresas emisoras que generan rentabilidades óptimas para un inversionista que desee incursionar en el mercado.

## Recomendaciones

- Se debe generar incentivos en el mercado colombiano para que tanto las empresas como las personas comiencen a incursionar en el mercado accionario y lograr bajo modelos como el propuesto por los autores, nuevas opciones para generar ingresos y ayudar a la economía nacional e internacional.
- Se recomienda continuar la investigación validando no sólo el mercado nacional sino el internacional, con el fin de poder llegar a cuestionar la inversión bajo mercados emergentes y las grandes economías y así lograr sacar conclusiones a cerca de la manera en que se debe continuar este proceso de incentivos a la inversión.
- Se puede continuar la investigación tomando un lapso de tiempo mayor y un mayor número de empresas, con el fin de evaluar por sectores el movimiento de inversión que se observa en la economía y en qué sectores es característica la mayor rentabilidad.

### **Bibliografía**

Lintner, J. (Diciembre de 1965). Security Prices, Risk, and Maximal Gains From Diversification. *The Journal of Finance*, 20(4), 587-615.

Lintner, J. (Febrero de 1965). The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets. *The Review of Economics and Statistics*, 47(1), 13-37.

Markowitz, H. (1952). The Portfolio Selection (Vol. 7). *Journal of finance*.

Mossin, J. (1966). Equilibrium in a Capital Asset Market. *Econometrica*.

Sharpe, W. (Enero de 1963). A Simplified Model for Portfolio Analysis. *Management Science*, 9(2), 227-293.

Sharpe, W. (Septiembre de 1964). Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk. *The Journal of Finance*, 19(3), 425-444.

Carlos E. Martínez, J. S. (s.f.). Particularidades del Modelo de fijación de precios de activos financieros en mercado emergentes. En *Análisis financiero* (pág. 40). IEAF.

Graham, B. D. (1934). *Security analysis*: McGraw-Hill New York. Hicks, J. (1935). A suggestion for simplifying the theory of money.

Hicks, J. (1935). A suggestion for simplifying the theory of money.

APLICACIÓN DEL MODELO CAPM: PORTAFOLIO EFICIENTE PARA UN INVERSIONISTA EN COLOMBIA (2012-2017)

Krugman, P. (1979). A model of balance of payment crisis. *Journal of Money, Credit and Banking*, 11(3), 311-325.

Natalie Ramírez Carmona, O. G. (s.f.). 101 ESTADO DEL ARTE EN TEORÍA DE PORTAFOLIOS: DEL ANÁLISIS INDIVIDUAL DE ACCIONES A LA OPTIMIZACIÓN MULTIOBJETIVO. Mexico.

Parodi, C. (Septiembre de 2016). Universidad del Pacifico: centro de investigacion. Recuperado el 17 de Julio de 2017, de Universidad del Pacifico: centro de investigacion:

<http://repositorio.up.edu.pe/bitstream/handle/11354/351/DD0916.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

Pison, I., Puime, F., & Crespo, M. A. (2015). Crisis financieras y crisis bancarias: revision de literatura y aproximacion a elementos de control para el futuro. *Revista Atlantica de economia*, 2.

SANTANA, F. D. (2013). Modelo de valoración de activos financieros (CAPM) y teoria de valoración por arbitraje (APT): Un test empirico en las empresas del sector electrico brasilero. bogota.

Sarno, L., & Taylor, P. (2002). *The economics of exchange rates*.